ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
Том 73 ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА 1952 г.

О МЕТОДИКЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМОВ В ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКЕ ПРИ НЕОДНОВРЕМЕННОМ ВКЛЮЧЕНИИ ЗАЖИМОВ

А. Н. ЖИЛИН

Введение

Методика исследования переходных режимов в электрических цепях при одновременном включении зажимов разработана весьма подробно [1;2]. Однако в современной электротехнике используются в ряде случаев цепи, зажимы которых включаются неодновременно и в любом порядке следования. Интервалы времени между включениями могут быть при этом такими, при которых переходные процессы накладываются друг на друга. Переходные процессы, получающиеся при неодновременном включении зажимов, исследованы недостаточно. Способы Крона, Пен-Тун-Саа и других здесь вряд ли применимы, так как они не дают упрощений даже при рассмотрении обычных установившихся режимов. Использовать теорему запаздывания в цепи общего вида также затруднительно, а метод Тевенена—Гельмгольца приводит к громоздким, практически нецелесообразным вычислениям.

Отсутствие материала по данному вопросу побудило нас попытаться дать методику расчета переходных процессов в линейном n-полюснике при неодновременном включении его зажимов [3].

Согласно этой методике электрическое состояние линейного многополюсника может быть записано для любого момента времени уравнением

$$[R]\overrightarrow{i}+[L]\frac{\overrightarrow{di}}{dt}+[K]\int\overrightarrow{idt}\overset{m}{=}\overrightarrow{U_e}\,. \tag{1}$$

Здесь

$\overrightarrow{U_e}$ — m-мерный вектор напряжения, компонентами которого являются приложенные к зажимам $1,2\ldots,\ m\leqslant n$ внешние напряжения.

$\overrightarrow{i}$ — m-мерный вектор тока, компонентами которого являются токи, текущие через зажимы $1,2\ldots,\ m\leqslant n$.

$[R], [L], [K]=[C]^{-1}$ — матрицы, являющиеся обобщенными параметрами n-полюсника при наличии m включенных зажимов.

Решение матричного уравнения (1) в операционной форме имеет вид:

$$\overrightarrow{I(p)}\overset{m}{=}[Y(p)](\overrightarrow{U_e}(p)-\overrightarrow{U_i}(p)), \tag{2}$$

где

$$\Big[Y(p)\Big]\overset{m}{=}\Big[Z(p)\Big]^{-1}\overset{m}{=}\Big[[R]+p[L]+\frac{1}{p}[K]\Big]^{-1} \tag{3}$$

матрица проводимости цепи при m включенных зажимах, а

$$\overrightarrow{U_i}(p) \overset{m}{=} \overrightarrow{U_c}(0) - p\,[L]\,\overrightarrow{i}(0) \tag{4}$$

напряжение, появляющееся в уравнении (2) за счет неодновременного включения зажимов n-полюсника при m включенных зажимах.

При одновременном включении m зажимов, ввиду предполагаемой пассивности n-полюсника, напряжение $U_i(p)$ будет равно нулю.

Переход от операционного соотношения (2) к временным зависимостям производится обычными методами, например, при помощи интегральных вычетов или при помощи теоремы разложения.

Матрицы сопротивления и проводимости $[\overset{m}{Z}(p)]$, $[\overset{m}{Y}(p)]$ для m включенных зажимов находятся по полным матрицам $[\overset{n}{Z}(p)]$, $[\overset{n}{Y}(p)]$ при n включенных зажимах n-полюсника. Если матрицы сопротивления неособенные, то полные и сокращенные матрицы проводимости находятся, как обратные им:

$$[\overset{n}{Y}(p)] = [\overset{n}{Z}(p)]^{-1} \text{ и } [\overset{m}{Y}(p)] = [\overset{m}{Z}(p)]^{-1}. \tag{5}$$

Сокращенные матрицы сопротивления $[\overset{m}{Z}(p)]$ определяются по полной матрице сопротивления $[\overset{n}{Z}(p)]$ простым вычеркиванием крайних столбцов и нижних строк до m-столбца и m-строки по схеме:

$$\left[\overset{n}{Z}(p)\right] = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12}, \ldots, Z_{1m}, \ldots, Z_{1n} \\ Z_{21}, Z_{22}, \ldots, Z_{2m}, \ldots, Z_{2n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Z_{m1}, Z_{m2} \ldots, Z_{mm}, \ldots, Z_{mn} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ Z_{n1}, Z_{n2} \ldots, Z_{nm}, \ldots, Z_{nn} \end{bmatrix}; \quad \left[\overset{m}{Z}(p)\right] = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12}, \ldots, Z_{1m} \\ Z_{21}, Z_{22}, \ldots, Z_{2m} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ Z_{m1}, Z_{m2}, \ldots, Z_{mm} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Элементы полной матрицы сопротивления могут быть вычислены на основании соотношения

$$\left\{\overset{n}{Z}\right\}_{ik} = \left(\frac{U_i}{I_k}\right)_{\overset{n}{I} = I_k}. \tag{7}$$

В выражении (7) вектор $\overset{n}{I}$ имеет вид

$$I = (0, 0, \ldots, I_k, \ldots, 0),\ k = 1, 2, \ldots, n. \tag{8}$$

В тех случаях, когда матрица сопротивления особенная, значения элементов полной матрицы проводимости можно определить, исходя из зависимости

$$\left\{\overset{n}{Y}\right\}_{ik} = \left(\frac{\dot{I}_i}{\dot{U}_k}\right)_{\overset{n}{U} = \dot{U}_k}, \tag{9}$$

в которой

$$\overset{n}{U} = (0, 0, \ldots, \dot{U}_k, \ldots, 0),\ k = 1, 2, \ldots n. \tag{10}$$

Зная элементы полной матрицы проводимости, элементы сокращенных матриц находятся из выражения:

$$\left\{\overset{m-1}{Y}\right\}_{ik}=\left\{\overset{m}{Y}\right\}_{ik}-\frac{\left\{\overset{m}{Y}\right\}_{im}\left\{\overset{m}{Y}\right\}_{mk}}{\left\{\overset{m}{Y}\right\}_{mm}}. \tag{11}$$

Уравнение (11) позволяет выразить матрицу $\left\{\overset{m-1}{Y}\right\}$ через матрицу высшего порядка $\left\{\overset{m}{Y}\right\}$.

В ходе расчета, кроме матриц проводимости и сопротивления, необходимо знать матрицы $[\overset{m}{R}]$, $[\overset{m}{L}]$ и $[\overset{m}{K}]$. Элемент матрицы $[\overset{m}{Z}]$, стоящей на пересечении i-той строки и k-того столбца, имеет вид:

$$\left\{\overset{m}{Z}(p)\right\}_{ik}=r_{ik}+pL_{ik}+\frac{1}{pC_{ik}}, \tag{12}$$

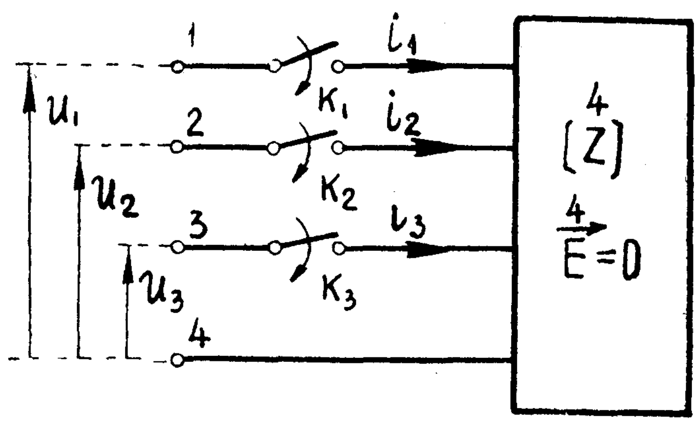
поэтому элементы матриц $[\overset{m}{R}]$, $[\overset{m}{L}]$ и $[\overset{m}{K}]$ определяются формулами:

$$\left\{\overset{m}{R}\right\}_{ik}=r_{ik},\quad \left\{\overset{m}{L}\right\}_{ik}=L_{ik}\quad \text{и}\quad \left\{\overset{m}{K}\right\}_{ik}=\frac{1}{C_{ik}}. \tag{13}$$

Преимущества изложенного метода особенно выявляются при исследовании переходных процессов в сложных цепях. Этот общий метод в данной статье применяется к расчету переходных процессов в четырехполюснике при неодновременном включении его зажимов.

Основные уравнения

Положим, что в четырехполюснике (фиг. 1) один из его зажимов постоянно присоединен к источникам электрической энергии. Условимся далее пренебрегать влиянием внутренних параметров источников и не учитывать действия электрической дуги при присоединении зажимов.



Фиг. 1

Уравнения электрического состояния четырехполюсника при этих условиях для различного числа включаемых зажимов могут быть записаны, согласно выражению (2), следующим образом.

Для включения первого зажима K_1 при отключенных K_2 и K_3:

$$\vec{I}(p)=\left[\overset{1}{Y}(p)\right]\left\{\overset{1}{\vec{U}_e}-\left(\overset{1}{\vec{U}_c}(0)-p\,[\overset{1}{L}]\,\overset{1}{\vec{i}}(0)\right)\right\}, \tag{14}$$

где при нулевых начальных условиях

$$\overset{1}{\vec{I}}(p)=(\overset{1}{I_1}(p))$$ — ток через зажим 1;

$[\overset{1}{Y}(p)]$ — матрица проводимости цепи при включенном зажиме 1;

$\overset{1}{\vec{U}_e}(p)=(U_1(p))$ — напряжение при включенном зажиме 1;

$\overset{1}{\vec{U}_c}(0)=(\overset{1}{U}_{c1}(0))=0$ — начальное напряжение на емкости;

$p\,[\overset{1}{L}]\,\overset{1}{\vec{i}}(0)=p\,[L_{11}](\overset{1}{i_1}(0))=0$ — начальное напряжение на индуктивности.

Для включения второго зажима K_2 на ранее включенный K_1 при отключенном K_3:

$$\overset{2}{\vec{I}}(p)=[\overset{2}{Y}(p)]\left\{\overset{2}{\vec{U}_e}(p)-\left(\overset{2}{\vec{U}_c}(0)-p\,[\overset{2}{L}]\,\overset{2}{\vec{i}}(0)\right)\right\}, \qquad (15)$$

где

$\overset{2}{\vec{I}}(p)=(\overset{2}{I}(p),\overset{2}{I_2}(p))$ — токи через зажимы 1,2;

$[\overset{2}{Y}(p)]$ — матрица проводимости цепи при включенных зажимах 1,2;

$\overset{2}{\vec{U}_e}(p)=(U_1(p),U_2(p))$ — напряжение при включенных зажимах 1,2;

$\overset{2}{\vec{U}_c}(0)=(\overset{2}{U}_{c1}(0),\overset{2}{U}_{c2}(0))$ — начальное напряжение на емкости;

$$p\,[\overset{2}{L}]\,\overset{2}{\vec{i}}(0)=p\begin{bmatrix}L_{11}, L_{12}\\ L_{21}, L_{22}\end{bmatrix}(\overset{2}{i_1}(0),\overset{2}{i_2}(0))$$ — начальное напряжение на индуктивности.

Для включения третьего зажима K_3 на ранее включенные K_1 и K_2:

$$\overset{3}{\vec{I}}(p)=[\overset{3}{Y}(p)]\{\overset{3}{\vec{U}_e}(p)-(\overset{3}{\vec{U}_c}(0)-p[\overset{3}{L}]\,\overset{3}{\vec{i}}(0))\}, \qquad (16)$$

где

$\vec{I}(p)=(\overset{3}{i_1}(p),\overset{3}{i_2}(p),\overset{3}{i_3}(p))$ — ток через зажимы 1,2,3;

$[\overset{3}{Y}(p)]$ — матрица проводимости цепи при включенных зажимах 1,2,3;

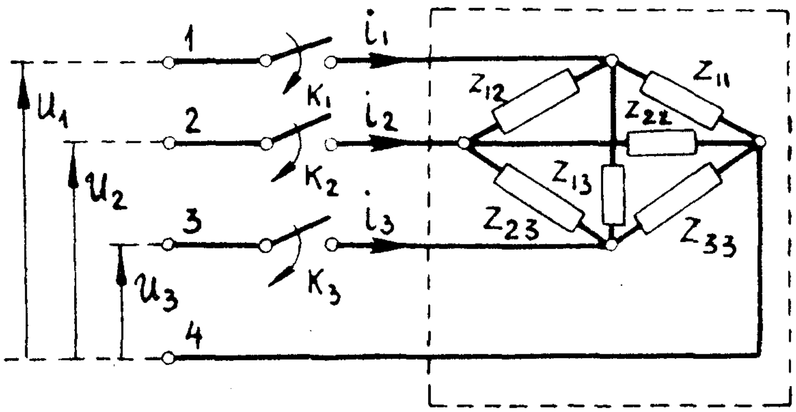
$\overset{3}{\vec{U}_e}(p)=(U_1(p),U_2(p),U_3(p))$ — напряжение при включенных зажимах 1,2,3;

$\overset{3}{\vec{U}_c}(0)=(\overset{3}{U}_{c1}(0),\overset{3}{U}_{c2}(0),\overset{3}{U}_{c3}(0))$ — начальное напряжение на емкости:

$$p[\overset{3}{L}]\,\overset{3}{\vec{i}}(0)=p\begin{bmatrix}L_{11}, L_{12}, L_{13}\\ L_{21}, L_{22}, L_{23}\\ L_{31}, L_{32}, L_{33}\end{bmatrix}(\overset{3}{i_1}(0),\overset{3}{i_2}(0)\,\overset{3}{i_3}(0))$$ — начальное напряжение на индуктивности.

Матрицы сопротивления и проводимости четырехполюсника

Чтобы пользоваться расчетными уравнениями (14), (15) и (16), необходимо уметь находить полные матрицы сопротивления и проводимости $[\overset{3}{Z}(p)]$, $[\overset{3}{Y}(p)]$ и по ним сокращенные, например, $[\overset{2}{Z}(p)]$, $[\overset{2}{Y}(p)]$. Полная и сокращенные матрицы сопротивления определяются в соответствии со схемой (фиг. 2), согласно правилу (6).



Фиг. 2

Матрицы сопротивления четырехполюсника могут быть записаны так:

$$[\overset{3}{Z}(p)] = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12}, Z_{13} \\ Z_{21}, Z_{22}, Z_{23} \\ Z_{31}, Z_{32}, Z_{33} \end{bmatrix}, \tag{17}$$

$$[\overset{2}{Z}(p)] = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12} \\ Z_{21}, Z_{22} \end{bmatrix} \text{ и } [\overset{1}{Z}(p)] = [Z_{11}], \tag{18}$$

где

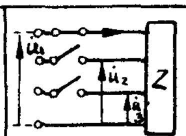
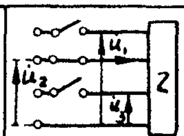
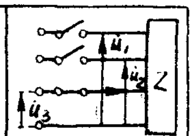
$[\overset{3}{Z}(p)]$ — полная матрица сопротивления, а

$[\overset{2}{Z}(p)]$, $[\overset{1}{Z}(p)]$ — сокращенные матрицы сопротивления.

Полная матрица сопротивления может быть найдена по табл. 1 или по формуле (7).

ТАБЛИЦА - 1

Определение полной матрицы сопротивления $[\overset{3}{Z}]$

N/N п/п			
1	$Z_{11} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$	$Z_{12} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_2}$	$Z_{13} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_3}$
2	$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1}$	$Z_{22} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$	$Z_{23} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_3}$
3	$Z_{31} = \frac{\dot{U}_3}{\dot{I}_1}$	$Z_{32} = \frac{\dot{U}_3}{\dot{I}_2}$	$Z_{33} = \frac{\dot{U}_3}{\dot{I}_3}$

Полная матрица проводимости определяется как обратная матрица сопротивления по формуле (5)

$$[\overset{3}{Y}(p)] = [\overset{3}{Z}(p)]^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12}, Z_{13} \\ Z_{21}, Z_{22}, Z_{23} \\ Z_{31}, Z_{32}, Z_{33} \end{bmatrix}^{-1}, \qquad (19)$$

где

$[\overset{3}{Y}(p)]$ — полная матрица проводимости, а

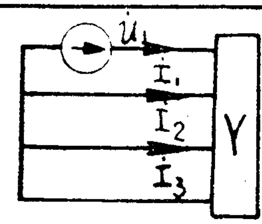
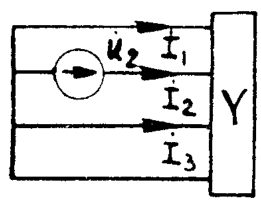
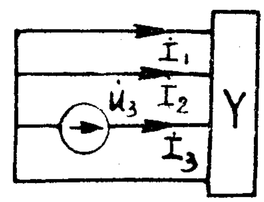
$$[\overset{2}{Y}(p)] = [\overset{2}{Z}(p)]^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11}, Z_{12} \\ Z_{21}, Z_{22} \end{bmatrix}^{-1}; \ [\overset{1}{Y}(p)] = [\overset{1}{Z}(p)]^{-1} = \left[\frac{1}{Z_{11}}\right] \qquad (20)$$

сокращенные матрицы проводимости.

Если полная матрица сопротивления особенная, то полную матрицу проводимости можно определить по табл. 2 или по формуле (9).

Таблица 2

Определение полной матрицы проводимости $[Y]$

N/N п/п			
1	$Y_{11} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_1}$	$Y_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_2}$	$Y_{13} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{U}_3}$
2	$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$	$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}$	$Y_{23} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_3}$
3	$Y_{31} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{U}_1}$	$Y_{32} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{U}_2}$	$Y_{33} = \frac{\dot{I}_3}{\dot{U}_3}$

Сокращенные матрицы проводимости можно получить через элементы полной матрицы по формуле (11):

$$[\overset{2}{Y}(p)] = \begin{bmatrix} Y_{11} - \frac{Y_{13}Y_{31}}{Y_{33}}, & Y_{12} - \frac{Y_{13}Y_{32}}{Y_{33}} \\ Y_{21} - \frac{Y_{23}Y_{31}}{Y_{33}}, & Y_{22} - \frac{Y_{23}Y_{32}}{Y_{33}} \end{bmatrix} \qquad (21)$$

$$[\overset{1}{Y}(p)] = \left[\overset{2}{Y}_{11} - \frac{\overset{2}{Y}_{12}\overset{2}{Y}_{21}}{\overset{2}{Y}_{22}} \right] =$$

$$
=\left[\; Y_{11}-\frac{Y_{13}Y_{31}}{Y_{33}}-\frac{\left(Y_{12}-\dfrac{Y_{13}Y_{32}}{Y_{33}}\right)\left(Y_{21}-\dfrac{Y_{23}Y_{31}}{Y_{33}}\right)}{Y_{22}-\dfrac{Y_{23}Y_{32}}{Y_{33}}}\;\right]. \tag{22}
$$

Полная матрица проводимости, выраженная через элементы полной матрицы сопротивления, представляется в следующем виде:

$$
[\overset{3}{Y}(p)]=\begin{bmatrix}
\dfrac{1}{Z_{11}}+\dfrac{1}{Z_{12}}+\dfrac{1}{Z_{13}}; & -\dfrac{1}{Z_{12}}; & -\dfrac{1}{Z_{13}} \\[2ex]
-\dfrac{1}{Z_{12}}; & \dfrac{1}{Z_{22}}+\dfrac{1}{Z_{12}}+\dfrac{1}{Z_{23}}; & -\dfrac{1}{Z_{23}} \\[2ex]
-\dfrac{1}{Z_{13}}; & -\dfrac{1}{Z_{23}}; & \dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}
\end{bmatrix} \tag{23}
$$

Сокращенные матрицы проводимости через элементы полной матрицы сопротивления запишутся:

$$
[\overset{2}{Y}(p)]=\begin{bmatrix}
\dfrac{1}{Z_{11}}+\dfrac{1}{Z_{12}}+\dfrac{1}{Z_{13}}-\dfrac{\left(\dfrac{1}{Z_{13}}\right)^2}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}}; & -\dfrac{1}{Z_{12}}-\dfrac{\dfrac{1}{Z_{13}\cdot Z_{23}}}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}} \\[4ex]
-\dfrac{1}{Z_{12}}-\dfrac{\dfrac{1}{Z_{13}\cdot Z_{23}}}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}}; & \dfrac{1}{Z_{22}}+\dfrac{1}{Z_{12}}+\dfrac{1}{Z_{23}}+\dfrac{\left(\dfrac{1}{Z_{23}}\right)^2}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}}
\end{bmatrix} \tag{24}
$$

$$
[\overset{1}{Y}(p)]=\left[\dfrac{1}{Z_{11}}+\dfrac{1}{Z_{12}}+\dfrac{1}{Z_{13}}-\dfrac{\left(\dfrac{1}{Z_{13}}\right)^2}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}}-\dfrac{\left(-\dfrac{1}{Z_{12}}-\dfrac{\dfrac{1}{Z_{13}Z_{23}}}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}}\right)^2}{\dfrac{1}{Z_{22}}+\dfrac{1}{Z_{12}}+\dfrac{1}{Z_{23}}-\dfrac{\left(\dfrac{1}{Z_{23}}\right)^2}{\dfrac{1}{Z_{33}}+\dfrac{1}{Z_{13}}+\dfrac{1}{Z_{23}}}}\right] \tag{25}
$$

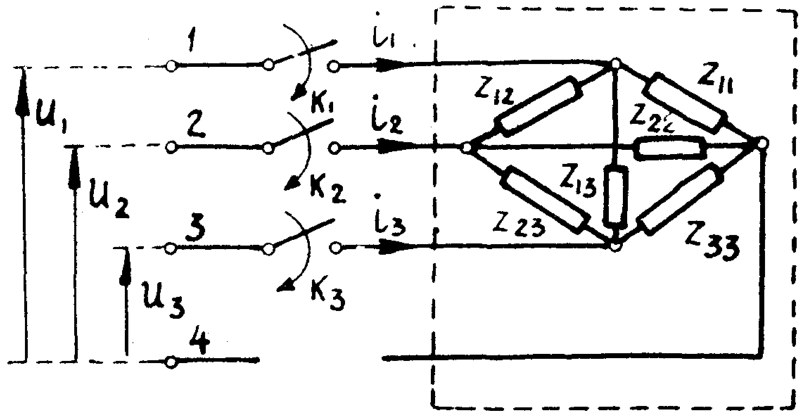
В ряде случаев приходится рассчитывать переходные процессы в четырехполюснике, общий зажим которого отключен от внешней цепи. Используя и здесь ранее выведенные соотношения, можно получить полные и сокращенные матрицы проводимости.

Полная матрица проводимости, например, для цепи без общего зажима имеет вид:

$$
[\overset{3}{Y}(p)]=\begin{bmatrix} Y_{11}, & Y_{12}, & Y_{13} \\ Y_{21}, & Y_{22}, & Y_{23} \\ Y_{31}, & Y_{32}, & Y_{33} \end{bmatrix}, \tag{26}
$$

где

$\overset{3}{[Y(p)]}$ — полная матрица проводимости четырехполюсника, зажим 4 которого отключен (фиг. 3)



Фиг. 3

$$Y_{11} = \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{13}} + \frac{Z_{22} + Z_{33}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33}}, \tag{27}$$

$$Y_{12} = -\left(\frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{11}} - \frac{(Z_{11} + Z_{33})Z_{22}}{(Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33})Z_{11}}\right), \tag{28}$$

$$Y_{13} = -\left(\frac{1}{Z_{13}} + \frac{1}{Z_{11}} - \frac{(Z_{11} + Z_{22})Z_{33}}{(Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33})Z_{11}}\right), \tag{29}$$

$$Y_{21} = -\left(\frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{22}} - \frac{(Z_{22} + Z_{33})Z_{11}}{(Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33})Z_{22}}\right), \tag{30}$$

$$Y_{22} = \frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{23}} + \frac{Z_{11} + Z_{33}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33}}, \tag{31}$$

$$Y_{23} = -\left(\frac{1}{Z_{23}} + \frac{1}{Z_{22}} - \frac{(Z_{11} + Z_{22})Z_{33}}{(Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33})Z_{22}}\right), \tag{32}$$

$$Y_{31} = -\left(\frac{1}{Z_{13}} + \frac{1}{Z_{33}} - \frac{(Z_{22} + Z_{33})Z_{11}}{(Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33})Z_{33}}\right), \tag{33}$$

$$Y_{32} = -\left(\frac{1}{Z_{23}} + \frac{1}{Z_{33}} - \frac{(Z_{11} + Z_{33})Z_{22}}{(Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33})Z_{33}}\right), \tag{34}$$

$$Y_{33} = \frac{1}{Z_{13}} + \frac{1}{Z_{23}} + \frac{Z_{11} + Z_{22}}{Z_{11}Z_{22} + Z_{22}Z_{33} + Z_{11}Z_{33}}. \tag{35}$$

Если параметры четырехполюсника Z_{11}, Z_{22}, Z_{33} связаны между собой только электрическими и магнитными полями, то данными в статье общими матрицами сопротивления и проводимости пользоваться нельзя. В этом случае приходится находить матрицы полные по табл. 1, 2, а сокращенные—по элементам полных.

Порядок расчета

Расчет, по вышеприведенным уравнениям, производится в следующем порядке:

1. По заданной цепи, пользуясь формулами 17, 18 или табл. 1, определяют полные и сокращенные матрицы сопротивления.

2. По матрицам сопротивления определяются матрицы индуктивности и емкости. Элементы этих матриц находятся по формулам 12, 13.

3. По матрицам сопротивления, если они неособенные, определяются матрицы проводимости по формулам 19 и 20.

Если матрицы сопротивления особенные, полная матрица проводимости может быть определена по табл. 2, а сокращенные по элементам полной согласно формулам 21 и 22.

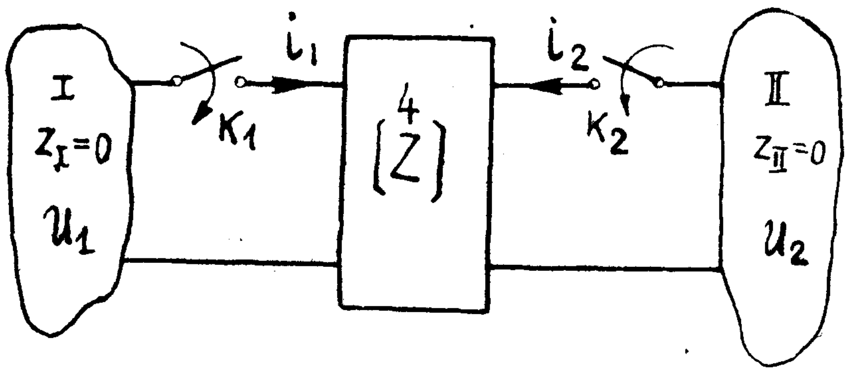
Можно, наконец, определить полную и сокращенные матрицы проводимости по элементам полной матрицы сопротивления по формулам 23, 24 и 25.

Если один из зажимов четырехполюсника не присоединяется к общей точке источников, то полная матрица проводимости найдется по формуле 26 по известным элементам полной матрицы сопротивления.

4. По уравнениям 14, 15 и 16 (в соответствии с заданной последовательностью включения отдельных зажимов), при подстановке в них полных и сокращенных матриц, определяются искомые токи в различные моменты времени.

5. Полученные операционные выражения для токов переводятся во временные функции при помощи интегральных вычетов или по теореме разложения. Напряжения определяются по известным функциям токов путем интегрирования и дифференцирования последних.

Часто в радиотехнических схемах рассматривается не общий, а проходной четырехполюсник. Проходным четырехполюсником называют такой[1]), у которого токи на выходе и входе попарно равны.



Фиг. 4

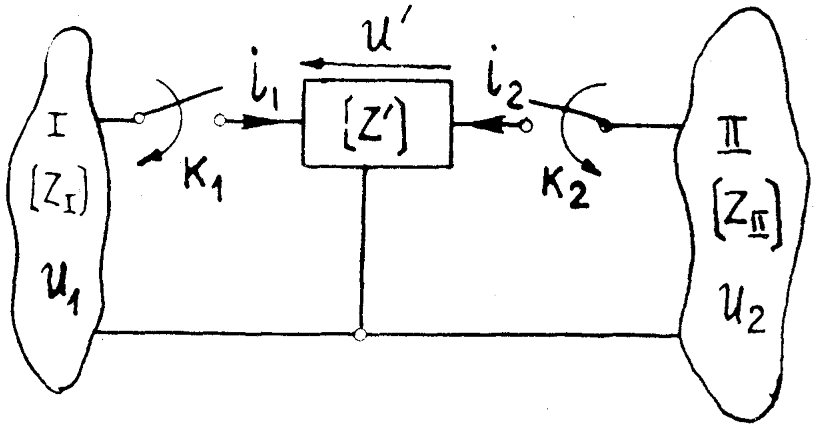
Задача неодновременного включения зажимов проходного четырехполюсника решается так же, как и непроходного, поскольку проходной четырехполюсник есть частный вид непроходного.

Положим, при тех же допущениях, какие были приняты ранее, мы имеем проходной четырехполюсник (фиг. 4), зажимы которого включаются неодновременно. В этом случае, как известно, физическое состояние цепи описывается двумя уравнениями, т. е. четырехполюсник приводится к трехполюснику, имеющему сверхпроводящую сторону или общий зажим (фиг. 5). Напряжение U' в этом случае не соответствует падению напряжения в верхнем элементе проходного четырехполюсника, но данное обстоятельство не вызывает каких-либо осложнений, так как расчетными

[1]) Термин „проходной четырехполюсник" введен Ю. Т. Величко.

величинами в радиотехнических схемах, в большинстве случаев, являются входное и выходное напряжения четырехполюсника, а боковое обычно не рассчитывается.

Схема (фиг. 5) далее может быть приведена к нашей общей расчетной схеме (фиг. 6).

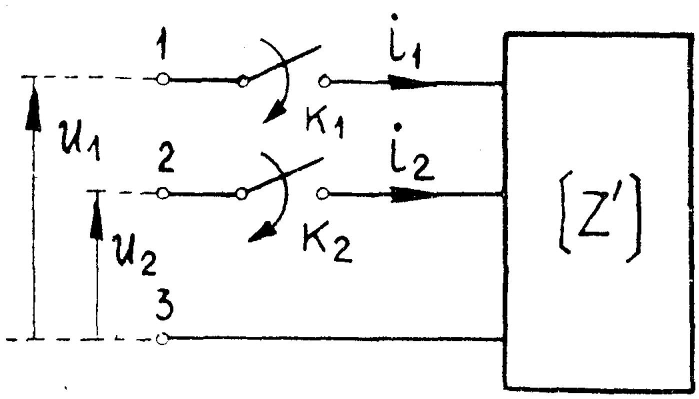


Фиг. 5

Полная и сокращенная матрицы сопротивления находятся для цепи и в этом случае указанными ранее способами

$$[\overset{2}{Z'}(p)] = \begin{bmatrix} Z_{11}, & Z_{12} \\ Z_{21}, & Z_{22} \end{bmatrix}; \quad [\overset{1}{Z'}(p)] = [Z_{11}]. \tag{36}$$

Матрицы проводимости определяются или как обратные матрицам сопротивления, или по табл. 1 и 2 из опытов холостого хода и короткого



Фиг. 6

замыкания. Уравнения переходного процесса при неодновременном включении зажимов для проходного четырехполюсника запишутся так.

Для включения рубильника K_1 при выключенном рубильнике K_2 в интервале времени $0 \leqslant t \leqslant \tau_1$

$$\overset{1}{\vec{I}}(p) = (\overset{1}{I_1}(p)) = [\overset{1}{Y}(p)]\{\overset{1}{U_1}(p) - [\overset{1}{\vec{U}_c}(0) - p[\overset{1}{L}]\overset{1}{\vec{i}}(0)]\}. \tag{37}$$

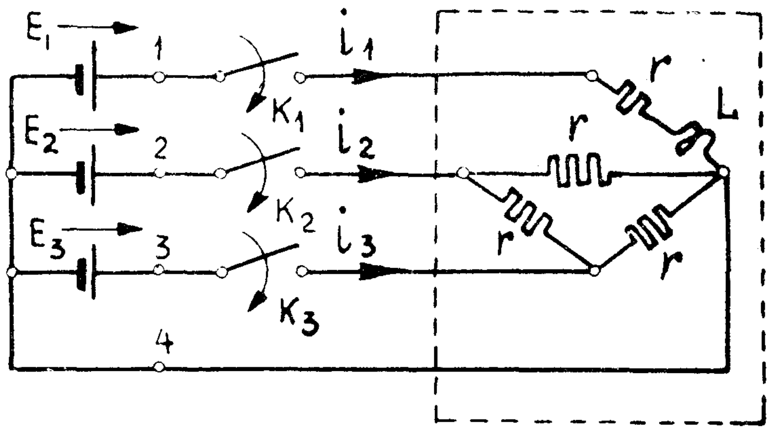
Для включения рубильника K_2 на ранее включенный рубильник K_1 в интервале времени $\tau_1 \leqslant t \leqslant \infty$

$$\overset{2}{\vec{I}}(p) = (\overset{2}{I_1}(p),\ \overset{2}{I_2}(p)) = [\overset{2}{Y}(p)]\{U_1(p),\ U_2(p) - [\overset{2}{\vec{U}_c}(0) - p[\overset{2}{L}]\overset{2}{\vec{i}}(0)]\}. \tag{38}$$

Пример расчета

Покажем на простом примере ход расчета переходного процесса в четырехполюснике при неодновременном включении зажимов.

Рассчитаем схему, изображенную на фиг. 7. Интервалы времени неодновременного включения пусть будут заданы так: рубильник K_1 включается при $t=0$, K_2 при τ_1, K_3 при τ_2.



Фиг. 7

Определяем полные и сокращенные матрицы сопротивления

Согласно заданной схеме матрицы запишутся:

$$[\overset{3}{Z}(p)]=\begin{bmatrix} r+pL, & 0, & 0 \\ 0, & r, & r \\ 0, & 0, & r \end{bmatrix} \tag{39}$$

$$[\overset{2}{Z}(p)]=\begin{bmatrix} r+pL, & 0 \\ 0, & r \end{bmatrix} \tag{40}$$

$$[\overset{1}{Z}(p)]=[r+pL] \tag{41}$$

Определяем матрицы индуктивности и емкости

$$[\overset{3}{L}]=\begin{bmatrix} L, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{bmatrix}; \quad [\overset{2}{L}]=\begin{bmatrix} L, & 0 \\ 0, & 0 \end{bmatrix}; \quad [\overset{1}{L}]=[L]. \tag{42}$$

$$[\overset{3}{K}]=\begin{bmatrix} 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0 \end{bmatrix}; \quad [\overset{2}{K}]=\begin{bmatrix} 0, & 0 \\ 0, & 0 \end{bmatrix}; \quad [\overset{1}{K}]=[0]. \tag{43}$$

Определяем полные и сокращенные матрицы проводимости

Так как матрицы сопротивления неособенные, то матрицы проводимости найдутся, как обратные им:

$$[\overset{3}{Y}(p)]=[\overset{3}{Z}(p)]^{-1}=\begin{bmatrix} \frac{1}{r+pL}; & 0; & 0 \\ 0; & \frac{1}{r}; & -\frac{1}{r} \\ 0; & 0; & \frac{1}{r} \end{bmatrix} \tag{44}$$

$$|\overset{2}{Y}(p)| = [\overset{2}{Z}(p)]^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{r+pL}\ ; & 0 \\ 0\ ; & \dfrac{1}{r} \end{bmatrix}, \tag{45}$$

$$|\overset{1}{Y}(p)| = [\overset{1}{Z}(p)]^{-1} = \left[\frac{1}{r+pL}\right]. \tag{46}$$

Определяем изображения токов

Для включения рубильника K_1 в промежуток времени $0 \leqslant t \leqslant \tau_1$

$$\overset{1}{\vec{I}}(p) = (\overset{1}{i_1}(p)) = |\overset{1}{Y}(p)|\,\{(E_1) - (\overset{1}{\vec{u}_c}(0) - p[\overset{1}{L}]\,\overset{1}{\vec{i}}(0))\}, \quad \text{так как } \overset{1}{\vec{u}_c}(0) = 0 \text{ и } \overset{1}{\vec{i}}(0) = 0$$

$$\overset{1}{I_1}(p) = \frac{E_1}{r+pL}. \tag{47}$$

Для включения рубильника K_2 на ранее включенный рубильник K_1 в промежуток времени $\tau_1 \leqslant t \leqslant \tau_2$

$$\overset{2}{\vec{I}}(p) = (\overset{2}{I_1}(p), \overset{2}{I_2}(p)) = |\overset{2}{Y}(p)|\,\{(E_1, E_2) + p\,[\overset{2}{L}]\,(\overset{1}{i_1}(\tau_1),\ 0)\}, \text{ так как } \overset{2}{\vec{u}_c}(\tau_1) = 0$$

$$\overset{2}{\vec{I}}(p) = (\overset{2}{I_1}(p), \overset{2}{I_2}(p)) = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{r+pL}\ ; & 0 \\ 0\ ; & \dfrac{1}{r} \end{bmatrix} \left\{(E_1, E_2) + p \begin{bmatrix} L, & 0 \\ 0, & 0 \end{bmatrix} (\overset{1}{i_1}(\tau_1),\ 0)\right\}$$

$$\overset{2}{\vec{I}}(p) = (\overset{2}{I_1}(p), \overset{2}{I_2}(p)) = \left(\frac{E_1 + pL\overset{1}{i_1}(\tau_1)}{r+pL}, \quad \frac{E_2}{r}\right). \tag{48}$$

Для включения рубильника K_3 на ранее включенные рубильники K_1 и K_2 в промежуток времени $\tau_2 \leqslant t \leqslant \infty$

$$\overset{3}{\vec{I}}(p) = (\overset{3}{I_1}(p), \overset{3}{I_2}(p), \overset{3}{I_3}(p)) = |\overset{3}{Y}(p)| \left\{(E_1, E_2, E_3) + p \begin{pmatrix} L, 0, 0 \\ 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0 \end{pmatrix} (\overset{2}{i_1}(\tau_2), \overset{2}{i_2}(\tau_2),\ 0)\right\}$$

$$\overset{3}{\vec{I}}(p) = (\overset{3}{I_1}(p), \overset{3}{I_2}(p), \overset{3}{I_3}(p)) = \left(\frac{E_1 + pL\overset{2}{i_1}(\tau_2)}{r+pL}; \quad \frac{E_2 - E_3}{r}; \quad \frac{E_3}{r}\right) \tag{49}$$

Определяем оригиналы токов

Оригиналы токов определяются по изображениям 47, 48, 49 обычным путем, например, при помощи интегральных вычетов или применяя теорему разложения.

Изложенный выше метод прост в применении. Его преимущества особенно выявляются при расчете сложных цепей.

Такие цепи встречаются в устройствах связи, а так же в системах трехфазного тока при пофазном включении.

Автор пользуется случаем отметить, что ряд ценных замечаний по настоящей работе им получен от учителя его профессора Воронова Р. А.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булгаков Б. В. „Колебания", т. 1, 1949.
2. Калантаров П. Л. и Нейман Л. Р. Теоретические основы электротехники, ч. II, 1949.
3. Пухов Г. Е. и Жилин А. Н. Расчетные уравнения многополюсника при неодновременном включении зажимов. Научные записки Л П И, вып. V, Львов, 1949.