

ОБ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ЗАВИСИМОСТИ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАМАГНИЧИВАНИЯ МАШИН ПОСТОЯННОГО ТОКА

Л. И. ГАНДЖА

Известно, что характеристика намагничивания электрической машины, при современном состоянии науки о ней, не может быть выражена аналитически; нужда же в уравнении, выражающем в математической форме зависимость электродвижущей силы от тока возбуждения, в ряде случаев крайне остра. Сказанное в особенной степени справедливо в части теории электропривода, где эта зависимость необходима при решении дифференциальных уравнений переходных процессов электрического привода.

Поясним сказанное примером.

При работе двигателя постоянного тока, питаемого от серийного генератора по системе Леонарда (рис. 1), переходные процессы его описываются дифференциальным уравнением:

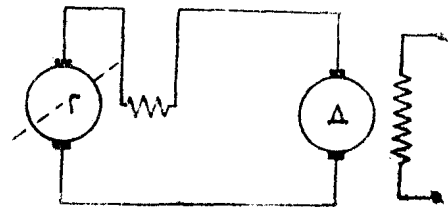


Рис. 1

$$e_s = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + e_g,$$

где e_s — мгновенное значение э. д. с. серийного генератора,

i — то же тока в переходный период, протекающего через обмотки якорей генератора и двигателя,

e_g — мгновенное значение противо-э. д. с. двигателя,

t — время,

R и L — омическое сопротивление и коэффициент самоиндукции силового контура системы Леонарда.

Чтобы решить уравнение (1), необходимо свести число переменных в нем (e_s, i, e_g, t) до двух. Это возможно сделать, если решить уравнение (1) совместно с двумя другими:

$$e_g = c_e \cdot n, \quad (2)$$

где c_e — коэффициент пропорциональности между e_g и скоростью двигателя n при постоянном магнитном потоке двигателя, и

$$M = M_{cm} + \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt}, \quad (3)$$

представляющим собой уравнение моментов, где, в свою очередь, M — крутящий момент двигателя, равный при постоянном магнитном потоке

$$M = c_m \cdot i,$$

где c_m — коэффициент пропорциональности между моментом и потоком, M_{cm} — статический момент сопротивления на валу двигателя и GD^2 — его маховой момент.

Кроме того в уравнение (1) должна быть подставлена функциональная зависимость e_2 от тока i .

В результате этих вычислений могут быть получены дифференциальные уравнения для i и n , решения которых и приведут к функциям:

$$n = f(t),$$

$$i = f(t),$$

описывающим переходный процесс скорости и тока двигателя.

Мы видим, что математическое решение переходного процесса возможно лишь в том случае, если задана аналитически зависимость $e_2 = \psi(i)$, представляющая кривую намагничивания генератора (рис. 2).

Желая изучить переходные режимы в аналитической форме, ряд авторов пренебрегает явлением насыщения генератора и считает функцию $e_2 = \psi(i)$ за прямолинейную. Решения, получаемые при этом, сравнительно просты, но не отвечают действительности, да и применение их возможно лишь в том случае, если генератор работает в ненасыщенной части своей характеристики намагничивания.

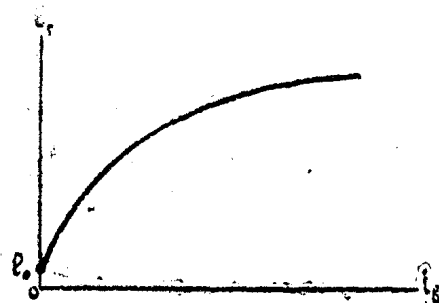


Рис. 2

Другие авторы, желая учесть явление насыщения генератора, заменяют кривую $e_2 = \psi(i)$ (рис. 2) рядом отрезков прямых и решают переходные процессы для каждого отрезка самостоятельно. Решения, получаемые при этом, также сравнительно просты, но неудобны в том смысле, что разбивают единый переходный процесс электропривода на части соответственно

отрезкам, заменяющим кривую намагничивания.

Можно также указать на примеры, когда кривая намагничивания выражается уравнением Флериша, заменяется параболой и пр. [1; 2].

Нам представляется возможным выразить кривую намагничивания экспоненциальной функцией

$$e_2 = e_m \cdot \left(1 - e^{-\frac{i_a}{T_i}}\right) + e_0 \cdot e^{-\frac{i_a}{T_i}}, \quad (\text{рис. 3}),$$

где i_a — ток возбуждения машины,

e_0 — э. д. с. от остаточного магнетизма,

e_m — максимальная э. д. с. машины, к которой асимптотически приближается кривая намагничивания при увеличении тока возбуждения,

T_i — „постоянная тока“ и

e — основание натуральных логарифмов.

Если можно пренебречь остаточным магнетизмом, то $e_0 = 0$ и

$$e_2 = e_m \cdot \left(1 - e^{-\frac{i_a}{T_i}}\right). \quad (5)$$

Величины e_m и T_i являются для машины неизвестными и подлежат определению из опыта. Так, если для испытуемой машины снята кривая на-

магничивания (рис. 3), то величина T_i может быть предварительно определена по известной формуле, характеризующей экспоненту:

$$T_i = \frac{\Delta i_a}{I_n \frac{e_{z_2} - e_{z_1}}{e_{z_3} - e_{z_2}}}, \quad (6)$$

где Δi — расстояния по оси абсцисс между точками 1, 2 и 3, принимаемые равными, и e_{z_1} , e_{z_2} , e_{z_3} — значения э. д. с. машины, соответствующие этим точкам кривой.

Подсчитанная таким образом величина T_i , будучи подставлена в уравнение (4) или (5), написанное для какой-либо точки кривой (например, точки 2),

$$e_{z_2} = e_m \cdot \left(1 - e^{-\frac{i_2}{T_i}} \right),$$

дает возможность определить предварительное значение e_m . Так как точки 1, 2 и 3 лежат не на идеальной экспоненте, то построенная по уравнению (4) или (5) экспонента с использованием найденных предварительно значений T_i и e_m в той или иной степени будет отличаться от реальной кривой намагничивания. Варьируя в ту или другую сторону величины T_i и e_m , можно повторными просчетами лучше приблизить экспоненту, определяемую уравнениями (4) или (5), к реальной кривой. Обыкновенно добиться этого удается быстро.

В подтверждение сказанного нами были произведены соответствующие расчеты для ряда машин. Объектами экспериментального исследования служили следующие машины постоянного тока.

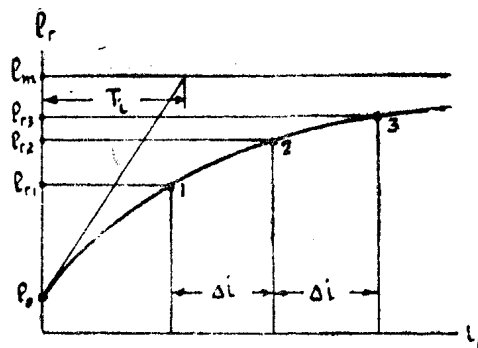


Рис. 3

1. Машина с последовательным возбуждением с паспортными данными:

зав. № 182765,
220 в,
32,5 а,
1300 об/м,
8 л. с.

2. Шунтовая двухколлекторная машина с данными:

№ 2319548,
тип 66,
1500 об/м,
220/8 в,
1,14/31,2 а.

3. Шунтовая машина с паспортными данными:

№ 1376, тип НПЗО,
динамо, мотор,
115 в, 110 в,
30,5 а, 31 а,
1730 об/м, 1180 об/м,
3,5 квт, 3,7 л. с.

4. Шунтовая машина с паспортными данными:

зав. № 41115,
17 квт,
120 в,
780 об/м,
142 а.

5. Шунтовая машина

№ 40147,
1500 об/м,
110 в,
43 а,
5,5 л. с.

6. Такая же машина, что и машина 5, с теми же паспортными данными.

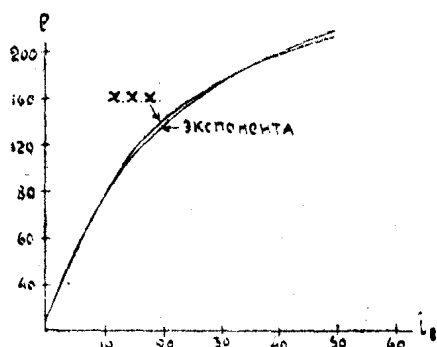


Рис. 4-а

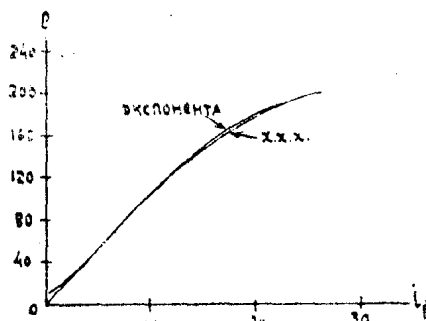


Рис. 4-б

Для перечисленных машин были сняты характеристики холостого хода $e_2 = f(i_a)$ (они же кривые намагничивания) во всех случаях при независимом возбуждении.

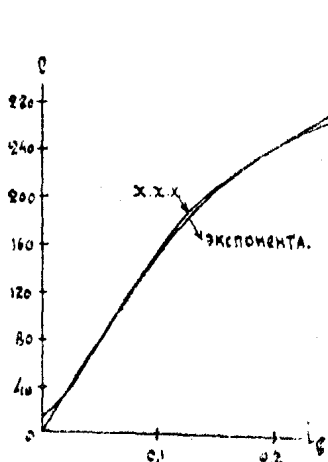


Рис. 5

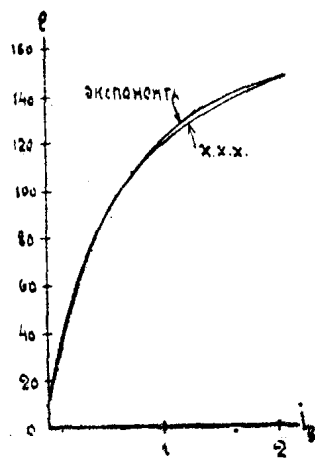


Рис. 6

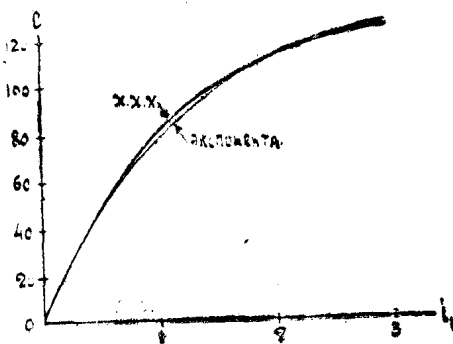


Рис. 7

Результаты опытов сведены в нижеприведенные табл. 1-а, 1-б, 2, 3, 4, 5 и 6 (первые две строки), нумерация которых соответствует нумерации перечисленных выше машин.

По данным этих таблиц построены кривые намагничивания, представленные на рис. 4-а, 4-б, 5, 6, 7, 8 и 9.

Далее на основании результатов опытов, приведенных в указанных таблицах, были подобраны заменяющие их экспоненты согласно описанной

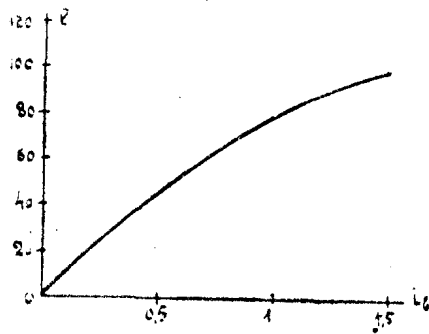


Рис. 8

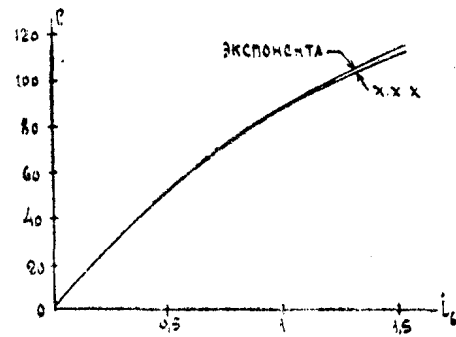


Рис. 9

выше методике расчета. Данные этих экспонент сведены в тех же таблицах (строки 1 и 3).

Таблица 1-а (машина 1, рис. 4-а)
 $T_i = 21,6$ а, $e_m = 285$ в

i_b	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
e_z	10	64	115	156	182	202	217	228	237	246	254
$e_{z,p}$	10	66,9	111,3	147,7	176,45	198,25	216	230	240	250	259,9
Δe	0	+2,9	-3,7	-8,3	-5,55	-3,75	-1	+2	+3	+4	+5,9
$\Delta e \text{ в } \%$	0	+4,53	-3,22	-5,32	-3,05	-1,85	-0,46	+0,86	+1,26	+1,62	+2,32

Таблица 1-б (машина 1, рис. 4-б).
 $T_i = 18$ а, $e_m = 265$ в.

i_b	5	12,5	15	20	30	36,5
e_z	56,5	128	147	177,5	215	230
$e_{z,p}$	56,7	132,5	150	177,5	215	230
Δe	+0,2	+4,5	+3	0	0	0
$\Delta e \%$	+0,35	+3,5	+2,04	0	0	0

Таблица 2 (машина 2, рис. 5).
 $T_i = 0,18$ а, $e_m = 360$ в.

i_b	0,03	0,05	0,1	0,15	0,20	0,25
e_z	50	83	157	208	241	264
$e_{z,p}$	54,7	87,5	153,5	203,5	241	270
Δe	+4,7	+4,5	-3,5	-4,5	0	+6
$\Delta e \%$	+9,4	+5,15	-2,23	-2,16	0	+2,27

Таблица 3 (машина 3, рис. 6)
 $T_i = 0,65$ а, $e_m = 154$ в.

i_s	0,1	0,3	0,65	1	1,5	1,8	2	2,08
e_z	34	63	99	119	136	143	146,5	148
$e_{z,p}$	29,8	63	100,7	123	140	144,6	147,4	148
Δe	-4,2	0	+1,7	+4	+4	+1,6	+0,9	0
$\Delta e\%$	-12,35	0	+1,72	+3,36	+2,94	+1,12	+0,61	0

Таблица 4 (машина 4, рис. 7)
 $T_i = 1,18$ а, $e_m = 138$ в.

i_s	0,5	1	2	2,98
e_z	46	79	113	126
$e_{z,p}$	47,6	77,3	113,2	127
Δe	+1,6	-1,7	+0,2	+1
$\Delta e\%$	+3,5	-2,15	+0,18	+0,8

Таблица 5 (машина 5, рис. 8).
 $T_i = 1,2$ а, $e_m = 138$ в, снята при $n = 1200$ об/м

i_s	0,25	0,5	0,75	1	1,2	1,7
e_s	26,2	48	64	78,5	88	104,8
$e_{z,p}$	27,2	47	64	78	87,3	105
Δe	+1	-1	0	-0,5	-0,7	+0,2
$\Delta e\%$	+3,82	-2,08	0	-0,64	-0,8	+0,19

Таблица 6 (машина 6, рис. 9)
 $T_i = 1,2$ а, $e_m = 156$ в, снята при $n = 1300$ об/м

i_s	0,3	0,5	1	1,25	1,5
e_z	34	52	87,5	100	111
$e_{z,p}$	33,9	52,5	87,5	100	110,4
Δe	-0,1	+0,5	0	0	-0,6
$\Delta e\%$	-0,29	+0,96	0	0	-0,54

Последние две строки таблиц дают представление об абсолютной и относительной в процентах разнице между э. д. с., полученной по уравнениям (4) или (5), и э. д. с. по действительной кривой намагничивания.

Кривые намагничивания, выраженные экспонентой, также представлены на рис. 4-а, 4-б, 5, 6, 7, 8 и 9.

На рис. 4-а изображены действительная кривая намагничивания и заменяющая ее экспонента по уравнению (4) с учетом э. д. с. остаточного магнетизма.

При этом кривая намагничивания получена в опыте путем уменьшения тока возбуждения от максимального значения, равного 50 амперам.

Рис. 4-б представляет ту же кривую намагничивания и заменяющую ее экспоненту, рассчитанную по уравнению (5) без учета э. д. с. от остаточного магнетизма.

При этом кривая намагничивания получена путем увеличения тока возбуждения, но не до 50, а до 36,5 ампер.

Сравнение этих рисунков показывает, что в меньших пределах изменения тока возбуждения и при пренебрежении э. д. с. от остаточного магнетизма экспонента ближе приближается к действительной кривой намагничивания и, следовательно, лучше ее заменяет.

Рис. 5 изображает замену кривой намагничивания экспонентой при пренебрежении э. д. с. от остаточного магнетизма (уравнение 5) для машины 2; рис. 6—то же, но с учетом э. д. с. от остаточного магнетизма для машины 3, рис. 7—то же для машины 4, и, наконец, рис. 8 и 9—то же для машин 5 и 6 без учета e_0 . Как показывают табл. 5 и 6, соответствующие этим рисункам, величина T_i для обеих машин остается одной и той же, равной

$$T_i = 1,2 a,$$

что и следовало ожидать, поскольку эти машины одинакового исполнения. Разница же в значениях e_m для них объясняется различными числами оборотов, при которых были сняты характеристики намагничивания.

Результаты произведенных опытов показывают, что кривые намагничивания вполне могут быть заменены соответствующими экспонентами и, таким образом, могут быть выражены аналитически. Особенно удачной такую замену нужно считать для кривых, представленных на рис. 4-б, 7, 8 и 9.

Вывод

В большинстве случаев кривая намагничивания машины постоянного тока может быть представлена аналитически экспонентой, что может облегчить ряд исследований, связанных с необходимостью учета насыщения машины.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Жюильяр Э. — Автоматическое регулирование электрических машин.
2. Нитусов Е. В. — Об энергетике торможения двигателей последовательного возбуждения, Электричество № 11—12, 1944.