

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ВТОРИЧНОГО ТОКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАНСФОРМАТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА С СЕРДЕЧНИКАМИ ИЗ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ СТАЛИ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

К. К. РЯЗАНЦЕВ

При передаче электрической энергии и при эксплуатации заводских установок постоянного тока необходимо осуществлять измерения, автоматическое регулирование и защиту. Для выполнения этого нужна точная, надёжная и по возможности простая аппаратура, создание которой осложняется или очень большими токами или высокими напряжениями, а иногда тем и другим вместе.

Дополнительное затруднение вносит то обстоятельство, что магнитное поле, образующееся вокруг токоведущих частей, при установившемся режиме является неизменным. Это исключает возможность трансформирования постоянного тока и отделения силовых цепей от измерительных, так, как это относительно легко делается на переменном токе.

Измерение постоянных токов проще всего осуществлять посредством магнитоэлектрического вольтметра, присоединенного к шунту, который включён последовательно в ту цепь, где протекает подлежащий измерению ток. Но этот метод имеет крупные недостатки (сложность конструкции шунтов, трудность их калибровки, большое потребление энергии, трудность изоляции измерительного комплекта на высоком напряжении и др.), проявляющиеся тем заметней, чем выше напряжение установки и больше сила тока. Поэтому были предложены различные измерительные устройства, действие которых основано на использовании явлений, сопровождающих протекание постоянного тока в рабочей цепи [1].

Большинство из этих устройств имеет по крайней мере один из следующих недостатков:

1) необходимость в размещении измерительного прибора в непосредственной близости к токоведущей части (приборы И. К. Кикоина, И. А. Черданцева, Кейната);

2) наличие вращающихся частей, что снижает надёжность и требует специального ухода (приборы К. Б. Карандеева, С. С. и Н. С. Добровольских, Гартмана, Нельке, Пестарини);

3) включение в схему магнетронов и тиратронов (приборы Р. Э. Альбрандта, Фитц-Джеральда);

4) неавтоматичность действия (прибор Дитша).

Среди известных в настоящее время измерительных устройств выделяются своими достоинствами так называемые измерительные трансформаторы постоянного тока дроссельного типа или трансдукторы. При их применении измерительные приборы и реле защиты не находятся под напряжением рабочей цепи, так как первичные и вторичные обмотки трансформатора изолированы друг от друга. Трансформаторы постоянного тока позволяют присоединять к себе одновременно несколько приборов (ампер-

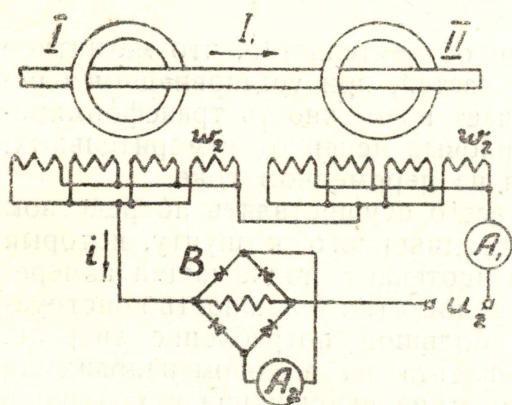
метры, ваттметры, счётчики, реле и т. п.) и при хорошем исполнении работают в классе точности 0,5. При этом трансформаторы действуют автоматически, не имеют вращающихся частей и не требуют непрерывного наблюдения за собой. Достоинством трансформатора является также отсутствие потребления мощности из сети постоянного тока, в то время как шунт может расходовать на себя несколько киловатт.

К недостаткам трансформаторов следует отнести применение вспомогательного переменного тока, сложность устройства, а также большую стоимость по сравнению с обычным измерительным трансформатором переменного тока.

Рассматриваемый измерительный трансформатор постоянного тока представляет собой электромагнитный аппарат, дающий возможность определять величину постоянного тока посредством измерения силы вспомогательного тока. Наличие связи между величинами обоих токов объясняется тем, что реактивное сопротивление обмоток переменного тока дросселей насыщения, входящих в состав трансформатора, зависит от подмагничивания постоянным током.

Аппарат получил свое название лишь благодаря сходству по устройству и назначению с измерительным трансформатором переменного тока, а не потому, что в нём действительно происходит трансформация постоянного тока.

Трансформатор может иметь один четырёхстержневой магнитопровод или два отдельных сердечника прямоугольной или кольцеобразной формы.



Фиг. 1

На фиг. 1 дана схема трансформатора, у которого обмоткой постоянного тока („первичной“ обмоткой) является шина, проходящая внутри тороидальных сердечников, имеющих на себе обмотки переменного тока w_2 („вторичные“ обмотки). Обмотки постоянного тока соединены последовательно и согласно, а обмотки переменного тока включены тоже последовательно, но встречно. Каждая вторичная обмотка разделена на параллельно включённые секции, которые равномерно распределяются по сердечнику для уменьшения влияния на точность измерений несимметрич-

ности в расположении каждого сердечника относительно шины.

Вторичный ток трансформатора выпрямляется с помощью сухих выпрямителей B и измеряется магнитоэлектрическим прибором A_2 . Кроме того, в цепь включается дополнительно амперметр A_1 электромагнитной системы, который при выходе из строя выпрямителей остаётся главным прибором контроля.

Схема трансформатора, предназначенного для измерения сил тока свыше 10 кА, дополняется специальным компенсирующим устройством, служащим для уменьшения погрешности. Оно состоит из небольшого трансформатора постоянного тока, через первичную обмотку которого протекает вторичный ток основного трансформатора. Вторичные токи обоих трансформаторов после выпрямления измеряются прибором A_2 схемы фиг. 1. Компенсирующее устройство включает в себя также ещё два сопротивления, из которых одно постоянно, а величина второго зависит от приложенного напряжения [5].

В трансформаторах высоких классов точности в качестве материала сердечников используются железоникелевые сплавы типа пермаллоя. Эти сплавы имеют высокую начальную магнитную проницаемость и неболь-

шие потери на гистерезис. Поэтому трансформаторы с магнитопроводами из сплавов типа пермаллой обладают следующими свойствами:

1. Существует прямая пропорциональность между постоянным и переменным токами.

2. Величина вторичного тока весьма слабо зависит от колебаний напряжения сети.

В [2] указывается, что при хорошем исполнении погрешность трансформатора не превосходит 0,5% при колебаниях напряжения в сети переменного тока в пределах $\pm 30\%$ от номинального значения.

3. Кривая вторичного тока за полупериод по своей форме близка к прямоугольнику, вследствие чего при выпрямлении получается постоянный ток, пропорциональный измеряемому постоянному току.

4. На кривой вторичного тока с большой точностью отражаются все изменения первичного тока, в том числе и такие, длительность которых меньше половины периода.

5. Расчёт трансформатора и анализ происходящих в цепи явлений значительно упрощаются благодаря возможности заменить кривую характеристики намагничивания отрезками двух прямых.

Но использование железоникелевых сплавов затрудняется их дефицитностью, высокой стоимостью, чувствительностью к наклёпу и механическим напряжениям. Поэтому было бы весьма желательно заменить эти сплавы электротехнической сталью, особенно в тех случаях, когда к трансформаторам не предъявляются требования о работе в высоком классе точности. Указания на возможность такой замены имеются в [3, 6].

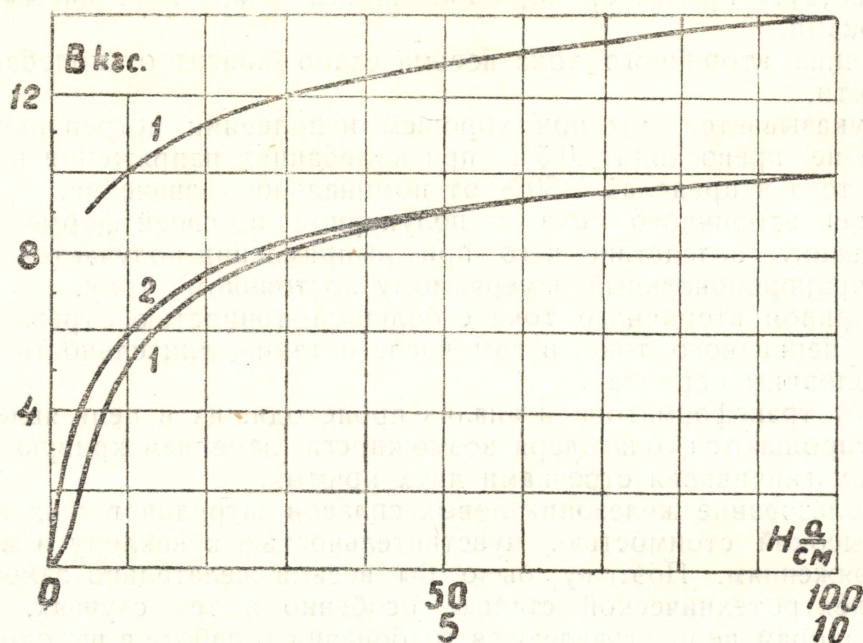
Большинство исследователей занималось изучением свойств трансформатора постоянного тока с магнитопроводами из железоникелевых сплавов с высокой начальной магнитной проницаемостью, в то время как процессы, идущие в трансформаторе с сердечниками из электротехнической стали, освещены недостаточно.

В случае применения электротехнической стали в качестве материала сердечников анализ явлений в трансформаторе затрудняется тем, что характеристика намагничивания стали далека от идеальной прямоугольной характеристики. Поэтому, во-первых, приходится учитывать изменение индукции одновременно в обоих дросселях в течение каждой половины периода и, во-вторых, принимать во внимание явление гистерезиса, которое заметно сказывается на величине вторичного тока и на форме его кривой.

Первое обстоятельство приводит к тому, что получающиеся уравнения и их решения оказываются громоздкими, а второе вынуждает использовать в расчётах не основную, а среднюю кривую намагничивания с абсциссами, равными полусуммам соответствующих абсцисс ветвей петли гистерезиса. Средняя кривая намагничивания может быть заменена безгистерезисной кривой намагничивания, которая получается опытным путём. Как известно, при снятии её на постоянное поле накладывается переменное поле с плавно убывающей до нуля амплитудой. Ординаты этой кривой являются однозначной функцией напряжённости постоянного магнитного поля, так как наложение переменного поля устраняет гистерезисные явления. Безгистерезисная кривая (№ 2 на фиг. 2) более близка к средней кривой намагничивания, чем основная (№ 1 на фиг. 2), и даёт некоторое уточнение результатов, особенно в области малых токов.

Как уже упоминалось, учёт изменения индукции в обоих сердечниках приводит к усложнению уравнений, поэтому приходится прибегать к упрощениям, облегчающим получение решений. Так, например, при наличии значительного активного сопротивления кривая характеристики намагничивания заменяется отрезками прямых. Если же активное сопротивление имеет такую величину, что им можно пренебречь, то уравнения, по которым находятся мгновенные значения вторичного тока, могут быть со-

ставлены с использованием аналитического выражения характеристики намагничивания. Кроме того, при том же условии ($r=0$) можно простым



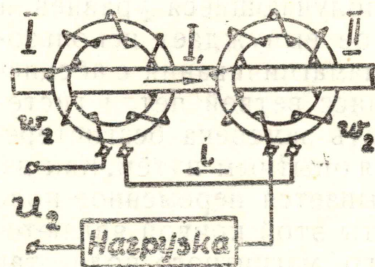
Фиг. 2

графическим способом определять мгновенные значения вторичного тока и по ним построить кривую изменения этого тока.

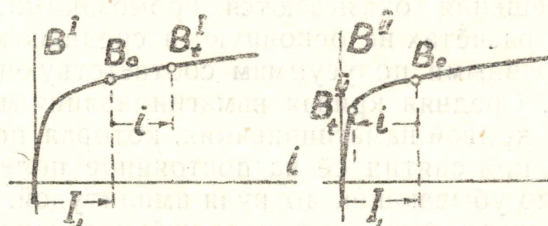
Определение величины вторичного тока с учетом активного сопротивления

Обратимся к фиг. 3, на которой схематически показано устройство трансформатора постоянного тока.

Выше уже указывалось, что обмотки постоянного тока считаем включёнными согласно, а обмотки переменного тока—встречно. Поэтому индукции B_0 , существующие в обоих сердечниках в момент перехода вторич-



Фиг. 3



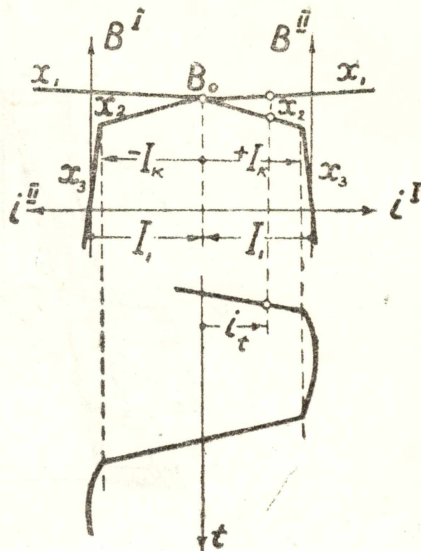
Фиг. 4

ного тока через нулевое значение, будут одинаковыми по знаку и величине. Точки B_0 на характеристиках намагничивания могут быть легко найдены, если известно значение постоянного тока I_1 (фиг. 4). В последующие моменты величины индукций и, следовательно, положение точек B_1 и B_2 на характеристиках будут определяться алгебраической суммой тока I и вторичного тока i , приведённых к одному и тому же числу витков, например w_2 . Если в рассматриваемый полупериод оба тока создают в сердечнике I потоки одинакового направления, то точка B_1 на характеристике будет перемещаться вправо до тех пор, пока нарастает ток i , а

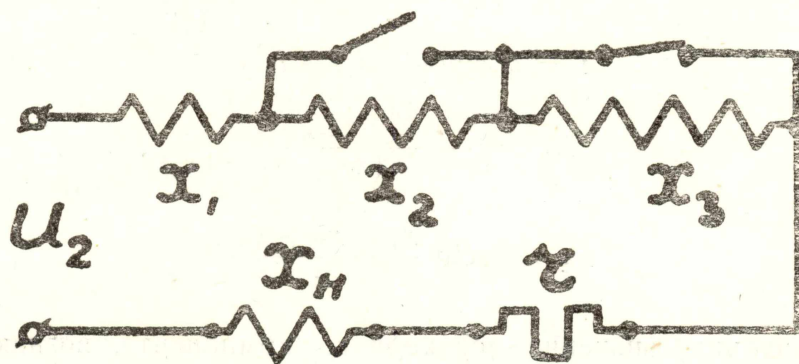
затем, по мере его уменьшения, смещается влево и, наконец, снова займёт положение B_0 . В этот же полупериод в сердечнике дросселя II потоки будут направлены встречно. Поэтому точка B''_1 двигается по характеристике в области, находящейся влево от точки B_0 . В следующий полупериод знак вторичного тока изменится на обратный, в соответствии с чем оба магнитных тока в сердечнике дросселя I будут иметь противоположные направления, а в сердечнике II одинаковые.

Для определения величины вторичного тока заменим кривую характеристики тремя отрезками прямых, из которых первый и второй граничат в точке B_0 (фиг. 5.) Характеристики совместим точками B_0 , повернув для этого одну из них на 180° . Такое расположение характеристик отражает, во-первых, факт равенства индукций в сердечниках при отсутствии переменного тока во вторичных обмотках и, во-вторых, то, что потоки, создаваемые постоянным и переменным токами, в течение каждого полупериода в одном из сердечников совпадают по направлению, а в другом противоположны. С другой стороны, разместив таким образом характеристики, сможем легко проследить за изменением индукции в каждом сердечнике, откладывая значение i в зависимости от его знака вправо или влево от вертикали, проходящей через точку B_0 .

Соответственно области характеристики индуктивное сопротивление вторичной обмотки дросселя может быть равно x_1 , x_2 или x_3 . Так, например, в момент, показанный на фиг. 5, индуктивное сопротивление обмотки первого дросселя равно x_1 , а второго — x_2 . В каждый полупериод сопротивление обмотки подмагничиваемого переменным током дросселя равно x_1 , а сопротивление обмотки w_2 , размагничиваемого тем же током дросселя, будет равно x_2 или x_3 в зависимости от величины индукции.



Фиг. 5



Фиг. 6

В дальнейшем будем полагать, что напряжение на зажимах вторичной цепи изменяется по закону синуса и что отсутствует отдача энергии из сети переменного тока в цепь постоянного тока. Последнее близко к действительности, так как первичная обмотка трансформатора рассматриваемой конструкции имеет всего один виток, вследствие чего э.д.с., возникающая на зажимах этой обмотки, составляет доли вольта и не может создать заметных токов.

Согласно [4] переход индукции в стали дросселя из одной области характеристики в другую следует представлять как мгновенное шунтирование одного из сопротивлений и одновременное введение в цепь другого сопротивления путём отключения его рубильника. Поэтому в соответствии со схемой замещения можем написать, что вторичный ток i в пределах от $-I_K$ до $+I_K$ (фиг. 5 и 7) изменяется по закону:

где

$$\varphi_1 = \arctg \frac{x_1 + x_2 + x_H}{r},$$

$$\tau_1 = \frac{x_1 + x_2 + x_n}{\omega r} - \text{постоянная времени цепи.}$$
$$i_2 = I_{2M} \sin(\omega t - \varphi_2) + I_{n2} e^{-\frac{t-t_2}{\tau_2}}, \quad (2)$$

$$\text{где } I_{2M} = \frac{U_M}{\sqrt{r^2 + (x_1 + x_3 + x_n)^2}},$$

$$\varphi_2 = \arctg \frac{x_1 + x_3 + x_n}{r};$$

I_{n2} — начальное значение переходного компонента, появляющегося в момент t_2 перемещения точки B_t^H из области 2 в область 3 характеристики;

$$\tau_2 = \frac{x_1 + x_3 + x_n}{\omega r} \text{ — постоянная времени цепи.}$$

Неизвестные величины t_1 , t_2 , I_{n1} и I_{n2} , входящие в выражения (1) и (2), связаны между собой уравнениями (3–6), которые составлены с учётом того, что в момент t_1 ток i_1 равен $-I_K$, в момент t_2 тот же ток имеет ве-

личину $+I_K$, а ток i_2 в моменты t_2 и $\frac{T}{2} + t_1$ равняется $+I_K$ (фиг. 7).

$$I_{1M} \sin(\omega t_1 - \varphi_1) + I_{n1} = -I_K, \quad (3)$$

$$I_{1M} \sin(\omega t_2 - \varphi_1) + I_{n1} e^{\frac{-t_2 - t_1}{\tau_1}} = I_K, \quad (4)$$

$$I_{2M} \sin(\omega t_2 - \varphi_2) + I_{n2} = I_K \quad (5)$$

$$I_{2M} \sin(\omega t_1 + \pi - \varphi_2) + I_{n2} e^{-\frac{t_1 + \frac{T}{2} - t_2}{\tau_2}} = I_K. \quad (6)$$

Действующее значение переменного тока может быть найдено из выражения:

$$I = \left(\frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1 + \frac{T}{2}} i^2 dt \right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{2}{T} \left(\int_{t_1}^{t_2} i_1^2 dt + \int_{t_2}^{t_1 + \frac{T}{2}} i_2^2 dt \right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Если в (7) подставить вместо i_1 и i_2 равные части выражений (1) и (2), то получим:

$$\begin{aligned} I = & \left(\frac{2}{T} \right)^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{1}{\omega} I_{1M}^2 \left[0,5(\omega t_2 - \omega t_1) + 0,25 \sin 2(\omega t_1 - \varphi_1) - \right. \right. \\ & \left. \left. - 0,25 \sin 2(\omega t_2 - \varphi_1) \right] + \frac{2\tau_1}{1 + \omega^2 \tau_1^2} I_{1M} I_{n1} \left[d \left(e^{\frac{-t_2 - t_1}{\tau_1}} \sin \omega t_2 - \sin \omega t_1 \right) - \right. \right. \\ & \left. \left. - f(e^{\frac{-t_2 - t_1}{\tau_1}} \cos \omega t_2 - \cos \omega t_1) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\omega} I_{2M}^2 \left[0,5(\omega t_1 - \omega t_2 + \pi) - 0,25 \sin 2(\omega t_1 - \varphi_2) + \right. \right. \\ & \left. \left. + 0,25 \sin 2(\omega t_2 - \varphi_2) \right] + \frac{2\tau_2}{1 + \omega^2 \tau_2^2} I_{2M} I_{n2} \left[-g(e^{\frac{t_1 + \frac{T}{2} - t_2}{\tau_2}} \sin \omega t_1 + \right. \right. \end{aligned}$$

$$+ \sin \omega t_2) + h \left(e^{\frac{t_1 + \frac{T}{2} - t_2}{\tau_2}} \cos \omega t_1 + \cos \omega t_2 \right) + \\ + \frac{\tau_1}{2} I_{n1}^2 \left(1 - e^{-2 \frac{t_2 - t_1}{\tau_1}} \right) + \frac{\tau_2}{2} I_{n2}^2 \left(1 - e^{-2 \frac{t_1 + \frac{T}{2} - t_2}{\tau_2}} \right) \Bigg\}^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

где

$$d = \omega \tau_1 \sin \varphi_1 - \cos \varphi_1, \\ f = \sin \varphi_1 + \omega \tau_1 \cos \varphi_1, \\ g = \omega \tau_2 \sin \varphi_2 - \cos \varphi_2, \\ h = \sin \varphi_2 + \omega \tau_2 \cos \varphi_2.$$

Определение величины вторичного тока без учёта активного сопротивления

Если активное сопротивление вторичной цепи мало и им пренебрегаем, то можно получить формулу для определения мгновенных значений переменного тока, заменяя отрезком прямой только ту часть характеристики намагничивания, которая находится за точкой перегиба, и выражая аналитически начальную часть той же характеристики.

Для вывода указанной выше формулы, считая $r=0$ и принимая во внимание встречное включение вторичных обмоток, напомним основное уравнение напряжений для вторичной цепи:

$$- \left[\left(-w_2 S \frac{dB^I}{dt} \right) - \left(-w_2 S \frac{dB^{II}}{dt} \right) \right] + L_n \frac{di}{dt} = U_m \sin(\omega t + \varphi), \quad (9)$$

где B^I и B^{II} — мгновенные значения индукций в стали первого и второго дросселей;

w_2 — число витков вторичной обмотки;

S — сечение сердечника дросселя;

L_n — индуктивность нагрузки вторичной цепи;

U_m — амплитудное значение напряжения, приложенного к зажимам вторичной цепи трансформатора;

φ — фазовый угол в момент перехода тока i через нулевое значение ($t=0$).

Имея в виду, что точка B_0 находится за точкой перегиба (фиг. 4) и что участок характеристики, расположенный за этой точкой, может быть заменён отрезком прямой, представим первый член выражения (9) в виде

$$-w_2 S \frac{dB^I}{dt} = -L^1 \frac{di}{dt}, \quad (10)$$

где

$$L^1 = \frac{d\Psi^1}{di} \approx \text{const.}$$

Выразим начальный участок характеристики намагничивания следующим образом (фиг. 4):

$$I_1 - i = \alpha sh \beta B^{II}. \quad (11)$$

Здесь I_1 — значение постоянного тока, приведённого к числу витков вторичной обмотки.

Тогда

$$\frac{di}{dt} = -\alpha \beta ch \beta B^{II} \frac{dB^{II}}{dt}. \quad (12)$$

После подстановки (10) и (12) в выражение (9), имеем:

$$(L^I + L_{II}) \alpha \beta \operatorname{ch} \beta B^{II} \frac{dB^{II}}{dt} + w_2 S \frac{dB^{II}}{dt} + U_m \sin(\omega t + \beta) = 0.$$

Разделив переменные и проинтегрировав, а также приняв во внимание то, что при отсутствии вихревых токов, гистерезиса и активного сопротивления можно полагать φ равным 90° , получим

$$\alpha(L^I + L_{II}) \operatorname{sh} \beta B^{II} \Big|_{B_0}^{B_t^{II}} + w_2 S B^{II} \Big|_{B_0}^{B_t^{II}} + \frac{U_m}{\omega} \sin \omega t \Big|_0^t = 0$$

или

$$\alpha \operatorname{sh} \beta B_t^{II} + \frac{w_2 S}{L^I + L_{II}} B_t^{II} - \alpha \operatorname{sh} \beta B_0 - \frac{w_2 S}{L^I + L_{II}} B_0 + \frac{U_m}{\omega(L^I + L_{II})} \sin \omega t = 0. \quad (13)$$

Здесь неизвестным является только B_t^{II} — мгновенное значение индукции в момент времени t , а остальные величины, в том числе и B_0 , заданы. B_0 легко найти по характеристике намагничивания, так как в момент $t=0$, когда вторичный ток отсутствует, величина индукции определяется только удельными ампервитками постоянного тока.

Находя из уравнения (13) величины $\alpha \operatorname{sh} \beta B_t^{II}$, соответствующие различным моментам времени, и подставляя их в выражение (11), получим мгновенные значения вторичного тока i , зная которые строим кривую изменения этого тока за половину периода. Связанные с этим действия можно упростить, для чего перепишем выражение (13) в следующем виде:

$$\alpha \operatorname{sh} \beta B_t^{II} + \frac{w_2 S}{L^I + L_{II}} B_t^{II} = \alpha \operatorname{sh} \beta B_0 + \frac{w_2 S}{L^I + L_{II}} B_0 - \frac{U_m}{\omega(L^I + L_{II})} \sin \omega t.$$

Обозначим

$$F(B^{II}) = \alpha \operatorname{sh} \beta B_t^{II} + \frac{w_2 S}{L^I + L_{II}} B_t^{II}.$$

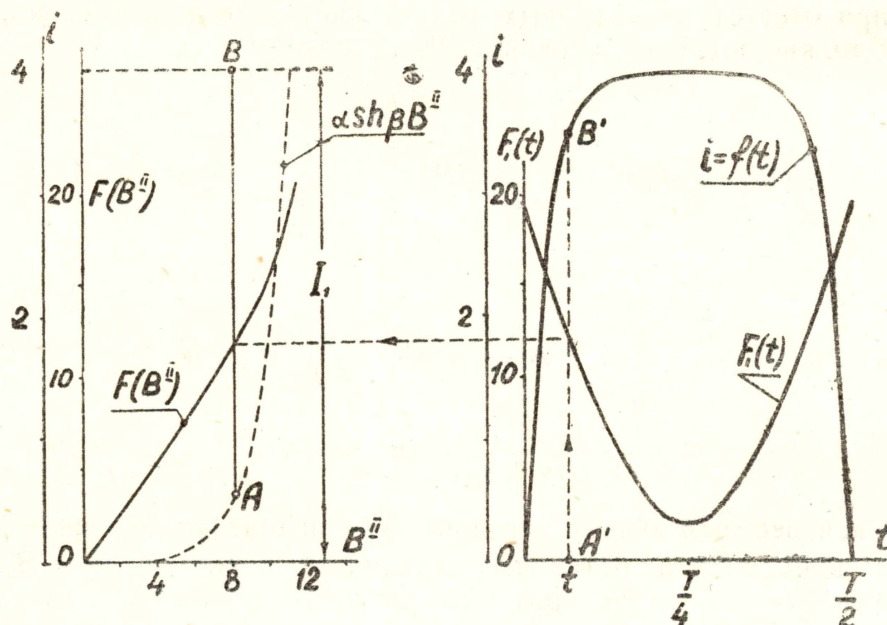
$$F_1(t) = \alpha \operatorname{sh} \beta B_0 + \frac{w_2 S}{L^I + L_{II}} B_0 - \frac{U_m}{\omega(L^I + L_{II})} \sin \omega t.$$

Задаваясь моментами времени t в пределах от 0 до $\frac{T}{2}$ и индукциями B^{II} , начиная от B_0 , строим кривые $F_1(t)$, $F(B^{II})$ и $\alpha \operatorname{sh} \beta B^{II}$ (фиг. 8). Кроме того, следует провести пунктирную горизонталь на расстоянии I_1 от оси индукций.

После этого определение мгновенных значений тока осуществляется очень просто, а именно: задавшись моментом времени t (см. правую часть фиг. 8), поднимаемся до кривой $F_1(t)$, затем по горизонтали идём влево до кривой $F(B^{II})$. Вертикаль AB , проведённая через точку пересечения горизонтали с кривой $F(B^{II})$, в масштабе равна мгновенному значению тока, так как $i = I_1 - \alpha \operatorname{sh} \beta B^{II}$. Величину i нужно отложить на правой части фиг. 8 от оси t (отрезок $A'B^1$).

Повторив эти действия необходимое число раз, получим ряд точек, принадлежащих кривой $i = f(t)$.

Точно таким же образом может быть получено аналитическое выражение для мгновенных значений вторичного тока, если характеристика намагничивания будет описана с помощью формулы $i = aB + bB^3$. В этом случае можно обойтись без построения вспомогательных кривых, сразу вычисляя значения i .



Фиг. 8

Не повторяя всех действий, укажем, что, идя тем же самым путём получим кубическое уравнение, решив которое найдём, что

$$B_t'' = v - \frac{p}{3v}, \quad (14)$$

где

$$v = \sqrt[3]{-q + \sqrt{q^2 + p^3}},$$

$$p = \frac{a(L^1 + L_n) + \omega_2 S}{3b(L^1 + L_n)},$$

$$q = \frac{U_m \sin \omega t}{2\omega b(L^1 + L_n)} - \frac{a(L^1 + L_n) + \omega_2 S}{2b(L^1 + L_n)} B_0 - \frac{1}{2} B_0^3.$$

После подстановки (14) в выражение

$$I_1 - i = a B_t'' + b (B_t'')^3$$

имеем

$$i = I_1 - a \left(v - \frac{p}{3v} \right) - b \left(v - \frac{p}{3v} \right)^3. \quad (15)$$

Недостатками обоих методов, освещённых в этом параграфе, являются сложность подсчётов и невозможность прямого вычисления действующего значения вторичного тока. Одновременно следует отметить, что при использовании аналитического выражения характеристики намагничивания $i = aB + bB^3$ получаются менее точные результаты, причиной чего служит некоторое несовпадение расчётной кривой, построенной по этому выражению, с действительной кривой характеристики.

Определение величины вторичного тока без учета активного сопротивления и нагрузки вторичной цепи

Предполагая, что активное сопротивление и нагрузка вторичной цепи равны нулю, на основании уравнения (9) можно показать, что разность мгновенных значений индукций в сердечниках трансформатора постоянного тока изменяется по закону синуса, т. е.

$$B_t^I - B_t^{II} = B_m \sin \omega t, \quad (16)$$

где

$$B_m = \frac{U_m}{\omega w_2 S}.$$

Подставим в (16) значения B_t^I и B_t^{II} , полученные из выражения

$$H = \alpha \operatorname{sh} \beta B,$$

описывающего характеристику намагничивания. При этом учтём, что в течение каждого полупериода только для одного из сердечников постоянная и переменная слагающие напряжённости поля имеют одинаковые знаки. Поэтому следует написать, что

$$B_t^I = \frac{1}{\beta} \operatorname{Arsh} \frac{H_1 + H_{2t}}{\alpha}, \quad (17)$$

$$B_t^{II} = \frac{1}{\beta} \operatorname{Arsh} \frac{H_1 - H_{2t}}{\alpha}. \quad (18)$$

Здесь H_1 — постоянная слагающая напряжённости магнитного поля;
 H_{2t} — мгновенное значение напряжённости поля, создаваемой переменным током.

Подставив (17) и (18) в выражение (16), получим

$$\frac{1}{\beta} \left(\operatorname{Arsh} \frac{H_1 + H_{2t}}{\alpha} - \operatorname{Arsh} \frac{H_1 - H_{2t}}{\alpha} \right) = B_m \sin \omega t,$$

или после преобразований

$$(H_1 + H_{2t}) \left[1 + \left(\frac{H_1 - H_{2t}}{\alpha} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - (H_1 - H_{2t}) \left[1 + \left(\frac{H_1 + H_{2t}}{\alpha} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \\ = \alpha \operatorname{sh}(\beta B_m \sin \omega t).$$

Дважды возведя в квадрат это выражение, получим биквадратное уравнение

$$H_{2t}^4 + p H_{2t}^2 + q = 0,$$

в котором

$$p = \alpha^2 - 2H_1^2 \left(1 + \frac{2}{\operatorname{sh}^2(\beta B_m \sin \omega t)} \right),$$

$$q = \alpha H_1^2 + H_1^4 - \left[\frac{1}{2} \alpha^2 \operatorname{sh}(\beta B_m \sin \omega t) \right]^2.$$

Решение этого уравнения:

$$H_{2t} = \left[-\frac{p}{2} + \left(\frac{p^2}{4} - q \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Мгновенное значение вторичного тока в момент t будет равно:

$$i_{2t} = \frac{l_{cp}}{w_2} H_{2t}, \quad (20)$$

где l_{cp} — длина средней магнитной линии.

Благодаря сложности интеграла $\int H_{2t}^2 dt$ не удалось получить выражение для определения действующего значения вторичного тока, которое однако, можно вычислить по формуле

$$I_2 = \frac{l_{cp}}{w_2} \sqrt{(H_{2t}^2)_{cp}}.$$

Для этого нужно построить кривую $H_{2t} = f(t)$ и найти среднее значение квадратов переменной слагающей напряжённости поля $(H_{2t}^2)_{cp}$ за время одного полупериода.

Довольно простая формула для подсчёта действующего значения вторичного тока может быть получена тем же путём, но подстановкой в (16) мгновенных значений индукции из аналитического выражения характеристики намагничивания

$$B = \frac{H}{a + bH}. \quad (21)$$

Рассуждая таким же образом, как и раньше, имеем право написать

$$B_t^I = \frac{H_1 + H_{2t}}{a + b(H_1 + H_{2t})}$$

для подмагничиваемого в данный полупериод сердечника

$$\text{и} \quad B_t^{II} = \frac{H_1 - H_{2t}}{a + b(H_1 - H_{2t})}$$

для размагничиваемого переменным током сердечника.

Используя выражение (16), получим

$$\frac{H_1 + H_{2t}}{a + b(H_1 + H_{2t})} - \frac{H_1 - H_{2t}}{a + b(H_1 - H_{2t})} = B_m \sin \omega t.$$

После упрощения будем иметь уравнение

$$H_{2t}^2 + 2 \frac{m}{\sin \omega t} H_{2t} - n = 0,$$

в котором

$$m = \frac{a}{b^2 B_m} \quad \text{и} \quad n = \left(\frac{a + bH_1}{b} \right)^2.$$

Решение этого уравнения

$$H_{2t} = - \frac{m}{\sin \omega t} + \left(\frac{m^2}{\sin^2 \omega t} + n \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

позволяет найти мгновенное значение тока

$$i_{2t} = \frac{l_{cp}}{w_2} H_{2t}. \quad (23)$$

Если выполнить все действия, необходимые для отыскания действующего значения, то получим следующее:

$$H_{2\text{эф}} = \left\{ n + \frac{4}{\pi} m \sqrt{m^2 + n} \left[E(\alpha) - K(\alpha) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (24)$$

где $K(\alpha)$ и $E(\alpha)$ представляют собой нормальные формы Лежандра эллиптических интегралов первого и второго рода, причём

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{n}{m^2 + n} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Значения $K(\alpha)$ и $E(\alpha)$ легко отыскиваются по таблицам, приводимым, например, в [Л. 7]. Поэтому определение $H_{2\text{эф}}$, если даны m и n , осуществляется без затруднения.

Зная $H_{2\text{эф}}$, можем найти действующее значение вторичного тока

$$I_2 = \frac{l_{cp}}{w_2} H_{2\text{эф}}. \quad (25)$$

Например, пусть дано:

$$m = 2,43; \quad n = 500; \quad \frac{l_{cp}}{w_2} = 0,203,$$

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{500}{2,43^2 + 500} \right)^{\frac{1}{2}} \cong 83^\circ.$$

По таблице [7, стр. 177] находим

$$E(\alpha) = 1,0223, \quad K(\alpha) = 3,5004,$$

$$I_2 = 0,203 \left[500 + \frac{4}{\pi} 2,43 \sqrt{2,43^2 + 500} (1,0223 - 3,5004) \right]^{\frac{1}{2}} = 3,67a.$$

Следует отметить, что выражение (21) описывает характеристику намагничивания не при всех отрицательных значениях напряжённости поля, а только в небольших границах. Поэтому нужно при подсчётах предварительно каким-либо способом, например, графическим (см. ниже) проверить, не заходит ли слишком далеко вниз по характеристике минимальное значение индукции $B_{\text{мин}}$.

Определение мгновенных значений вторичного тока графическим путем

Общим недостатком описанных выше способов определения величины вторичного тока трансформатора является зависимость результатов от точности замены характеристики намагничивания какой-либо кривой или отрезками прямых. Чтобы избежать связанных с этим обстоятельством дополнительных погрешностей, следует находить величину вторичного тока, используя непосредственно саму характеристику намагничивания. Для выяснения возможности этого вернёмся к уравнению (9):

$$w_2 S \frac{dB^I}{dt} - w_2 S \frac{dB^{II}}{dt} + L_n \frac{di}{dt} = U_m \sin(\omega t + \beta).$$

Разделив переменные и проинтегрировав, получим:

$$B^I \Big|_{B_0^I}^{B_t^I} - B^{II} \Big|_{B_0^{II}}^{B_t^{II}} + \frac{L_n}{w_2 S} i \Big|_0^{i_t} = - \frac{U_m}{\omega w_2 S} \cos(\omega t + \beta) \Big|_0^t$$

Считая, что индукции в обоих сердечниках в момент перехода вторичного тока через нулевое значение ($t=0$) одинаковы и равны B_0 , а также полагая $\beta = \frac{\pi}{2}$, имеем

$$B_t^I - B_t^{II} + \frac{L_n}{\omega_2 S} i_t = B_m \sin \omega t, \quad (26)$$

где

$$B_m = \frac{U_m}{\omega \omega_2 S}.$$

Выражение (26) может быть использовано для графического определения мгновенных значений вторичного тока и построения кривой изменения этого тока.

Процесс построения состоит в следующем. Совместим точками B_0 обе характеристики намагничивания, повернув одну из них на 180° , что позволит легко находить разность индукций (фиг. 9). Начиная от точки A , проведём прямую AC под углом α , тангенс которого численно равен $\frac{L_n}{\omega_2 S}$. Затем, задаваясь последовательно возрастающими значениями тока i и откладывая их от точки A вправо, будем определять разности $(B_t^I - B_t^{II})$, заключённые между кривыми характеристик, и суммировать их

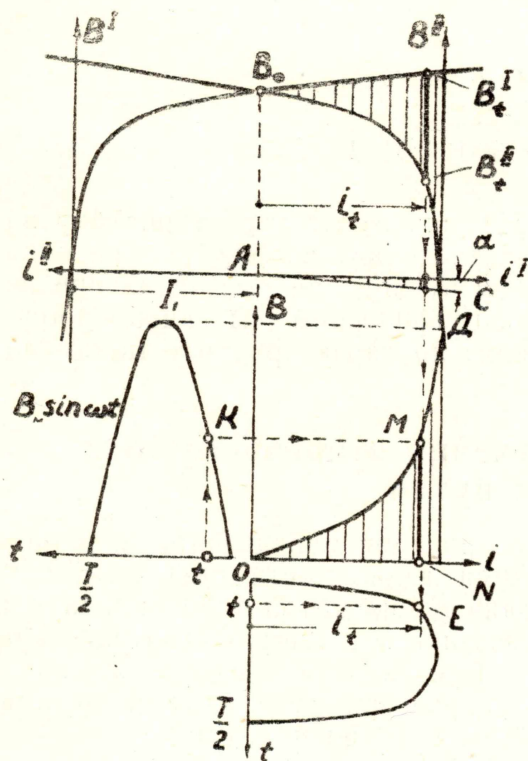
с величинами $\frac{L_n}{\omega_2 S} i_t$, находящимися на одной вертикали с ними.

Суммы $(B_t^I - B_t^{II}) + \frac{L_n}{\omega_2 S} i_t$ следует

откладывать на той же вертикали от оси Oi . Соединив кривой верхние точки отрезков, изображающих в масштабе эти суммы, получим кривую OD , которая совместно с синусоидой $B_m \sin \omega t$ служит для определения мгновенных значений вторичного тока. Например, задавшись моментом времени t , поднимемся вверх до пересечения с синусоидой в точке K , затем идём по горизонтали до точки M кривой OD . Далее находим положение точки E , лежащей на пересечении вертикали, проходящей через точку M , с горизонталью, проведенной через вторую точку t на вертикальной оси. Отрезок tE в масштабе дает величину вторичного тока.

Повторив подобное построение для различных моментов времени, найдём ряд точек, соединив которые

получим кривую изменения вторичного тока за половину периода.



Фиг. 9

Проверка

Для проверки изложенного выше материала был изготовлен трансформатор постоянного тока из деталей измерительного трансформатора переменного тока типа ТП. Трансформатор имеет два тороидальных сердеч-

ника, набранных из штамповок толщиной 0,35 мм. Сечение каждого сердечника равно 20 см² при длине средней линии 45,6 см. Первичная обмотка состоит из 45 витков медной проволоки сечением 6 мм². Вторичная обмотка каждого дросселя равномерно распределена по сердечнику и имеет 225 витков из обмоточного алюминиевого провода сечением 3,2 мм². Активное сопротивление обеих обмоток в нагретом состоянии равно 1,02 ом. Во вторичную цепь включена нагрузка в виде катушки с воздушным сердечником, имеющая индуктивное сопротивление 2 ом и активное 5,35 ом.

На фиг. 2 показаны основная (1) и безгистерезисная (2) кривые намагничивания сердечника, снятые с помощью флюксметра.

В помещённую ниже таблицу сведены результаты подсчётов и непосредственного измерения действующего значения вторичного тока при постоянной слагающей напряжённости поля, равной 20 а/см.

Таблица

№ п.п.	№ выражений, использованных при подсчёте	I ампер	% расхождения с опытом	Примечание
1	8,	3,48	-7,0	U = 127 в Действующее значение тока по данным опыта I = 3,72 а.
2	13	3,53	-5,1	
3	15	3,35	-9,95	
4	25	3,67	-1,4	
5	26	3,64	-2,2	

Действующее значение вторичного тока было найдено в первом и четвертом случаях без графических построений, в остальных случаях находились мгновенные значения и возводились в квадрат, после чего строились кривые $i^2 = f(t)$, которые использовались для определения $I = \sqrt{(i^2)_{cp}}$.

Как это видно из таблицы, расхождение с опытом идёт в сторону уменьшения, что можно объяснить следующим. Во-первых, учёт явления гистерезиса был неполным, хотя использованием безгистерезисной кривой намагничивания были внесены поправки. Во-вторых, величина тока, известная из опыта, является завышенной, так как, несмотря на включение в цепь постоянного тока гасящих дросселей, происходила небольшая отдача энергии из вторичной цепи в первичную за счёт токов чётных гармоник.

Кроме того, следует отметить, что на результаты подсчётов во всех случаях, кроме № 5, оказывает заметное влияние точность аналитического выражения кривой намагничивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Б. Попов. Контроль расхода электроэнергии, Металлургиздат, 1945.
2. Я. М. Червоначенко. Передача энергии постоянным током, глава VIII, составленная кандидатом техн. наук Ю. Г. Толстовым, изд-во АН СССР, 1948.
3. А. Г. Никифоров. Измерительный трансформатор постоянного тока, ВЭП № 10—11, 1939.
4. А. А. Бессонов. Электрические цепи со сталью, ГЭИ, 1948.
5. W. Krämer. Prüfung des Gleichstrommesswandlers und seine Fehlerkompensation. AEG.— Mitt. H. 5, 1939.
6. W. Krämer. Ein einfacher Gleichstrommeswandler mit echten Stromwandlereigenschaften. ETZ, H. 49, 1937.
7. Е. Янке и Ф. Эмде. Таблицы функций, ОГИЗ, 1948.