ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
Том 73 ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА 1952 г.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ПОДОБИЯ И РАЗМЕРНОСТЕЙ К ИССЛЕДОВАНИЮ (МОДЕЛИРОВАНИЮ) МАШИН УДАРНОГО ДЕЙСТВИЯ

П. М. АЛАБУЖЕВ

Введение

В результате развития общественно-исторической практики и потребности строительства однотипных конструкций машин и сооружений возникло моделирование, основой которого является подобие явлений по ряду признаков. При строительстве новых объектов, не имея опыта работы, без правильно построенной модели в большинстве случаев „эксперимент" может оказаться слепым, рискованным и дорогим, поэтому, желая изучить интересующее нас явление или процесс, предвидеть судьбу сооружения, необходимо предварительно изучить явление на модели и затем сделать прогноз о его судьбе на какой-то отрезок времени. В практике великих строек коммунизма моделирование находит применение как метод познания, исследования и расчета при решении вопросов строительства гидротехнических сооружений (Малая Сталинградская ГЭС, модель большого Дона, исследование свойств грунтов на центрофуге и т. д.), высотных зданий, мостов, конструкций кораблей, самолетов и ряда новых машин, серийный выпуск которых требует предварительного изучения ранее созданных практикой образцов (являющихся прототипами) и экспериментирования с новыми образцами.

Эксперимент является одним из краеугольных камней познания, методом исследования, при помощи которого проверяется справедливость гипотез, догадок, моделей и устанавливаются значения ряда коэффициентов и показателей. Теория подобия является в известной мере „грамматикой" эксперимента. Акад. М. В. Кирпичев в своих работах [24—27] показал, что теория подобия является теорией эксперимента и моделирования, что она указывает, как нужно ставить опыт, как обрабатывать опытные данные и как обобщать и распространять полученные результаты на другие объекты.

Постановка и задача эксперимента на основе теории размерностей и теории подобия упрощается и облегчается при наличии функциональной связи между целыми комплексами величин, определяющих явление, так как в ряде случаев нет надобности изучать влияние на процесс каждого фактора в отдельности и, кроме того, имеется (в известных границах) возможность распространения результатов единичного опыта на подобные системы.

Моделирование может быть физическое и условное (по аналогии). При физическом моделировании имеет место изменение масштаба, при сохранении природы явления. Качественные и количественные связи подобных явлений устанавливаются в виде критериальных соотношений. Анализ явлений природы в виде обобщенных (критериальных) зависимостей позволяет выделить наиболее общее и существенное, дает возможность видеть, что „Единство природы обнаруживается в „поразительной аналогичности"

дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений" (В. И. Ленин, „Материализм и эмпириокритицизм" ОГИЗ, ГИПЛ, 1948 г. стр. 272).

Можно различными путями прийти к установлению связи между критериями подобия: наиболее уверенное решение и получение обобщающих выводов можно сделать, применяя теорию подобия на основе дифференциальных уравнений, описывающих процесс, и условий однозначности, которыми и устанавливаются границы распространения единичного опыта. Имея хорошо работающий образец удачно построенной машины, в которую уже в известной мере вложен опыт общечеловеческой практики, на основании теории подобия сравнительно легко и просто (и достаточно уверенно) можно выполнить, с известным приближением, серию однотипных машин в соответствии с требуемыми показателями.

С точки зрения исторической, как отмечают Л. Чивита и У. Амальди [**70**, стр. 361], уже Галилей ставил себе вопрос—„Почему модель в миниатюре действует в совершенстве, тогда как построенная вслед за этим машина в натуре не дает ожидаемых результатов?". Теорема о механическом подобии была впервые сформулирована Ньютоном в его книге „Математические начала натуральной философии", переведенной на русский язык акад. А. Н. Крыловым [**49**].

На основании теоремы подобия Ньютон вывел закон сопротивления жидкости движущемуся в ней твердому телу. Дальнейшее развитие, разнообразное по применениям и оригинальности, теория подобия получила в работах русских и советских ученых. Акад. И. И. Артоболевский указывает, что Эйлер проверил расчеты модели арочного моста через реку Неву, построенной гениальным русским изобретателем механиком И. П. Кулибиным. Все расчеты оказались правильными. Свои соображения и вычисления Эйлер изложил в статье—„Легкое правило, каким образом из модели деревянного моста или подобной другой машины, которая тяжесть нести должна ,познавать, можно ли то же самое сделать в большем, чем в модели (виде)", опубликованной им в „Месяцеслове" с наставлениями на 1776 год [**4;16**].

Автор классических трудов по строительной механике и теории упругости, организатор высшего технического образования в России проф. В. Л. Кирпичев, воспитавший несколько поколений русских инженеров, в своей книге „Беседы о механике" [**23**], изданной впервые в 1907 г., не потерявшей своего значения и в настоящее время (прекрасное дополнение к курсам теоретической механики) в живой и увлекательной форме изложил теорему о подобии в механике и динамические модели. В. Л. Кирпичев впервые в 1874 г. сформулировал и доказал третью теорему подобия при упругих явлениях. Здесь же отметим, что его авторство на открытие закона равного сопротивления неправильно приписывалось иностранным ученым Барба и Кику.

Акад. А. Н. Крылов, работая в опытном бассейне адмиралтейства, дальше и глубже развил методику расчета сопротивления корабля, предложенную Фрудом. В книге „Мои воспоминания" он пишет, что, работая в опытном бассейне, он провел: „последовательное систематическое испытание моделей для выбора такого сочетания элементов, которым обеспечивается надлежащая ходкость кораблей проектируемого типа" [**33**, стр. 141]. А. Н. Крыловым роль моделирования кораблей была поднята на огромную высоту. Годы работы его в опытном бассейне были годами больших исканий и создания теории непотопляемых кораблей, правильность выводов которой доказана на практике. По предложению А. Н. Крылова проф. Е. Б. Лунц выполнил работу „Определение критических скоростей валов методом динамического подобия" [**40**], рассмотрев случаи валов с переменным сечением, не поддающимся обычным методам расчета.

В работах акад. В. П. Горячкина [13] и проф. Н. Д. Лучинского [41] ярко и доходчиво показано применение принципа подобия для

1) построения серии разнообразных сельскохозяйственных машин;

2) определения значения различных сил;

3) выяснения зависимости сопротивления от размеров.

В XX веке была доказана основная теорема теории подобия и размерностей о возможности выражения физических законов в виде зависимости между безразмерными числами, характеризующими явление, так называемая П-теорема. К. Д. Воскресенский пишет: „Автором П-теоремы несправедливо называют американского физика Э. Букингама, который в 1914 г. опубликовал работу, посвященную этой теореме. В действительности П-теорема впервые была сформулирована и доказана, а также нашла практические приложения в России. В 1911 г. появилась работа преподавателя Петербургского политехнического института А. Федермана, доказавшего более общую теорему, из которой П-теорема выводится как следствие. Недавно установлено, что П-теорема уже в 1909 г. использовалась в работах Кучинского аэродинамического института, организованного Н. Е. Жуковским и работавшего под его руководством“ [10, стр. 32].

Добавим, что доказательство этой теоремы опубликовано в трудах Кучинского института в 1912 г.; заимствование результатов со ссылкой на эти работы содержится в книге Л. Чивита и У. Амальди [70, стр. 370].

Дальнейшее развитие и отражение теории подобия применительно к механике сплошных сред можно встретить в работах по гидро-и аэромеханике Н. Е. Кочина [30], Л. Г. Лойцянского [38;39], Л. Прандтля [54], Л. И. Седова [57] и др.

Заметим, что гидродинамическое моделирование оказало существенное влияние на развитие теплового моделирования. В связи с моделированием тепловых устройств советскими учеными акад. М. В. Кирпичевым и М. А. Михеевым была разработана общая теория о существовании подобия [26]. Математические основы теории подобия и анализа размерностей рассмотрены акад. М. В. Кирпичевым и П. К. Конаковым [25; 28], а так же П. В. Бриджменом [6] и М. Ф. Маликовым [43]. Применение теории подобия к моделированию вентиляционных систем рассмотрено Е.В. Кудрявцевым [35] и С. И. Циткиным [69].

Распространение теории подобия на случай среды с переменными физическими свойствами сделано А. А. Гухманом [15]. Применение теории подобия при геологическом моделировании показал Б. Л. Шнейерсон [71].

Электрическое моделирование нашло наиболее полное развитие и отражение в работах: А. А. Харкевича [67], В. В. Фурдуева [66], Л. И. Гутенмахера [14], В. А. Веникова [9]. Моделирование в широком толковании этого слова рассмотрено проф. Л. С. Эйгенсоном [73].

Литература по теории подобия и размерностей обширна. Материалы по теории подобия и моделированию вошли в литературу учебного [7; 23;50;70] и справочного характера [44; 51; 55].

Однако возможность применения теории подобия и размерностей к моделированию машин ударного действия освещена в литературе недостаточно.

Б. В. Суднишников, основываясь на работе В. Л. Кирпичева [23], впервые применил метод динамического подобия к расчету электрических молотков и перфораторов с пружинной связью [59]. Развитие работы Б. В. Суднишникова применительно к электропневматическим молоткам типа ЗЭРТ показано Н. Н. Есиным [17].

Не претендуя на полноту и законченность в данной работе, освещаются некоторые результаты наших исследований в отношении приложения теории подобия и размерностей к моделированию машин ударного действия:

а) в работе показывается, что подобие по ряду динамических характеристик имеет место и для кузнечных молотов;

б) приводятся найденные значения ряда критериев подобия электропневматических молотков и перфораторов, по которым можно, на основании опытных данных, для оптимального режима подобрать серию параметров машин ударного действия;

в) выяснено направление дальнейших работ и рациональная форма обработки экспериментальных данных при бурении горных пород;

г) выяснена роль существенных величин и степень сложности вопроса при изучении работы воздушной связи;

д) показана возможность применения электрического моделирования для изучения рабочего процесса электропневматических машин ударного действия.

Некоторые сведения из теории подобия и ее приложении к поршневым машинам

1. Литература по теории подобия поражает необычайным разнообразием и пестротой обозначений. Условимся обозначать коэффициенты подобия той же буквой, какою обозначена данная величина [16], но с индексом c. Основной образец (прототип), принятый в качестве модели, будем обозначать значением соответствующей величины (в необходимых случаях с добавлением индекса $м$—модель). Каждый следующий образец серии, подобный прототипу (модель), будем помечать той же буквой, но с индексом 1 (или $н$—натура).

Тогда при подобии:

геометрическом (подобии формы) отношение линейных масштабов

$$l_c = \frac{l_м}{l_н} = \frac{l}{l_1} = \frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{z}{z_1}; \tag{1}$$

кинематическом (подобие совершающихся во времени движений, процессов)

$$t_c = \frac{t_м}{t_н} = \frac{t}{t_1}; \tag{2}$$

материальном (подобии масс)

$$m_c = \frac{m_м}{m_н} = \frac{m}{m_1} = \frac{\rho_1 l^3}{\rho_1 l_1^3} = \rho_c l_c^3; \tag{3}$$

динамическом (подобии сил, полагая, что силы одинаково ориентированы в соответствующих точках)

$$F_c = \frac{F_м}{F_н} = \frac{F}{F_1} = m_c \frac{l_c}{t_c^2}. \tag{4}$$

Следовательно,
отношение скоростей $$v_c = \frac{v_м}{v_н} = \frac{v}{v_1} = \frac{l_c}{t_c}, \tag{5}$$

„ ускорений $$a_c = \frac{a_м}{a_н} = \frac{a}{a_1} = \frac{l}{t_c^2}, \tag{6}$$

„ чисел оборотов $$n_c = \frac{n_м}{n_н} = \frac{n}{n_1} = \frac{\omega}{\omega_1} = \omega_c = t_c^{-1}, \tag{7}$$

„ работ $$A_c = \frac{A_м}{A_н} = \frac{A}{A_1} = m_c \frac{l_c^2}{t_c^2} = m_c v_c^2, \tag{8}$$

„ мощностей $$N_c = \frac{N_м}{N_н} = \frac{N}{N_1} = m_c \frac{l_c^2}{t_c^3}.$$

Из (9) и (4) следует, что

$$N_c = \frac{\bar{l}_e \cdot \sqrt{F_c^3}}{\sqrt{m_c}} = \frac{\sqrt{F_c^3}}{l_c\sqrt{\rho_c}}, \qquad (10)$$

при $\rho_c = 1$ (одинаковые плотности)
и $l_c = 1$ (одинаковый линейный масштаб)

$$N_c = \sqrt{F_c^3} = F_c^{3/2}. \qquad (11)$$

Последнее выражение (11) представляет интерес для одной и той же машины, работающей в различных режимах, если силы сопротивления изменяются так же, как и инерционные силы, развиваемые машиной.

При условии $\rho = 1$ и $l_c = 1$, принимая во внимание соотношения (4) и (7), получим:

$$F_c = n_c^2 \text{ и } N_c = n_c^3.$$

Мощность поршневой машины: $N = p_{cp} \frac{\pi d^2}{4} . l . \frac{n}{60.75}$ л.с.,

где p_{cp} — среднее давление газа,
l — длина хода,
d — диаметр;

тогда $N_c = \frac{N}{N_1} = p_c\, l_c^3 n_c$. Обычно $p_c = 1$ (одинаковые степени сжатия).

Следовательно, при $p_c = 1$ $\frac{l_c^3}{N_c} = \frac{1}{n_c}$ или $\frac{Q}{N} = \frac{c}{n}$, где c=const, вес $Q = \rho V$, то есть отношение веса или (объема) машины к ее мощности обратно пропорционально числу оборотов машины.

Для электродвигателей (при одинаковой плотности тока) нетрудно показать, что $\frac{Q_c}{N_c} = \frac{1}{n_c\, l_c}$ или $\frac{Q}{N} = \frac{c}{nl}$ или относительный вес электрической машины (по отношению к ее мощности) обратно пропорционален числу оборотов и линейному масштабу, то есть как отмечает проф. Н. Д. Лучинский „... в самой природе электрических машин содержатся условия для концентрации их мощности“ [**41**, стр. 46].

Проблема ручного электроотбойного молотка в конечном счете является проблемой веса (проблемой прочности деталей при облегченном весе). Необходимо иметь в виду наличие двух противоречивых тенденций по уменьшению относительного веса молотка, со встроенным в него электродвигателем, в зависимости от линейного масштаба и числа оборотов: при уменьшении линейного масштаба относительный вес увеличивается; напрашивается вывод о необходимости увеличения числа оборотов электродвигателя, то есть о применении высокочастотных двигателей.

Найдем отношение мощностей двух подобных пневматических молотков.

Здесь $F_c = m_c \frac{l_c}{t_c^2} = p_c l_c^2$,

откуда $t_c = \sqrt{\frac{m_c}{p_c\, l_c}}$,

следовательно,

$$N_c = \frac{N}{N_1} = m_c \frac{l_c^2}{t_c^3} = m_c \frac{l_c^2}{\left(\sqrt{\frac{m_c}{p_c l_c}}\right)^3} = \frac{l_c^2\sqrt{l_c}}{\sqrt{m_c}}\, p_c\sqrt{p_c} = \frac{l_c}{\sqrt{\rho_c}}\, p_c\sqrt{p_c}$$

или для одной и той же конструкции молотка, с точностью до постоянной C можно восстановить структуру формулы для определения мощности пневматической поршневой машины

$$N = Cd^3\sqrt{l} \cdot \frac{p\sqrt{p}}{\sqrt{Q_б}},$$

здесь $Q_б$ — вес бойка,
d — диаметр,
l — ход бойка.

С этой формулой, выведенной исходя из других соображений, мы встретились при ознакомлении с работой инж. Ю. М. Малахова [42].

Для подобия электропневматических молотков необходимо, чтобы были одинаковые степени сжатия, то есть $p_c = 1$, тогда при $p_c = 1$, $N_c = l_c^2$.

2. Мы заинтересовались вопросом — в какой мере закон динамического подобия справедлив применительно к различным типам кузнечных молотов? Оказалось, что в большинстве случаев для конструкции одного и того же типа максимальные отклонения от закона подобия по отдельным показателям лежат в пределах до 30% по отношению к одному из молотов данной серии, принятому за образец.

В качестве примера рассмотрим некоторые данные табл. 50 справочника „Машиностроение", т. 8 [45, стр. 386].

Таблица 1

Серии / Основные параметры	I (образец)	II	III	IV	V	VI
Ход бабы молота в *мм*	355	430	535	686	850	1065
Линейный масштаб l_c	1	1,22	1,51	1,94	2,41	3,0
Вес падающих частей в *кг*	100	150	250	500	1000	2000
Масштаб для масс m_c	1	1,5	2,5	5	10	20
Число ударов в минуту	200	170	140	110	90	80
Масштаб времени t_c	1	1,17	1,43	1,82	2,22	2,5
Мощность электродвигателя в л. с.	12	15	25	45	80	150
Масштаб для мощности N_c	1	1,25	2,08	3,74	6,55	12,5
Энергия удара в *кг. м* около	200	350	750	1500	3500	6000
Масштаб для работы A_c	1	1,75	3,74	7,5	17,4	30
Согласно теории подобия $A_c = m_c \frac{l_c^2}{t_c^2}$	1	1,62	2,8	5,7	11,8	28,8
Погрешность ΔA_c	—	−0,13	−0,94	−1,8	−5,6	−1,2
„ в % „	—	−7,5	−25,1	−24,0	−32,2	−4,0
„ $N_c = m_c \frac{l_c^2}{t_c^3}$	1	1,38	1,96	3,13	5,3	11,5
Погрешность ΔN_c	—	+0,13	−0,12	−0,61	1,35	−1,0
„ в % „	—	+10,4	−5,80	−16,3	−20,3	−8,0

Наибольшее расхождение имеем в определении энергии удара (наибольшая погрешность $\approx 32{,}2\%$; среднее значение погрешности ≈ 18), что от-

части объясняется приближенными данными энергии единичного удара (?!). Эти данные несколько завышены, что подтверждается и тем, что коэффициент полезного действия молота хотя и не приведен в таблице, но получается весьма высоким; например, для V варианта

$$\text{к.п.д.} = \eta = \frac{A_б Z}{60.75} = \frac{3500.90}{60.75.80} = 88\%.$$

По данным В. А. Кельдюшева [22] и Н. Э. Гликина [12], к.п.д. пневматических молотков с индивидуальным приводом порядка 60—65%.

Мощность электродвигателя замерена более точно: расхождение между значениями действительной мощности машины и вычисленной, согласно теории подобия, если один из молотов серии принят за образец, находится в пределах 8—20% (средняя погрешность $\approx 12\%$).

В последних четырех машинах (вариантах), по сравнению с двумя первыми, электродвигатель несколько перегружен, что вполне допустимо при кратковременном режиме работы.

Из приведенного примера видно, что динамическое подобие имеет место среди машин ударного действия для одной и той же серии машин, имеющих одинаковые условия однозначности!

Наибольшее расхождение по мощности (погрешность N_c) нами обнаружено, порядка $\approx 30\%$, в табл. 48 справочника „Машиностроение“ [45, стр. 385].

Подобие электропневматических машин ударного действия

1. Рассмотрим подобие электропневматических машин ударного действия на примере молотка схемы ЗЭРТ (за электрификацию рудничного труда); с принципиальной точки зрения особых затруднений не встретится при рассмотрении других схем и конструкций, нужно только знать уравнения движения, описывающие рабочий процесс машины, и в большинстве случаев критерии подобия по форме имеют одинаковое выражение, если воспользоваться приведенными длинами, площадями, объемами и т.д.

Фиг. 1

Молоток работает следующим образом: электродвигатель через редуктор (фиг. 1) посредством кривошипа 1 и шатуна 2 приводит в возвратно-поступательное движение поршень 3. При движении поршня влево между поршнем и бойком 5 создается разрежение и избыточным давлением воздуха боек перемещается влево. При ходе поршня вправо начинается сжатие воздуха, боек меняет направление движения и в конце своего хода, приобретая некоторую скорость, наносит удар по инструменту. Для сохранения устойчивой работы молотка, в момент удара происходит соприкосновение воздуха, находящегося в цилиндре молотка с атмосферным или картерным воздухом через специальные компенсационные отверстия 4, которые и являются особенностью конструкции.

Здесь в машине воздушная связь играет роль упругого звена, не удовлетворяющего закону Гука.

Теоретическое и экспериментальное исследования отдельных вопросов, касающиеся работы молотков этой схемы, частично освещены в работах [1; 2; 5; 17].

Рабочий процесс молотка в простейшем случае, пренебрегая сопротивлениями, описывается двумя нелинейными дифференциальными уравнениями второго порядка с переменными коэффициентами [1].

Уравнение движения бойка

$$\frac{Q_б}{g} \cdot a = p_0 \left[1 - \left(\frac{l_0}{l} \right)^{\alpha} \right] \frac{\pi d^2}{4}, \tag{1}$$

уравнение движения двигателя

$$I\varepsilon = M_k + M_p - \frac{\omega^2}{2} \frac{dI}{d\varphi}. \tag{2}$$

Здесь $Q_б$ — вес бойка, в *кг*;

$g = 9{,}8$ *м/сек*^{2} — ускорение свободного падения;

a — ускорение бойка;

p_0 — атмосферное давление, *кг/см*^{2};

l_0 — начальная длина воздушной связи, *см*;

l — длина воздушной связи в данный момент, *см*;

α — показатель политропы (среднее значение за цикл $\alpha = 1{,}32$);

d — диаметр цилиндра молотка, *см*;

I — приведенный момент инерции движущихся масс к валу кривошипа, *кг.м.сек*^{2};

M_k — крутящий момент на валу электродвигателя, обусловленный его характеристикой: $M_k = f(n)$, где n — число оборотов в минуту;

$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ — угловое ускорение вала кривошипа, 1/*сек*^{2},

где φ — угол поворота кривошипа,

$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\pi n}{30}$ — угловая скорость кривошипа, которая не является постоянной в течение одного оборота;

$M_p = r(p - p_0) \frac{\pi d^2}{4} \sin\varphi + \frac{\lambda}{2} (\sin 2\varphi)$ — момент воздушного давления, действующий на валу кривошипа, где $\lambda = \frac{r}{L}$, а r — радиус кривошипа и L — длина шатуна.

Решение уравнений (1) и (2) может быть выполнено приближенными методами с любой степенью точности [1], но решение является довольно громоздким и трудоемким и может быть выполнено лишь при заданных параметрах машины.

Имея рассчитанный и проверенный в работе молоток в дальнейшем, на основании теории подобия, можно составить ряд вариантов машин для данной конструкции.

Для выполнения динамического подобия, необходимо иметь в виду условия однозначности, каковыми являются:

1) Геометрические условия, вытекающие из конструкции машины; в данном случае определяющими величинами работу ударного узла являются r, l, d, компенсационные отверстия и форма бойка.

2) Физические условия: вес бойка $Q_б$ или вес бойка на единицу площади $q = \frac{Q_б}{\frac{\pi d^2}{4}}$; давление воздуха в цилиндре молотка полагаем изменяющимся по закону политропы $p = p_0 \left(\frac{l_0}{l}\right)^\alpha$, где $\alpha = 1{,}32$.

3) Начальные условия при $t_0=0$; $p=p_0$; $l=l_0$, $\omega=\omega_0$; $v_0=v_0=0$; $\varphi=0$ не существенны, так как рассматривается рабочий процесс в установившемся режиме работы машины, переходный же процесс порядка 5—6 оборотов вала кривошипа.

4) Краевым условием для бойка является изменение его скорости при ударе, характеризуемом значением коэффициента восстановления: $k=\frac{v}{v_0}$.

Таким образом, определяющими критериями будут те, которые состоят из величин, входящих в условия однозначности, или их отношений, в данном случае l_c, m_c, k, α.

Здесь краевое условие $k=\frac{v}{v_0}$ не связывается с уравнениями движения и может лишь быть учтено при приближенном численном решении задачи, одна из определяющих величин не входит в критерии подобия, полученные из рассмотрения уравнений (1) и (2). Следовательно, рассматривая работу подобных машин, необходимо сохранение одних и тех же краевых условий, то есть $k = \frac{v}{v_0} = \text{const}$.

2. Для подобной системы, при одинаковых значениях α и k, уравнение движения бойка имеет следующий вид:

$$\frac{Q_{1б}}{g_1} a_1 = p_{01} \left[1 - \left(\frac{l_0}{l}\right)^\alpha\right] \frac{\pi d_1^2}{4}, \qquad (1')$$

так как

$$Q_c = \frac{Q_б}{Q_{1б}} = m_c; \quad g_c = \frac{g}{g_1}; \quad a_c = \frac{a}{a_1} = \frac{l_c}{t_c^2} = l_c \omega_c^2;$$

$$p_{oc} = \frac{p_0}{p_{01}}; \; l_c = \frac{l_0}{l_{01}} = \frac{l}{l_1} = \frac{d}{d_1},$$

то после замены уравнение (1′) примет вид:

$$\frac{Q_б \cdot a}{g} \cdot \frac{g_c}{Q_c l_c \omega_c^2} = \frac{p_o}{p_{oc}} \left[1 - \left(\frac{l_0}{l}\right)^\alpha\right] \frac{\pi}{4} \cdot \frac{d^2}{d_c^2}. \qquad (1'')$$

Из сопоставления уравнений (1′) и (1″) следует, что для двух подобных в динамическом отношении машин должно быть равенство выражений

$$\frac{g_c}{Q_c l_c \omega_c^2} = \frac{1}{p_{oc} d_c^2} \text{ или } \frac{p_{oc} g_c d_c^2}{Q_c l_c \omega_c^2} = \frac{p_{oc} g_c}{q_c l_c \omega_c^2} = 1,$$

где

$$q_c = \frac{q}{q_1} = \frac{Q_c}{d_c^2}.$$

Отсюда следует, что одно и то же значение для подобных систем должно иметь выражение (критерий подобия П):

$$\Pi = \frac{p_0 g d^2}{\omega^2 Q_б l_0} = \frac{p_{01} g_1 d_1^2}{\omega_1^2 Q_{1б} l_{10}} = \text{idem}$$ (одно и то же: постоянное безразмерное число, одинаковое для данной группы машин, подобных в динамическом отношении).

Так как давление в цилиндре молотка изменяется по закону показательной функции $p = p_0 \left(\frac{l}{l}\right)^{\alpha}$, следовательно, для подобных молотков выражения для аргументов должны быть одинаковы, то есть $\frac{l_{01}}{l_1} = \frac{l_0}{l} = \text{const}$, что равносильно условию сохранения геометрического подобия $l_c = \text{const}$ или иначе: условием подобия электро-пневматических машин является необходимость выполнения одинаковости степеней сжатия. Это условие впервые было высказано Б. В. Суднишниковым и отмечено в работах [1 и 17].

Условие одинаковости степеней сжатия можно записать так: $p_c = 1$

или
$$p_c = p_{oc} = 1 = \frac{Q_c l_c \omega_c^2}{g_c d_c^2} = m_c \frac{l_c}{t_c^2} \left(\frac{d_1}{d}\right)^2$$

(критерий Суднишникова).

Последнее соотношение является условием силового подобия и дает возможность отступления от полного геометрического подобия в отношении диаметра.

Здесь же отметим, что инж. Е. П. Унксовым [64] предложен способ решения задачи о движении бабы молота путем составления приближенного уравнения, описывающего рабочий процесс, и точного решения полученного уравнения. Линеаризируя задачу и рассматривая вынужденное движение бабы молота при наличии возмущающей силы от электродвигателя, передаваемой через поршень и воздушную связь и исходя из допущения, что при резонансе имеет место оптимальный режим, Е. П. Унксов получает условие, связывающее параметры машины при резонансном („оптимальном") режиме. В нашем случае, для молотка схемы ЗЭРТ, не трудно показать, что это условие имеет вид:

$$\omega^2 = \frac{\pi d^2 g p_0 \alpha}{4 l_0 Q_б} = \frac{1000 d^2}{l_0 Q_б},$$

или

$$\frac{p_0 g d^2 \pi \alpha}{\omega^2 Q_б l_0 4} = 1.$$

Полагаем значение $\frac{\pi\alpha}{4} = 1$. Тогда резонансный (оптимальный) режим, характеризуемый комплексом величин, удовлетворяющих соотношению $\frac{p_0 g d^2}{\omega^2 Q l_0} = 1$, является одним из ряда режимов группы машин ударного действия, подобных в динамическом отношении и удовлетворяющих условию:

$$\Pi = \frac{p_0 g d^2}{\omega^2 Q l_0} = \text{idem},$$

где idem в известных пределах имеет любое значение (при резонансе $\Pi_{рез} = 1$).

Если же условие подобия запишем в форме связи между коэффициентами подобия, то характеристическое число при этом будет такое же как и соответствующий критерий при резонансном режиме, в самом деле:

$$\frac{p_{oc} g_c d_c^2}{Q_c l_c \omega_c^2} = 1 .$$

То же самое справедливо и применительно к молоткам с пружинной связью, условием подобия которых является соотношение: $\frac{Q_c \omega_c^2}{g_c C_c} = 1$, а условием резонансного режима выражение $\frac{Q\omega^2}{gC} = 1$, где C — жесткость пружины.

Критерий подобия электропневматических машин ударного действия схемы ЗЭРТ можно представить в следующей форме

$$\Pi = \frac{p_0 g d^2}{Q l_0 \omega^2} \approx \frac{p_0 g \frac{\pi d^2}{4} \cdot \alpha}{Q l_0 \omega^2} = \frac{\alpha p_0}{\frac{Q}{\frac{\pi d^2}{4}} \cdot \frac{l_0 \omega^2}{g}} = \frac{\frac{\alpha p_0}{q}}{\frac{l_0 \omega^2}{g}} = \mathrm{tg}\alpha = \mathrm{idem}.$$

В числителе отношение атмосферного давления в весу бойка на единицу площади; в знаменателе отношение развиваемого машиной инерционного ускорения к ускорению свободного падения.

Значение серии критериев подобия П можно изобразить в виде семейства прямых, имеющих общее начало в безразмерных координатах: $\frac{\alpha p_0}{q}$ и $\frac{l_0 \omega^2}{g}$. Каждая точка плоскости связывает шесть величин, из них четыре определяемых конструкцией машины. Прямая $\Pi_{рез} = 1$, являющаяся биссектрисой прямого угла, соответствует резонансному (оптимальному) режиму.

В нижеприведенной таблице приведены значения критерия подобия П для построенных молотков по схеме ЗЭРТ.

Таблица 2

Параметры / Название молотка	d см	l_0 см	$Q_б$ кг	$\omega = \frac{\pi n}{30}$ 1 сек (кривошипа)	$\Pi = \frac{p_0 g d^2}{\omega^2 Q l_0}$
ЗЭРТ—2	5,5	4,73	0,94	98	0,70
КМ—1	6,8	5,8	1,40	89	0,70
ОЭМ—1	7,8	6,8	1,16	73,2	1,42
Молоток ЗСФАН	5,47	6	0,8	115	0,46
ЗЭРТ—10	3,5	5,8	0,44	125,5	0,30

Как видно из табл. 2, у спроектированных молотков по схеме ЗЭРТ существует определенная связь между параметрами, причем первые две конструкции являются подобными в динамическом отношении ($\Pi = 0{,}7 = \mathrm{idem}$).

Следует отметить наличие отклонения от условий оптимального „резонансного" режима. Здесь, видимо, или не вполне рационально выбраны параметры, определяющие рабочий процесс машины или условие оптимального выбора параметров ударных машин нуждается в дополнительном исследовании. Возможно, что данное условие: $\Pi_{рез} = \frac{p_0 g d^2}{\omega^2 Q l_0} = 1$, справедливое для случая вынужденных линейных колебаний бойка,—при наличии внезапной связи (удара бойка и отскока!) должно иметь несколько иное выражение с поправкой на удар, причем величину поправочного коэффициента C повидимому можно определить только опытным путем, для конкретного случая, исходя из наилучшего режима работы (при max к.п.д.); то есть для уравнения, характеризующего неравномерное движение с нелинейной связью между бойком и поршнем (при наличии удара, увеличивающего эту нелинейность), если сохранить ту же структуру формулы, то будем иметь: $\Pi_{рез} = C \frac{p_0 g d^2}{\omega^2 Q l_0} = 1$, где C находится из опыта. Имея значения C, очень просто определяем, например, длину воздушной подушки

$$l_0 \approx \frac{100 C d^2}{\omega^2 Q} \text{ в оптимальном режиме работы машины.}$$

При выбранном значении диаметра d, упрощается нахождение связи между l, Q и ω.

Установленный критерий оптимального режима весьма полезен, так как дает возможность конструктору с качественной и количественной стороны увязать и оценить роль параметров, определяющих рабочий процесс машины; кроме того, новые схемы конструкций при предварительном исследовании можно увязать уже с известными конструкциями.

3. Рассмотрим динамическое подобие электродвигателей молотков с пневматической связью между бойком и поршнем на основании уравнения (2)

$$J\varepsilon = M_k + M_p - \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{dJ}{d\varphi},$$

$$J_1\varepsilon_1 = M_{1k} + M_{1p} - \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dJ_1}{d\varphi_1}.$$

Обозначая

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}; J_c = \frac{J}{J_1}; \omega_c = \frac{\omega}{\omega_1}; M_{ck} = \frac{M_k}{M_{1k}} = \frac{M_{max}}{M_{1max}} = \frac{A}{A_1} = m_c \frac{l_c^3}{t_c^2}$$

(при одинаковом скольжении)

$$M_{cp} = \frac{M_p}{M_{1p}} = p_c l_c^3; \; M_{ck} = \frac{\frac{\omega^2}{2} \frac{dJ}{d\varphi}}{\frac{\omega_1^2}{2} \frac{dJ_1}{d\varphi_1}} = \omega_c^2 \cdot \frac{Q_c}{g_c} l_c = J_c \omega_c^2,$$

уравнение первой машины после замены будет иметь следующее выражение:

$$J_c\varepsilon_c J_1\varepsilon_1 = M_{ck}M_{1k} + M_{cp}M_{1p} - M_{cu} \frac{\omega_1^2}{2} \cdot \frac{dJ_1}{d\varphi_1}.$$

Для выполнения подобия необходимо, чтобы

$$J_c\varepsilon_c = M_{ck} = M_{cp} = M_{cu} = M_c.$$

Следовательно, между моментами сил, действующими в подобных системах, описываемых уравнениями (2), существует соотношение:

$$M_c = \varepsilon_c J_c = m_c \frac{l_c^2}{t_c^2} = p_{oc} l_c^3 = \omega_c^2 \frac{Q}{g_c} l_c^2 = \omega_c^2 J_c \qquad (2')$$

Выражение (2') может быть использовано для нахождения характеристик подобных электродвигателей. Заметим, что из соотношения $M_c = \varepsilon_c J_c$ следует, что для подобных в динамическом отношении машин, при условии неравномерного их движения и переменными моментами инерции,—между масштабными коэффициентами существует такая же связь, которая по своей форме напоминает уравнение вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси ($\varepsilon J = M$, где $J = \text{const}$).

Из соотношения $m_c \frac{l_c}{t_c^2} = p_{oc} l_c^3$ следует, что для одинаковых степеней сжатия

$$p_{oc} = 1 = m_c \frac{l_c}{t_c^3} \cdot \frac{1}{l_c^2} = m_c \frac{l_c}{t_c^2} \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 \text{ (условие Б. В. Суднишникова).}$$

Разделив выражение (2') почленно на $\omega_c^2 J$, получим ряд характеристических чисел:

$$\frac{M_c}{\omega_c^2 J_c} = \frac{\varepsilon_c}{\omega_c^2} = \frac{m_c l_c^2}{J_c \omega_c^2 t_c} = \frac{p_{oc} l_c^3}{J_c \omega_c^2} = \frac{Q_c l_c^2}{g_c J_e} = 1$$

и соответственно им ряд критериев подобия.

Разделив каждый член выражения (2') на $Q_c l_c$, получим:

$$\frac{M_c}{Q_c l_c} = \frac{J_c \varepsilon_c}{Q_c l_c} = \frac{l_c}{g_c t_c^2} = \frac{p_c}{q_c} = \frac{\omega_o^2 l_c}{g_c} = \frac{J_c \omega_c^2}{Q_c l_c}.$$

Здесь наибольший интерес представляют три последние выражения:

$\frac{p_c}{q_c}$ — соотношение сил давления воздуха и единичного веса;

$\frac{\omega_c^2 l_c}{g_c}$ — соотношение развиваемых машиной сил инерции и силой тяжести;

$\frac{J_c \omega_c^2}{Q_c l_c}$ — соотношение между энергией машины и энергией бойка при свободном падении.

Графическое изображение подчеркнутых соотношений между коэффициентами подобия приведено на фиг. 2. Из этого же соотношения нетрудно получить уже известное характеристическое число

$$\frac{p_{oc} g_c}{q_c \omega_c^2 l_c} = \frac{p_{oc} g_c d_c^2}{Q_c \omega_c^2 l_c} = 1,$$

полученные ранее из уравнения движения бойка (1).

4. В основу расчета молотка методом динамического подобия принимается изготовленный и испытанный образец молотка, параметры которого известны. Отметим, что при проектировании отбойной части угольного струга с „активной кромкой", лауреатом Сталинской премии П. М. Емельяновым за исходные модели были приняты образцы молотков КМ—1

и ЗЭРТ—2. Костылезабивной молоток КМ—1, построенный по схеме ЗЭРТ имеет следующие параметры: $A_б = 3{,}2$ *кг.м*; $n = z = 850$ ***уд/мин***; $r = 32$ ***мм***; $l_0 = 58$ *мм*; $d = 68$ *мм*; $Q_б = 1{,}4$ *кг*; $N_{эф} = 800$ ***ватт*** на валу электродвигателя.

Фиг. 2

Согласно техническим условиям для одного из основных вариантов нужно было иметь:

$$n_1 = 760 \text{ уд/мин}; \; Q_{1б} = 2{,}47 \text{ кг и } d_1 = 85 \text{ мм}.$$

$$\text{Тогда } t_c = \frac{t}{t_1} = \frac{\frac{1}{850}}{\frac{1}{760}} = \frac{760}{850} = 0{,}895,$$

$$m_c = \frac{Q_б}{Q_{1б}} = \frac{1{,}4}{2{,}47} = 0{,}567 \qquad (\text{так как } g_c = 1),$$

$$F_c = \frac{F}{F_1} = p_{oc} l_c^2 = 1\left(\frac{d}{d_1}\right)^2 = \left(\frac{68}{85}\right)^2 = 0{,}64.$$

Определяем l_c, A_c, N_c

$$l_c = \frac{F_c . t_c^2}{m_c} = \frac{0{,}64 . 0{,}895^2}{0{,}569} = 0{,}9,$$

$$\frac{d}{d_1} = \frac{68}{85} = 0{,}8 \neq l_c,$$

$$A_c = m . \frac{l_c^2}{t_c^2} = 0{,}567 . \frac{0{,}9^2}{0{,}895^2} = 0{,}576,$$

$$N_c = m_c \frac{l_c^2}{t_c^3} = 0{,}567 . \frac{0{,}9^2}{0{,}895^2} = 0{,}65.$$

Проверяем выполнение условия одинаковости степеней сжатия:

$$p_c = 1 = m_c \frac{l_c}{t_c^2} \left(\frac{d_1}{d}\right)^2 = \frac{0{,}565 . 0{,}9 . \left(\frac{85}{68}\right)^2}{0{,}895^2} = 1,$$

а также значение критерия подобия

$$\Pi = \frac{p_0 g d^2}{Q \omega^2 l_0} = \frac{p_0 g d_1^2}{Q_1 \omega_1^2 l_{01}} = \text{idem} = 0{,}7.$$

Результаты расчета приведены в табл. 3.

Таблица 3

Название величины	Размерность	Обозначение	Исходные данные	Масштабные коэффициенты		Параметры новой машины
				обозначение	величина	
Работа на бойке	*кгм*	$A_б$	3,2	A_c	0,575	$A_{1б} = 3{,}2 : 0{,}577 = 5{,}6$
Число ударов	*уд/мин*	z	850	t_c	0,895	$z_1 = 850 . 0{,}895 = 760$
Радиус	*см*	r	32	l_c	0,9	$r_1 = 32 : 0{,}9 = 36$
Длина воздушной подушки	*см*	l_0	58	l_c	0,9	$l_{10} = 58 : 0{,}9 = 65$
Вес бойка	*кг*	$Q_б$	1,4	m_c	0,567	$Q_{1б} = 1{,}4 : 0{,}567 = 2{,}47$
Диаметр	*мм*	d	68	$\sqrt{F_c}$	0,8	$d_1 = 68 : 0{,}8 = 85$
Мощность	*ватт*	N	800	N_c	0,65	$N_1 = 800 : 0{,}65 = 1230$

Ввиду отсутствия геометрического подобия (в отношении диаметра d) отношение плотностей бойков

$$\rho_c = \frac{m_c}{l_c^3} = \frac{0{,}567}{0{,}73} = 0{,}79.$$

Следовательно, новый боек должен быть более длинным для сохранения веса или изготовлен из более плотного материала, что и корректируется заливкой бойка свинцом.

Задача исследования рабочего процесса электропневматических машин ударного действия не является задачей только динамической. Она в известной мере является также и термодинамической задачей.

Работа машины сопровождается потерями энергии во всех звеньях и узлах машины; потери энергии в конечном счете превращаются в тепло. Общий к.п.д. электропневматических молотков и перфораторов в лучшем случае порядка 40—50% к.п.д. воздушной связи порядка 70—80% [2].

Применение теории подобия в паровозной теплотехнике весьма обстоятельно рассмотрено в работе П. К. Конакова [29]; разработанная в ней методика может быть целиком применена к обработке результатов испытаний пневматических молотков, перфораторов и кузнечных молотов, где в качестве энергоносителя вместо пара выступает воздух. Спецификой работы электропневматического молотка является то, что воздух выполняет роль среды, передающей энергию от электродвигателя к бойку, то есть он выполняет роль упругой связи и заменяет в машине стальную пружину. С принципиальной точки зрения энергия электродвигателя могла бы быть заменена энергией ветродвигателя, гидродвигателя, двигателем внутреннего сгорания и т. д.

Фиг. 3

Поскольку нас интересует работа воздуха как упругого звена в машине ударного действия, отметим основные параметры воздуха, определяющие его состояние, таковыми являются: вес воздуха G в *кг*; объем V в $м^3$; давление p в $кг/см^2$; температура $T_{абс} = 273° + t°$Ц.

При выборе параметров машины необходимо учитывать нагрев воздуха, хотя бы для того, чтобы недопустить нагара смазки (нужно знать температуру вспышки масла!). Изменение температуры сжимаемого воздуха при адиабатическом процессе представлено на фиг. 3 [22, стр. 34].

Воспользуемся известным из термодинамики соотношением для работы воздуха: $L = \frac{R}{\alpha - 1}(T_0 - T)$ [37, стр. 86], которое в нашем случае, для молотка схемы ЗЭРТ, имеет вид:

$$A_б = \frac{Q_б \cdot V_б}{2g} = \frac{R}{\alpha - 1}(T_0 - T)G,$$

где $R = 29{,}27$ *кг.м/кг.град.*—газовая постоянная воздуха;

$G = l_0 \frac{\pi d^2}{4} \cdot \gamma \cdot 10^{-6}$ *кг*— вес воздуха в цилиндре молотка между поршнем и бойком;

T — абсолютная температура воздуха в момент максимального сжатия;

$T°$— абсолютная начальная температура воздушной подушки.

Кроме того, для устойчивости работы молотка чрезвычайно важное значение имеет роль компенсации воздуха в цилиндре молотка с атмосферным воздухом.

Для выбора параметров машин ударного действия методом подобия полезно ряд соотношений представить в виде таблиц, графиков и номограмм.

Применение теории размерностей к исследованию машин ударного действия

1. Анализ размерностей, как метод предварительного изучения явлений природы, часто применяется при изучении разделов физики, механики, гидродинамики, аэродинамики и прочно вошел в учебную и научную ли-

тературу [6; 7; 56; 57; 58; 70]. Не останавливаясь на разнообразии точек зрения, касающихся учения о размерности и достаточно полно освещенных в труде проф. М. Ф. Маликова [43], отметим, что на основе анализа размерностей имеется возможность установления „структуры функциональных связей между физическими величинами" [57], и в том случае, когда отсутствует дифференциальное уравнение, описывающее процесс, причем имеется возможность установления связей не только между физическими величинами, характеризующими явление, но и между их безразмерными комбинациями, то есть как связи между критериями подобия. Таким образом, облегчается постановка эксперимента, его направленность, обработка и систематизация полученных опытных данных.

Проф. К. М. Поливанов пишет: „Методы теории подобия и анализа размерностей чрезвычайно близки и различие между ними может быть усмотрено только в том, что анализ размерностей не рассматривает основных уравнений именно данной частной системы, процессы в которой могут определиться только частью общих уравнений, лежащих в основе выбранной системы единиц" [51, стр. 233], и несколько далее „...Однако и это различие стирается в тех случаях, когда для большей определенности решения при анализе пользуются системой единиц, специально конструируемой так, чтобы быть наиболее удобной для анализа процессов именно данной системы" [51, стр. 234].

На основании анализа размерностей легко осуществляется проверка правильности уравнений. Принцип подобия тесно связан с принципом однородности. Как бы ни были разнообразны по характеру действующие силы, однородность их не подлежит сомнению.

Метод нулевых размерностей основан на теореме однородности формул физических величин. На основании этого метода, являющегося разновидностью анализа размерностей, можно установить связь между безразмерными величинами—критериями подобия, иногда с точностью до постоянной, определяемой из опыта.

Если существует функциональное соотношение между рядом размерных (u) и безразмерных (c_i) величин вида: $f(u_1, u_2, \ldots, u_n; c_1, c_2, \ldots, c_m) = 0$, то из этого уравнения любая величина может быть выделена и представлена в функции остальных величин, например:

$$u_1 = f_1(u_2, u_3, \ldots, u_n;\ c_1, c_2, \ldots c_m). \qquad (1)$$

Выберем из аргументов три каких-либо независимых между собою величины, например u_2, u_3, u_4 и примем их за основные единицы нашей системы; тогда остальные величины $u_1, u_5, \ldots, u_n$ будут производными в этой новой системе единиц и могут быть выражены через основные единицы u_2, u_3, u_4. Размерность u_1 в новой системе будет $[u_1] = u_2^p u_3^q u_4^r$, уравнение (1) должно обладать тройной однородностью относительно u_2, u_3, u_4.

Величины u_2, u_3 и u_4 между собою независимы, если определитель, составленный из показателей их размерностей, не равен нулю, т. е.

$$\Delta = \begin{vmatrix} p_1 & q_1 & r_1 \\ p_2 & q_2 & r_2 \\ p_3 & q_3 & r_3 \end{vmatrix} \neq 0.$$

Заменяя в (1) значения $u_2, u_3, u_1, \ldots, u_n$ отношениями этих величин к их размерностям в новой системе (u_2, u_3, u_4), получим:

$$\frac{u_1}{u_2^p u_3^q u_4^r} = \Phi\left(1, 1, 1, \frac{u_5}{[u_5]_{2,3,4}}, \ldots, \frac{u_n}{[u_n]_{2,3,4}}; c_1, c_2, \ldots c_m\right).$$

Здесь $\frac{u_i}{[u_i]_{2,3,4}}$ — обозначает величину — Π_i (критерий подобия), равную отношению величины u_i к ее размерности в системе единиц (u_2, u_3, u_4), причем очевидно, что

$$\frac{u_2}{[u_2]_{2,3,4}} = 1; \quad \frac{u_3}{[u_3]_{2,3,4}} = 1; \quad \frac{u_4}{[u_4]_{2,3,4}} = 1.$$

Между безразмерными выражениями существует зависимость:

$$\Pi_1 = \Phi(\Pi_5, \Pi_6, \ldots, \Pi_n),$$

это и есть выражение П-теоремы.

Или $$u_1 = u_2^p u_3^q u_4^r \; \Phi\; (\Pi_{5,6} \ldots, \Pi_n, c_1, c_2, \ldots, c_m).$$

Если число физических параметров равно n, а число основных единиц равно k (обычно $k = 3$), то независимых безразмерных выражений будет $n-k$.

Очевидно, чем меньше разность $n - k$, тем легче и увереннее можно найти вид функции Φ, связывающей безразмерные величины.

2. Найдем критерии подобия для электропневматического молотка системы ЗЭРТ. Сделаем это для сравнения результатов и для большей уверенности в правильности выводов и для тех случаев, когда отсутствует уравнение, описывающее физический процесс, например, при бурении горных пород и др.

Рабочий процесс электропневматического молотка в первом приближении определяется рядом величин, между которыми существует функциональная связь, записанная в общем виде:

$$\Phi(\omega, r, l, d, Q, g, J, p, \alpha, k) = 0.$$

Выберем в качестве основных единиц нашей системы три каких-либо независимых между собою величины, например: ω, l, Q (нетрудно показать, что определитель $\Delta \neq 0$).

Тогда в безразмерном виде функция Φ будет иметь выражение:

$$\Phi\left(\frac{r}{l}, \frac{d}{l}, \frac{g}{\omega^2 l}, \frac{J\omega^2}{Ql}, \frac{pl^2}{Q}, \alpha, k\right) = 0.$$

При заданных значениях параметров r, d, α и k имеем

$$\Phi\left(\frac{g}{l\omega^2}, \frac{J\omega^2}{Ql}, \frac{pl^2}{Q}\right) = 0.$$

Обозначая

$\Pi_1 = \frac{g}{l\omega^2}$ — критерий, показывающий во сколько раз силы тяжести меньше развиваемых в машине сил инерции;

$\Pi_2 = \frac{J\omega^2}{Ql}$ — критерий, указывающий на соотношение между кинетической энергией машины и работой бойка при свободном падении с высоты, равной l;

$\Pi_3 = \frac{pl^2}{Q} = \frac{p}{\frac{Q}{l^2}} = \frac{p}{q}$ — критерий, дающий соотношение между силами воздушного давления и весом бойка на единицу площади сечения.

Вид функции $\Phi(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3) = 0$ определяется из опыта. Результат экспериментальных данных можно изобразить номограммой, например, в координатах Π_1 и Π_2 с параметром Π_3 (абак) или пространственно в виде поверхности в безразмерных координатах: Π_1, Π_2 и Π_3.

Сопоставление полученных решений на основании теории подобия и теории размерностей позволяет сделать заключение о том, что структура критериев подобия одна и та же, но нахождение связи между критериями подобия и распространение полученных результатов в последнем случае является более трудным.

Рабочий процесс кузнечного молота с индивидуальным приводом характеризуется следующими величинами: весом бабы молота Q, а также весом и самого молота $Q_м$, ходом бабы s, числом ударов z, работой удара $A_б$ и мощностью машины N, что коротко можно записать так:

$$\Phi(Q, Q_м, s, z, A, N) = 0.$$

Если в качестве основных независимых величин возьмем Q, s, z, то функциональная связь между безразмерными аргументами, число которых уменьшается на три, будет иметь вид:

$$\Phi\left(\frac{Q_м}{Q}, \frac{A}{Qs}, \frac{N}{Qsz}\right) = 0.$$

Нетрудно видеть, что к.п.д. $= \eta = \frac{A_z}{N} = \frac{A}{\frac{N}{z}} = \frac{\frac{A}{Qs}}{\frac{N}{Qsz}} = \mathrm{tg}\varphi.$

Функция Φ находится на основании опытных данных. В качестве иллюстрации используем уже известные нам данные табл. 50 справочника „Машиностроение“ [45].

На фиг. 4 изображены характеристики кузнечных молотов, построенные нами в безразмерных координатах. Каждая точка плоскости связывает между собою все указанные величины, хотя область параметров построенных молотов машин сравнительно невелика. На основании номограммы, построенной по сравнительно небольшому числу точек для данной серии машин, путем интерполирования можно легко подобрать параметры новой машины.

На фиг. 5 даны характеристики молотов по данным Кельдюшева В. А. [22]; так как в таблице отсутствует значение величины хода поршня s, то характерной длиной принято расстояние между нижним бойком и нижней кромкой направляющей бабы. Здесь отношение веса молота к весу бабы лежит в пределах отношения: $\frac{Q_м}{Q} = 30 \div 40$.

Приведенные номограммы для кузнечных молотов указывают направление экспериментальных исследований, обработки материала и выбора параметров электропневматических молотков и перфораторов.

Работа на бойке зависит от мощности электродвигателя N, угловой скорости кривошипа ω, веса бойка Q, силы подачи P, длины воздушной подушки l, диаметра цилиндра d и материала, по которому производится удар с коэффициентом восстановления k.

или

$$A_б = \Phi(N,\ \omega,\ Q,\ P,\ l,\ d,\ r,\ k),$$

если в качестве основных независимых величин возьмем ω, l, Q, тогда

$$\frac{A_б}{Ql} = \Phi\left(\frac{N}{\omega Ql},\ \frac{P}{Q},\ \frac{d}{l},\ \frac{r}{l}, k\right).$$

При выбранном значении диаметра d и определенном значении k

$$\frac{A_б}{Ql} = \Phi\left(\frac{N}{\omega Ql},\ \frac{P}{Q},\ \frac{r}{l}\right).$$

Фиг. 4. Характеристики кузнечных молотов в безразмерных координатах (по данным таблицы № 50 „Справочник машиностроения", том 8).

Обозначения:

$$\cdot\ \frac{75.60.N}{Q.S.Z} = f\left(\frac{Q_м}{Q}\right); \qquad \cdot\ \frac{75.60.N}{Q.S.Z} = f.\left(\frac{A}{Q.S},\ \eta\right).$$

Пример. Для точки „K" находим:

$$\frac{Q_м}{Q} = 25; \qquad \frac{A}{Q.S} = 4{,}15; \qquad \frac{75.60.N}{Q.S.Z} = 4{,}7; \qquad \eta = \mathrm{tg}\varphi = 68\%.$$

Вид функции Φ определяется из опыта, причем при некоторых неизменных величинах, число аргументов уменьшается и тем самым облегчается нахождение функциональной связи между ними, например, при неизменном значении $\frac{P}{Q}$

$$\frac{A_б}{Ql} = \Phi\left(\frac{N}{\omega Ql},\ \frac{r}{l}\right).$$

Последнее соотношение на основании опытных данных нетрудно изобразить графически в безразмерных координатах.

Далее, для выбранного режима работы машины, при данных ее параметрах, нужно специальное экспериментальное исследование для установления связи между работой на бойке и материалом, по которому производится удар, то есть нахождение $A_б = QlФ(k)$.

Весьма важное значение имеет вопрос о выборе параметров l_0, d, r, определяющих работу ударного узла при заданном значении работы единичного удара $A_б$ и числа ударов z или значение $\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi z}{30}$.

Фиг. 5. Характеристики кузнечных молотков в безразмерных координатах (по данным В. А. Кельдюшева [22]).

Обозначения:

$$\cdot - \frac{75.60.N}{Q.l.Z} = f\left(\frac{Q_м}{Q}\right); \quad \cdot - \frac{75.60.N}{Q.l.Z} = f.\left(\frac{A}{Q.l}, \eta\right)$$

Пример. Для точки „K“ находим:

$$\frac{Q_м}{Q} = 35; \quad \frac{A}{Q.l} = 5{,}5; \quad \frac{75 \cdot 60 \cdot N}{Q.l.Z} = 8; \quad \eta = \operatorname{tg}\varphi = 69\%,$$

Скорость в момент удара зависит от следующих величин

$$v = f(\omega, r, l, Q_б d, p_0, P, k).$$

Выбирая в качестве основных независимых единиц системы ω, r и $Q_б$, получим:

$$\frac{v}{r\omega} = f\left(\frac{d}{r}, \frac{r_0 r^2}{Q}, \frac{l}{r}, \frac{P}{Q}, k\right).$$

Здесь полезно выяснить зависимость от силы подачи и коэффициента восстановления при ударе

$$\frac{v}{r\omega} = f_1\left(\frac{P}{Q}, k\right) \qquad (1)$$

при неизменных остальных данных, а также

$$\frac{v}{r\omega} = f_2\left(\frac{p_0}{q}, \frac{l}{r}\right). \qquad (2)$$

Кроме того, нужно найти

$$\frac{\omega^2 r}{g} = \Phi\left(\frac{p_0}{q}\right). \qquad (3)$$

Тогда при данных $A_б$ и z выбираем Q и q.

Следовательно, определятся значения

$$v = \sqrt{\frac{2A_б}{Q}} \quad \text{и} \quad d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi q}}; \; \omega = \frac{\pi n}{30}.$$

Из (3) определяем r, а из (2) l.

В качестве контрольного условия используем термодинамическое выражение:

$$A_б = \frac{Q_б \cdot v_б^2}{2g} = \frac{R}{\alpha - 1}\left(T_o - T\right)\frac{\pi d^2}{4}\gamma l_o 10^{-6}.$$

Зависимости (1), (2) и (3), найдённые по экспериментальным данным, целесообразно представить в форме графиков и номограмм.

Весьма интересным было бы иметь графики соотношений (2) и (3) за период одного цикла, зная из опыта изменения l, ω, v за один оборот вала кривошипа.

3. Посмотрим, какие указания дает теория размерностей в отношении изучения разрушения горных пород. Рассмотрим данный вопрос с точки зрения проходки и потребляемой мощности.

Согласно утверждению проф. Л. А. Шрейнер о том, что скорость бурения обратно пропорциональна твердости [**72**], следует, что для крепких пород должна увеличиваться и степень их измельчания (дисперсности β). Далее, если учесть соображения проф. П. М. Цимбаревича [**68**] по теории добываемости, то скорость бурения является (в первом приближении) функцией следующих величин:

$$v = \Phi(N, D, d, \beta),$$

где v — скорость бурения, *см/сек*;
N — мощность, *кг м/сек*;
D — добываемость, *см³/кг. м*;
d — диаметр долота, *см*;
β — дисперсность, *1/мм*.

Если в качестве основных независимых единиц примем N, D и d (нетрудно показать, что $\Delta \neq 0$), тогда получим:

$$v = \frac{ND}{d^2} \cdot \Phi(d\beta),$$

вид функции Φ определяется из опыта.

Так как измельчание (дисперсность) породы обратно пропорционально ее твердости R_z, *кг/см²*, и если положим, что $\Phi(d\beta) = \frac{k}{R_z}$, где k — раз-

мерная постоянная, определяемая из опыта, то формула бурения примет вид

$$v = k\frac{ND}{d^3 R_z} = c\frac{N}{d^2}$$

(формула Медведко [46]).

Здесь коэффициент $c = \frac{k}{R_z}$. D должен быть найден из опыта.

При указанных предположениях скорость бурения пропорциональна мощности и обратно пропорциональна квадрату диаметра. Кстати заметим, что работа разрушения хрупких тел обратно пропорциональна дисперности разрушаемого материала (закон Риттингера), а по закону подобия (В. Л. Кирпичева) пропорциональна объемам деформируемых тел. Как отмечает Л. А. Шрейнер, при уменьшении линейных размеров тела, прочность его увеличивается: „Закон подобия с поправкой на масштабный фактор должен находиться в соответствии с практическими данными. Другого и нельзя ожидать, так как физически он вполне обоснован, как и закон Риттингера" [72, стр. 161]. А. И. Тер-Григорьян отмечает „Ни одна из предложенных формул, определяющих буримость горных пород, не может претендовать на полноту. Сложную задачу установления буримости горных пород можно будет считать разрешенной тогда, когда будет дано уравнение, связывающее механическую скорость бурения с физическими свойствами породы и среды, элементами режима бурения, параметрами долота и его переменным износом" [61; 36].

На основании ознакомления с литературой по разрушению горных пород [8; 65; 74], а также физикой твердого тела чл. корр. АН СССР В. Д. Кузнецова [36] и механикой горных пород проф. П. М. Цимбаревич [68], автор делает попытку рассмотреть вопрос о формуле бурения с точки зрения теории размерностей.

Скорость бурения v зависит от качества инструмента, режима бурения, свойств разрушаемой породы, системы разработки и организации работы.

Будем рассматривать физико-техническую сторону вопроса, тогда скорость бурения

$$v = f(\underbrace{Q_б, d, l, \beta, e}_{\text{параметры долота}}, \underbrace{\Theta}_{\text{износ}}, \underbrace{R_z, \mu, \lambda}_{\text{свойства среды}}, \underbrace{N, M_{кр}, A_б, P, \omega, v_б, z}_{\text{режим бурения}}),$$

где

$Q_б$ — вес долота (бура), *кг*;
d — диаметр долота, *см*;
l — длина долота, *см*;
β — угол приострения долота, $[\beta] = 1$;
e — число перьев долота, $[e] = 1$;
Θ — износ долота от сил трения, *кг/см*^{2};
R_z — абсолютная твердость породы, *кг/см*^{2};
μ — коэффициент трения между средой и долотом, $[\mu] = 1$;
λ — коэффициент, характеризующий очистку шпура, $[\lambda] = 1$;
N — потребляемая мощность машиной, л. с. (*квт*);
$M_{кр}$ — крутящий момент на долоте, *кг/м*;
$A_б$ — работа одного удара на бойке, при ударно вращательном бурении, *кг/м*;
P — усилие подачи, *кг*;
ω — угловая скорость вращения долота, 1/*сек*;
$v_б$ — скорость бойка в момент удара, *см/сек*;
z — число ударов бойка в *мин*.

Здесь имеем тринадцать размерных величин и четыре безразмерных. Примем за основные независимые величины: P, d, ω $(\Delta \neq 0)$.

Таким образом, при данной постановке задачи имеем десять безразмерных выражений $(n - \kappa = 13 - 3 = 10)$, объединенных между собою какой-то функцией Φ

$$\frac{v}{d\omega} = \Phi\left(\frac{Q_б}{P}, \frac{l}{d}, \frac{\Theta}{Pd^{-2}}, \frac{R_z}{Pd^{-2}}, \frac{N}{Pd\omega}, \frac{M_{кр}}{Pd}, \frac{A_б}{Pd}, \frac{v_б}{d\omega}, \frac{z}{\omega}\right).$$

В общем случае нахождение функции Φ весьма сложно.

Из размерности аргументов, возникает мысль о связи между

1) износом долота и твердостью породы, т. е. $\Theta = \psi(R_z)$,

2) между работой на бойке и крутящим моментом

$$M_{кр} = \psi_2(A_б);$$

3) между мощностью машины, скоростью бойка и усилием подачи, то есть $N = \psi_3(P, v_б)$.

С целью выявления основных связей и соотношений введем некоторые упрощающие допущения.

При вращательном бурении роль $A_б$ не существенна, тогда при одних и тех же параметрах инструмента и в одном и том же режиме работы бурильной машины, пренебрегая износом, имеем:

$$v = \omega d . \Phi\left(\frac{R_z}{Pd^{-2}}\right),$$

вид функции Φ находится из опыта.

Если предположим, что

$$\Phi\left(\frac{R_z}{Pd^{-2}}\right) = \frac{Pd^{-2}}{R_z}$$

догадкой или наводящей мыслью является очевидное условие, что скорость проходки уменьшается с увеличением твердости породы, тогда скорость бурения будет обратно пропорциональна твердости породы, т. е.

$$v = \omega d . \frac{P}{R_z d^2} = \frac{\omega P}{R_z d} = K \frac{P}{R_z}\ ^{1)}.$$

Если при одной и той же твердости породы нас интересует скорость проходки в зависимости от мощности, то нетрудно получить структуру формулы

$$v = d\omega \Phi\left(\frac{N}{Pd\omega}\right),$$

если положить, что

$$\Phi\left(\frac{N}{Pd\omega}\right) = K \frac{N}{Pd\omega},$$

где $K = \text{const}$, определяемая из опыта,

---

[1]) Согласно данным проф. Л. А. Шрейнера объемная скорость разрушения

$$v = \alpha . \frac{\omega}{p} P = K' \frac{P}{p}.$$

Здесь α — размерный коэффициент, ω — скорость перемещения, p-R_z — твердость на вдавливание, P — нагрузка, K' — размерный коэффициент [74, стр. 149—151].

По Л. А. Шрейнеру при разработке рациональных режимов бурения следует исходить из твердости горных пород.

тогда $v = K\frac{N}{P}$, т. е. при одной и той же мощности, скорость бурения обратно пропорциональна силе подачи (при избыточном давлении велики силы трения между долотом и породой). При оптимальном режиме величина осевого давления должна соответствовать мощности бурильной машины [8]. При одной и той же энергии удара, для одной и той же среды скорость бурения, в известных границах, пропорциональна числу ударов

$$v = d\,\omega.\,\Phi\left(\frac{z}{\omega}\right),$$

если положить

$$\Phi\left(\frac{z}{\omega}\right) = K\frac{z}{\omega}, \quad \text{то} \quad v = Kzd = K'z.$$

Сохранение линейности, скорости проходки от числа ударов или оборотов в более широких пределах, очевидно, сопровождается одновременным увеличением давления и мощности бурильной машины; в самом деле:

$$v = K\frac{N}{P} = K'z.$$

При совместном действии ряда факторов на процесс бурения нахождение функции Φ, характеризующей скорость бурения v, является сложным и, очевидно, основные закономерности скорее всего будут вскрыты экспериментальным путем с рациональной обработкой опытных данных.

Из структуры формулы для функции Φ, возникает мысль о постановке экспериментов по выявлению соотношений вида:

$$v = \omega d.\,\Phi_1\left(\frac{Q_б}{P},\ \frac{v_б}{\omega d},\ \frac{A_б}{Pd}\right), \tag{1}$$

$$v = \omega\, d.\,\Phi_2\left(\frac{N}{\omega Pd},\ \frac{M_{кр}}{Pd},\ \frac{z}{\omega}\right), \tag{2}$$

$$v = \omega\, d.\,\Phi_3\left(\frac{R_z}{Pd^{-2}},\ \frac{\Theta}{Pd^{-2}},\ \mu,\ \lambda\right), \tag{3}$$

$$v = \omega d.\,\Phi_4\left(\frac{l}{d},\ \beta,\ e,\ \frac{Q_б}{P}\right). \tag{4}$$

По формуле (1) скорость бурения находится при ударном и ударно-вращательном бурении и, как частный случай, только при вращательном бурении, при $A_б = 0$ в функции соотношения соударяемых масс, энергии удара и скорости деформации; по формуле (2) скорость бурения определяется в зависимости от соотношения между безразмерными величинами, в которые определяющими входят мощность, крутящий момент и число оборотов; по формуле (3) определяется скорость разрушения в зависимости от износа инструмента и свойств среды; формула (4) дает представление о скорости бурения в зависимости от параметров долота и осевого давления; наконец, для увязки данных формул между собою можно поставить серию дополнительных опытов и соответственно вскрыть ряд дополнительных зависимостей, например

$$v = d\omega.\,\Phi_5\left(\frac{Q_б}{P},\ \frac{N}{\omega dP},\ \frac{R_z}{Pd^{-2}}\right) \tag{5}$$

и другие.

На основании полученного экспериментального материала можно построить ряд таблиц, графиков и номограмм, которыми в первом приближении по частям, с различных сторон, отображается сложный процесс бурения. Например, можно выявить влияние на величину мощности машины, производящей бурение следующих критериев:

$$N = P\omega d . f_1 \left(\frac{R_z}{Pd^{-2}}, \quad \frac{M_{кр}}{Pd}, \quad \frac{A_б}{Pd} \right);$$

$$N = P\omega d . f_2 \left(\frac{z}{\omega}, \mu, \lambda \right);$$

$$N = P\omega d . f_3 \left(\frac{l}{d}, \quad \frac{Q_б}{P}, \beta, e \right).$$

Несомненно, что более желательным было бы наличие единой формулы, связывающей все вышеуказанные величины; но удовлетворительной формулы, как отмечается в литературе, пока еще нет, и на данной стадии развития науки по теории бурения вряд ли возможно получение в скором времени единой универсальной формулы, всесторонне охватывающей сложный (многогранный) процесс бурения,—формулы достаточно простой и удобной для практических приложений.

Не бесполезно вспомнить высказывание крупного русского ученого-теоретика, инженера-практика, основоположника горнозаводской механики И. А. Тиме о том, что „...величина погрешностей пропорциональна числу коэффициентов, а потому более простые (приблизительные) формулы, исправленные меньшим числом коэффициентов, могут часто оказаться на практике более точными, нежели более сложные“ [63 стр. 5].

Связи, устанавливаемые на основе теории размерностей, в виде обобщенных зависимостей позволяют выделить наиболее общее и существенное: общую структуру формул, указывающих направление экспериментальных исследований и обработки полученных материалов, на основании которых вскрываются существующие закономерности между разрушаемой средой и инструментом или более широко—между добываемой породой и машиной, производящей разрушение.

На базе теории размерностей и теории подобия возможно создание общей методики проведения экспериментальных работ по бурению, а также систематизация и обобщение имеющихся материалов.

Научные основы режимов бурения по отдельным этапам наиболее полно освещены проф. В. С. Федоровым [65]. К сожалению, в книге не описываются режимы бурения со всеми данными, характеризующими процесс бурения.

Прежде чем перейти к рассмотрению вопроса о физических величинах, определяющих работу воздушной подушки, и нахождению функциональной связи между ними, в качестве примера приложения метода нулевых размерностей, найдем уравнение термодинамического состояния идеального газа, если известно, что оно содержит четыре величины— R, T, v, p, размерности которых в технической системе единиц ($к$—l—t) следующие:

газовая постоянная R, *кг.м/кг. град.* или $[R] = \frac{1}{к}$, откуда $к = \frac{1}{R}$;

температура T, *кг. м.* или $[T] = кl$, откуда $l = \frac{T}{к} = TR$;

удельный объем v, *м³/кг* или $[v] = \frac{l^3}{к}$, откуда $к = \frac{l^3}{v} = \frac{T^3R^3}{v}$;

давление воздуха P, *кг/м*^{2} или $[p] = \frac{к}{l^2} = \frac{T^3R^3}{vT^2R^2} = \frac{TR}{v}$;

уравнение связи между величинами в общем виде запишется следующим образом:

$$f(p,\ v,\ R,\ T) = 0 \quad \text{или} \quad p = f_1(v,\ R,\ T).$$

Здесь число физических параметров равно четырем, а число основных независимых единиц равно трем, следовательно, должно быть (согласно П—теоремы) одно безразмерное выражение.

В качестве основных независимых единиц возьмем v, R, T, тогда размерности всех величин в этой новой системе единиц, очевидно, будут:

$$[v] = 1; \quad [R] = 1; \quad [T] = 1; \quad [p] = \frac{TR}{v}.$$

Заменяя величины p, v, R, T отношениями к их размерностям в новой системе, будем иметь:

$$\frac{p}{\frac{TR}{v}} = f(1,\ 1,\ 1) = \text{const} = C.$$

Из опыта определяем $C = 1$.

Следовательно, уравнение состояния идеального газа: $pv = RT$, которое графически можно изобразить в виде термодинамической поверхности в координатах p, v, T.

Общей формой уравнения состояния реальных газов, рассмотренное М. П. Вукаловичем и Н. Н. Новиковым [**11**, стр. 43—58], является выражение:

$$pv = RT\left[1 - \sum \frac{k}{k+1}\,\frac{B_k}{v^k}\right],$$

где

B_k — функции температуры, при известном законе взаимодействия молекул газа между собою.

В указанной работе проведена сводка различных уравнений состояния реальных газов (в количестве 150), которая, кроме своей исторической ценности, блестяще иллюстрирует основное положение диалектического материализма о соотношении между относительной и абсолютной истинах. Физическое содержание процессов, происходящих в воздушной подушке, весьма сложное: в ограниченном и относительно малом объеме происходит достаточно быстро меняющееся по времени взаимодействие поршня с бойком через деформируемую упругую среду. Качество воздушной связи зависит от конструкции машины с учетом компенсации и зазоров и условий ее работы (охлаждение, смазка и т. д).

К исследованию процессов в воздушной подушке (воздушном буфере) нужно применить разнообразные методы, разработанные человеческой практикой:

1) теоретические исследования с применением дифференциальных уравнений движения сплошной среды, уравнения состояния, непрерывности, теплоотдачи, и т. д.;

2) гидродинамическое и тепловое моделирование, опирающееся на данные эксперименты в этом направлении, и установление соотношений между величинами, характеризующими рабочий процесс воздушного буфера; за период работы машины нужно экспериментально определить деформации воздушного объема, изменение давления и температуры воздуха; определить за цикл среднее значение показателя политропы и к. п. д. воздушной связи, для данного типа машины.

Наконец, исходя из работы удара A для оптимального режима работы машины определить необходимое количество воздуха между бойком и поршнем и соотношение объемов для машины ударного действия с двухсторонней воздушной связью.

На основании метода нулевых размерностей сделаем попытку выяснить степень трудности задачи установления связи между величинами, определяющими работу воздушной связи. Существенными для рабочего процесса молотка, схемы ЗЭРТ, являются величины: давление воздуха p, *кг/см*²; единичный вес бойка q, *кг/см*²; угловая скорость кривошипа ω, 1/сек; длина воздушной подушки l, *см*; радиус кривошипа r, *см*; плотность воздуха ρ, *кг.сек*²/*см*⁴; вязкость воздуха, характеризуемая коэффициентом динамической вязкости μ, *кг.сек/см²сек* (или кинематической вязкостью $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, *см²/сек*). С вязкостью связано рассеяние энергии и превращение ее в тепло, а также обмен количеств движения соседних слоев воздуха; ускорение силы тяжести g, *см/сек*²; показатель политропы α, который, вообще говоря, меняется с изменением температуры, $[\alpha]=1$; коэффициент температуропроводности воздуха a, *см²/сек*; v—скорость перемещения деформации воздушной подушки. Состояние деформируемого воздушного столбика определяется соотношением между одиннадцатью величинами:

$$f(p,\ q,\ \omega,\ l,\ \rho,\ \mu,\ g,\ a,\ r,\ \alpha,\ v) = 0.$$

В качестве основных независимых единиц возьмем ω, l, ρ, тогда между восемью безразмерными выражениями существует зависимость

$$\Phi\left(\frac{p}{\rho l^2 \omega^2},\ \frac{q}{l^2 \omega^2 \rho},\ \frac{\mu}{\rho l^2 \omega},\ \frac{g}{l\omega^2},\ \frac{a}{l^2\omega},\ \frac{r}{l},\ \frac{v}{\omega l},\ \alpha\right) = 0.$$

Откуда показатель политропы

$$\alpha = \Phi_1(\Pi_1,\ \Pi_2,\ \Pi_3,\ \Pi_4,\ \Pi_5,\ \Pi_6,\ \Pi_7),$$

где

$\Pi_1 = \frac{p}{\rho l^2 \omega^2} = \frac{p}{\rho v^2}$ — критерий Эйлера, который можно преобразовать следующим образом. Принимая во внимание, что адиабатическая скорость звука равна

$$c = \sqrt{k\frac{p}{\rho}},$$ [38, стр. 159],

причем

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4$$

(для воздуха $c = \sqrt{kgRT} = 20{,}1\sqrt{T}$ *м/сек*),

получим: $$\frac{p}{\rho v^2} = \frac{kp}{k\rho v^2} = \frac{c^2}{kv^2} = \frac{1}{k.\left(\frac{v}{c}\right)^2} = \frac{1}{k.M^2},$$

где число

$M = Ma = \frac{v}{c}$ — инвариант подобия Н. В. Майевского [29, стр. 51],

характеризующий влияние сил упругости и сжимаемости и равный отношению скорости движения среды (или в среде) к скорости звука.

Критерий $$\Pi_2 = \frac{q}{\rho l^2 \omega^2} = \frac{q}{\rho v^2} = \frac{q}{\frac{\gamma}{g} \cdot v^2} = \frac{g \cdot q}{v^2 \gamma} = \frac{g}{v^2} \cdot H,$$

где

$H = \frac{q}{\gamma}$ — приведенная высота к длине воздушного столба.

Очевидно,

$$\Pi_1 = f_2(\Pi_2),$$

$$\Pi_3 = \frac{\mu}{\rho l^2 \omega} = \frac{\mu}{\rho l v} = \frac{\nu}{l v} = \frac{1}{Re};$$

Re — число Рейнольдса, характеризующее соотношение инерционных сил и сил вязкости.

Критерий $$\Pi_4 = \frac{g}{l\omega^2} = \frac{g l}{v^2} = \frac{1}{Fr},$$

где

$Fr = \frac{v^2}{gl}$ — число Фруда, характеризующее соотношение между силам инерции и силами тяжести.

Критерий

$$\Pi_5 = \frac{a}{l^2 \omega} = \frac{a}{l v} = \frac{1}{Pe},$$

где

$Pe = \frac{vl}{a}$ — критерий Пекле, характеризующий движение среды с заданным тепловым состоянием.

Отношение критерия Пекле к критерию Рейнольдса дает новый критерий Прандля

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} = \frac{c_p \mu}{\lambda},$$

характеризующий соотношение между молекулярным обменом тепла и молекулярным обменом импульсов между воздухом и поверхностью твердого тела.

Здесь λ — коэффициент теплопроводности

$[\lambda] = ккал/см.сек.град.$

Физические константы для воздуха с указанием ряда критериев приведены в литературе [47 и 44].

$\Pi_6 = \frac{r}{l}$ — симплекс, характеризующий соотношение радиуса кривошипа и длины воздушного столба.

$\Pi_7 = \frac{v}{\omega l} = H_0$ — критерий гомохронности, характеризующий однородность процессов во времени (или иначе, периодичность явления).

Полученные критерии можно было бы вывести из рассмотрения уравнений гидродинамики и термокинетики. В качестве дополнения найдем

критерий, характеризующий интенсивность теплообмена между движущейся средой и ограничивающей поверхностью.

Согласно закону Ньютона, процесс теплообмена между движущейся средой и поверхностью выражается соотношением: $-\lambda \operatorname{grad} T = \alpha \Delta T$, где α — коэффициент теплопередачи, ΔT — разность температур между движущейся средой и твердой стенкой.

Очевидно, для подобной системы

$$-\frac{\lambda_c T_c}{l_c} \operatorname{grad} T = \alpha_c T_c \alpha \Delta T,$$

откуда

$$\frac{\lambda_c T_c}{l_c} = \alpha_c T_c,$$

или

$$\frac{\lambda_c}{\alpha_c l_c} = 1.$$

Инвариант подобия

$$\frac{\alpha_1 l_1}{\lambda_1} = \frac{\alpha l}{\lambda} = \text{idem} = Nu \quad \text{(критерий Нуссельта).}$$

В качестве примера укажем, что экспериментальные исследования теплопередачи при движении теплоносителя в трубе установили наличие связи между критериями подобия Nu, Re, Pr,

$$Nu = 0{,}023\ (Re)^{0,8}\ (Pr)^{0,4} \qquad \text{[47, стр. 70].}$$

В нашем случае решение поставленной задачи оказалось слишком сложным, что в свою очередь объясняется сложностью процессов, происходящих в воздушной подушке, и большим количеством факторов, влияющих на процесс; кроме того, как уже отмечалось выше, нужно иметь в виду наличие компенсации воздуха и влияние зазоров между бойком и цилиндром, которые тоже входят в условия однозначности.

В воздушной связи (буфере) мы имеем среду с переменными физическими свойствами; распространение теории подобия в этом случае встречает ряд затруднений и, очевидно, может быть выполнено по пути сужения интервалов изучаемого явления и по усредненным значениям ряда величин.

Приложение метода подобия применительно к турбулентному движению однородной несжимаемой вязкой жидкости показано Л. Г. Лойцянским [39] с изложением основ теории приближенного „внутреннего" подобия единичного явления, разбивая области, в которых протекает процесс, на ряд отдельных областей (участков) и выясняя условия подобия явлений в этих интервалах.

Метод „внутреннего" подобия единичного явления, нам кажется, может быть применен и при рассмотрении рабочего процесса однотипных электропневматических машин ударного действия. По характеру изменения ряда параметров в течение одного цикла, и даже внутри отдельных интервалов, можно выяснить условия подобия процессов внутри этих интервалов.

Предложенный нами метод расчета [1] нужно дополнить таблицами (графами), отражающими подобие явлений внутри выбранных интервалов по углу поворота φ вала кривошипа (или по времени). Здесь же нужно отметить громоздкость расчета; так, на производство всех вычислений за один цикл требуется 10—12 часов работы. Наряду с развитием предло-

женных (численных) методов расчета, в последние годы советскими учеными весьма плодотворно развивается и применяется электрическое моделирование. Этот метод можно было бы, как эффективный метод расчета, применить к исследованию режимов работы машины ударного действия, к нахождению решений дифференциальных уравнений, описывающих рабочий процесс машины, к нахождению электрических аналогов—критериям подобия машин ударного действия и связей между ними.

Метод электромеханических аналогий

(применительно к машинам ударного действия)

1. В ряде отраслей научного знания (физика, гидромеханика) часто строится рабочая гипотеза о природе того или иного явления. Строится модель явления, которая не претендует на точное изображение самого явления, а представляет собою только схему, облегчающую анализ явления с математической (или физической) точки зрения. По мере расширения и углубления наших знаний модель явления совершенствуется или заменяется новой моделью, которая служит вехой (ступенью) на пути приближения в познании абсолютной истины.

Акад. А. Ф. Иоффе пишет: „Удачно построенная модель упрощает выводы из известных фактов и позволяет ставить новые опыты, ведущие науку вперед. Физическая модель не точный образ явления, а упрощенная схематическая картина, основанная на аналогии... В тех пределах, в которых аналогия действительно имеет место, удачная физическая модель позволяет предсказывать результаты опытов, искать новые проявления изучаемых процессов и на их основе уточнять модель. Часто на протяжении длительного времени модель служит путеводной нитью научного исследования; ...но чаще всего модель только попутчик до одного из поворотов, где пути изучаемого явления и его модели расходятся... Такую же задачу, как модель, часто лучше и полнее решает математическая теория. Ее значение определяется охватываемой ею областью опытных фактов“ [19, стр. 348].

Умозаключение по аналогии основано на сходстве явлений по нескольким признакам и утверждает о возможности сходства и по ряду остальных признаков, то есть такое заключение, идя от частного к частному, имеет некоторую степень вероятности. Вероятность заключения по аналогии, в свою очередь, зависит от объема наших сведений рассматриваемых явлений; причем важно знать не только сходства, но и различия изучаемых объектов.

Связывание неразрешенных проблем с проблемами, разрешенными по аналогии, является предварительным построением, указывающим направление дальнейшей работы исследователя, задачей которого является открытие существенных закономерностей, скрытых под поверхностью внешних сходств и различий, и создание на этой базе новой теории (гипотезы), на основании которой можно предвидеть протекание процесса в условиях действительности. Научная ценность аналогий, как догадок, как основы для построения гипотез, может быть достаточно высока; проф. П. Е. Краснушкин пишет: „Ярким примером общности волновых закономерностей и их использования служит открытие П. И. Лебедевым светового давления, который в своих опытах руководствовался существованием аналогичного явления для акустических и гидродинамических волн“ [31, стр. 89].

Примером общности колебательных закономерностей является использование методов небесной механики в нелинейной радиотехнике (метод предельных циклов) [3 и 60].

Акад. А. Н. Крылов [34] очень ярко пишет: „Таких аналогий между вопросами совершенно разных областей, но приводящих к одинаковым дифференциальным уравнениям можно привести множество. Казалось бы, что может быть общего между расчетом движения небесных светил под действием притяжения к солнцу и между собой и качкой корабля на волнении, или между определением так называемых вековых неравенств в движении небесных тел и крутильными колебаниями вала много цилиндрового двигателя дизеля, работающего на корабельный винт или на электрогенератор? Между тем, если написать только формулу или уравнения без слов, то нельзя отличить, какой из этих вопросов решается: уравнения одни и те же".

Наиболее просто и доступно вопрос о динамических моделях с разбором ряда примеров изложен В. Л. Кирпичевым в беседах о механике: „Часто случается, что вопросы динамики или математической физики, различающиеся между собою по существу, приводят к уравнениям, совершенно одинаковым по виду. Аналитическая форма уравнений оказывается одинаковой для двух и более вопросов, хотя буквы, входящие в члены уравнений, изображают в этих вопросах совершенно различные, часто неоднородные величины. Такое формальное сходство позволяет применять одинаковые математические приемы для интегрирования и разрешения уравнений; мы пользуемся решением, полученным для одного вопроса, и применяем его для других, изображающихся такими же уравнениями. Один вопрос служит моделью, или образцом для нескольких других; мы можем прямо списать готовое уже решение, находя совершенно излишним вновь повторять все прежние выкладки и выводы" [23, стр. 320].

Проф. Л. С. Эйгенсон пишет: „Метод моделирования (в широком толковании этого термина) позволяет заменить изучение явления одного класса изучением явления другого класса" [73, стр. 3].

Метод моделирования в широком смысле этого слова базируется на гениально отмеченной В. И. Лениным „...поразительной аналогичности" дифференциальных уравнений, относящихся к разным областям явлений" (см. „Материализм и эмпириокритицизм"). Динамические аналогии подробно освещены в литературе [18; 21; 50; 66; 67].

Проф. А. И. Гутенмахер отмечает: „Принцип математической аналогии позволяет экспериментально находить решение дифференциального уравнения на модели в той области, где эксперимент осуществляется наиболее легко и точно.

Трудно найти более подходящую для этой цели область техники, чем электротехнику" [14, стр. 11].

Метод электромеханических аналогий основан на формальном сходстве математического аппарата, описывающего динамические процессы в механике и электротехнике.

Известны три системы электромеханических аналогий:

1) в первой системе уравнению баланса сил динамической системы соответствует уравнение баланса напряжений определенного замкнутого контура схемы;

2) во второй схеме уравнению баланса сил динамической системы соответствует уравнение баланса токов определенного узла схемы;

3) в третьей схеме электромеханических аналогий все искомые элементы механической системы можно представить только величиной напряжения в соответствующих точках электрической цепи.

Переход от параметров динамических систем (поступательных или вращательных) к электрическим величинам будем проводить в соответствии с двумя разработанными системами электромеханических аналогий, приведенных ниже, в табл. 4.

Таблица 4

Механические величины				Электрические величины					
	Поступательная система	Обозначение	Вращательная система	Обозначение	1-я система аналогий	Обозначение	2-я система аналогий	Обозначение
1	Масса	m	Момент инерции	I	Самоиндукция	L	Емкость	C
2	Линейное перемещение	s	Угловое перемещение	φ	Эл. заряд	q	Магнитное потокосцепление	ψ
3	Линейная скорость	v	Угловая скорость	ω	Сила тока	i	Напряжение	u
4	Сила	F	Крутящий момент	M	Напряжение	u	Сила тока	i
5	Сопротивление потерь	k	Вращательное сопротивление	$\kappa_в$	Омическое сопротивление	R	Омическая проводимость	$\frac{1}{R}$
6	Податливость (обратная величина жесткости)	e	Податливость (эластичность)	c	Емкость	C	Самоиндукция (взаимоиндукция)	L (M)

Из уравнения движения электродвигателя нами было получено выражение:

$$M_c = \varepsilon_c I_c = m_c \frac{l_c^2}{t_к^2} = p_c l_c^3 = \omega_c^2 \frac{Q_c}{g_c} \cdot l_c^2 = \omega_c^2 I_c.$$

Соответствующие электрические аналоги (по первой системе электрических аналогий) будут следующие:

$$u_c = \frac{i_c}{t_c} L_c = L_c \frac{q_c^2}{t_c^2} = \frac{u_c}{q_c^2} q_c^2 = \omega_c^2 L_c q_c^2 = \omega_c^2 L_c.$$

Критерию оптимального режима механической системы $\Pi_{рез} = \frac{p_a g d_2}{Q_б \omega^2 l_2} = 1$

для электрического контура соответствует выражение: $\frac{u}{Lq\omega^2} = 1$.

Условию

$$p_c = 1 = m_c = \frac{l_c}{t_c^2} \cdot \left(\frac{d_1}{d}\right)^2$$

в электрическом контуре соответствует выражение:

$$\frac{L}{t^2 q} = 1.$$

Найдем отношение времен (или частот) соответствующих процессов в механической системе и электрическом контуре, являющимся аналогом.

$$t_{c.мех} = \sqrt{\frac{m_c}{p_c l_c}} = \sqrt{\frac{m_c l_c^2}{I_c \omega_c^2}} = \frac{1}{\omega_{c\,мех}},$$

$$t_{c.эл} = \sqrt{\frac{L_c q_c^2}{u_c}} = \sqrt{\frac{i_c L_c}{u_c}} = \sqrt{\frac{L_c q_c^2}{\omega_c^2 L_c}} = \frac{q_c}{\omega_{c.эл}},$$

откуда

$$\frac{t_{c.мех}}{t_{c.эл}} = \frac{\omega_{c.эл}}{\omega_c q_{c.мех}}.$$

или

$$\frac{\omega_{c.эл}}{\omega_{c.мех}} = q_c \frac{t_{c.мех}}{t_{c.эл}} = q_c \frac{\sqrt{\frac{m_c}{p_c l_c}}}{\sqrt{\frac{L_c q_c^2}{u_c}}} = \frac{\sqrt{\frac{m_c}{l_c}}}{\sqrt{\frac{L_c}{u_c}}}.$$

Следовательно,

$$\frac{\omega_{эл}}{\omega_{мех}} = C_1 \frac{\sqrt{\frac{m}{l}}}{\sqrt{\frac{L}{u}}}, \text{ где } C_1 = \text{const}.$$

Таким образом, не обязательно должно быть равенство частот у механической системы и электрической модели.

Условием подобия пружинных молотков при резонансном режиме является соотношение

$$\frac{Q\omega^2}{gC_2} = m\omega^2 l = 1, \quad \text{где } l = \frac{1}{c_2}, \ c_2 \text{—жесткость пружины,}$$

$$\text{откуда } \omega = \frac{1}{\sqrt{me}} \text{ или } t_{мех} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{me}.$$

Для электрического контура, являющегося аналогом

$$t_{эл} = 2\pi\sqrt{L.C}, \text{ где } C\text{—емкость.}$$

Следовательно, отношение времен совершающихся процессов

$$\frac{t_{мех}}{t_{эл}} = \frac{\sqrt{me}}{\sqrt{LC}} = \frac{\omega_{эл}}{\omega_{мех}}.$$

2. Дальнейшее исследование вопроса можно вести в двух направлениях: а) путем составления электрических цепей, являющихся аналогами механических систем, и изучения протекающих в них процессах (при переменных значениях соответствующих параметров); б) путем изучения характера сил, действующих на боек за период одного цикла, то есть выяснения зависимости $F = f(t)$ или $F = f_1(\varphi)$, и затем при помощи электроинтегратора найти закон движения бойка.

При составлении электрических цепей, являющихся аналогами механических систем, каждый из элементов механической системы представляем в виде двухполюсника, из которых и составляется механическая цепь.

На основании изложенных в литературе правил [18; 62; 66; 67], дающих теоретическую и практическую основы для построения электрических аналогов по 1 и 2 системам, представим систему электрического молотка (фиг. 6а), с упругой (пружинной) связью между бойком и поршнем в виде механической цепи (фиг. 6б), состоящей из двухполюсников, в которые входят поршень, пружина, боек (с сопровождающим его движение сопротивлением) и инструмент (поглотитель работы); на фиг. 6в действие поршня схематически заменено силой F; податливость упругого элемента помечена через e; масса бойка обозначена через m, сопротивление трения о стенки

цилиндра—через K; поглотителем работы является инструмент (пика), через который энергия передается разрушаемой среде и частично возвращается обратно при отскоке бойка.

На фиг. 6г показаны эквивалентные электрические цепи, составленные согласно 1 и 2 системам эл. аналогий. Здесь R_1 — поглотитель энергии, нелинейный элемент, а D — детектор (прерыватель).

Фиг. 6

Моделирование электропневматического молотка более сложно, так как воздушная связь не удовлетворяет закону Гука.

В механической системе имеется внезапная связь (удар), резко изменяющая движение бойка, а в эквивалентной электрической цепи имеется детектор, срабатывающий при определенном напряжении; в обеих системах, механической и электрической, имеются элементы, свойства которых существенно зависят от приложенных сил, возникающих при ударе и напряжений (или протекающих в электрической схеме токов), то есть

нелинейных элементов. В целом каждая из нелинейных цепей представляет собою автоколебательную систему [3; 60].

Рассмотрение машин ударного действия, как автоколебательных систем, заслуживает более углубленного изучения.

Рассмотрим вопрос о подведении к электрической схеме соответствующего напряжения. При достаточно мощном электродвигателе подведенное напряжение соответствует возмущающим колебаниям поршня, которые в первом приближении можно принять гармоническими; отметим, что с электрической точки зрения не представляет особых затруднений учесть и длину шатуна.

Для получения незатухающих колебаний в контуре электрической модели к последнему необходимо периодически сообщать порции энергии, компенсирующие в нем потери. Форма колебаний, в основном, определяется свойствами контура, а так как затухание контура должно быть велико, то внешний источник энергии должен питать его значительную долю периода.

Устройство, питающее контур, должно подавать ему энергию в вполне определенные моменты времени, определяемые элементами цепи R, L, C; следовательно, и это устройство должно „выждать", пока напряжение на нем или ток через него не достигнет определенного значения; срабатывая, оно приведет систему в некоторое иное состояние. Роль такого устройства выполняют различные элементы: неоновая лампа, тиратрон и т. д.

Меняя параметры электрической модели L, C, R и варьируя (изменяя) частоту, величину и форму подаваемых импульсов, таким путем на электрической модели представляется возможным изучение некоторых вопросов, связанных с работой машины ударного действия.

3. Еще более заманчивым является нахождение эффективных методов решения системы дифференциальных уравнений, описывающих движение бойка и электродвигателя. У имеющихся электропневматических молотков или на специально построенном для этих целей стенде нужно изучить кривые давления воздуха в зависимости от параметров и режима работы машины Зная силы, действующие на боек в функции времени $p(t)$, или угла поворота $p(\varphi)$, и границы, в которых изменяется кривая, задаваясь начальными условиями интегрирования, найдем кривую импульсов сил и скорость бойка; повторным интегрированием определим закон движения бойка, причем интегрирование можно осуществить при помощи электрических цепей. При отсутствии электроинтегратора нужно разработать аппаратуру типа многоканального катодного осциллографа с возможностью наблюдения и изучения одновременно нескольких процессов, а также наличия в нем дифференцирующих и интегрирующих контуров.

В этом направлении можно пойти еще дальше: зная изменение давления воздуха за период $p(t)$ и характеристику электродвигателя $M_k = f(\omega)$, очевидно, можно знать результирующий крутящий момент на валу кривошипа, а следовательно,—кинетическую энергию двигателя и его мощность в функции времени. Тогда при известном значении момента инерции $J(\varphi)$ можно знать закон движения $\varphi = \varphi(t)$ и $\omega = \omega(t)$.

Превратив воздушную связь из пассивного двухполюсника в активный (на подобие двигателя внутреннего сгорания[1]), подавая на прибор соответствующие давлению импульсы напряжения или тока[1]), имеем возможность почти мгновенно получить закон движения как бойка, так и двига-

---

[1]) Кривую давления $p(t)$ желательно на основании экспериментальных исследований записать на магнитной ленте или киноленте, затем при помощи фотоэлементов соответствующей формы импульсы напряжения (или токи) подать на многоканальный осциллограф, имеющий интегрирующие цепи.

теля (не обязательно даже электрического!). В этом направлении моделирование по существу является математическим и оно уже нашло отражение в машиностроительной литературе [44; 62]. Теория электрических моделей и математических машин достаточно полно освещена в указанных работах [14; 21; 48; 75].

Возможно, что при математическом моделировании придется обратиться к изучению теории электрических цепей, в частности, использования метода, рассмотренного Г. Е. Пуховым в работе „Теория метода подсхем", основанной на разложении сложной цепи на простейшие части—подсхемы [76].

Заключение

1. Постановка темы „Изучение рабочего процесса электропневматических машин ударного действия", многообразие затрагиваемых вопросов из смежных областей знания—требуют привлечения разнообразных методов и способов исследования к отдельным этапам и разделам работы. Эффективными методами решения задачи могут быть методы теории подобия и размерностей, являющиеся основой моделирования. Моделирование, как один из методов познания закономерностей окружающего нас мира, имеет огромное практическое и общеобразовательное значение: трудности расчета и постройки сооружений, требующих в ряде случаев значительных материальных затрат и мощностей, заставляют инженера исследователя изучить явление в несколько ином масштабе на упрощенной модели, иногда схематизируя процесс, выявляя главные определяющие факторы. При изучении новых конструкций машин предварительно на модели осуществляется проверка правильности теории, предпосылок, допущений, расчета; на модели имеется возможность изучения различных режимов работы машины, активного вмешательства экспериментатора в наблюдаемый процесс, управление новым процессом, выявление влияния отдельных элементов, устранение недостатков и улучшение конструкции машины в целом. Моделирование является воспроизведением явления подобного образцу (прототипу) при наличии потребности серийного производства подобных сооружений в несколько ином масштабе.

В зависимости от характера движения и проявляющихся при этом силах возможны различные масштабные временно-пространственные соотношения между реальными объектами, которые в известной мере и вскрываются теорией подобия и размерностей. Например, рассматривая специальные случаи моделирования, пусть главной силой в изучаемом явлении является сила тяжести, тогда нетрудно показать, что переходным числом между временным и пространственным масштабом, для одного и того же места ($g_c = 1$), является выражение:

$$t_c = l_c^{1/2}\ ^{1)}$$

Также для случая центральной (ньютониантской) силы, согласно закону Кеплера, нетрудно получить соотношение:

$$t_c^2 = l_c^3.$$

Для некоторой систематизации изложения вопроса приведем таблицу (табл. 5) временно-пространственных масштабных соотношений, для слу-

---

[1]) Иллюстрируем известным примером: период колебаний математического маятника для небольших углов отклонения от вертикали определяется формулой $t = 2\pi\sqrt{\frac{e}{g}}$; тогда для одного и того же места $g_c = 1$ и отношение периодов колебаний двух маятников различной длины будет $t_c = \sqrt{l_c}$.

чаев, когда при моделировании преобладающими силами являются: сила тяжести, вязкости, упругости, центробежная, центральная (ньютониантская) сила.

Таблица 5

Характеристика	Обозначения	Преобладающая сила: тяжесть	вязкость	упругость	центробежная сила	центральная сила $F = f\frac{m_1 m_2}{r^2}$	Примечание
Критерии подобия	Π	$\frac{v^2}{lg}$	$\frac{v}{l\nu}$	$\frac{v}{\sqrt{\frac{E_y}{\rho}}}$	$\frac{g}{\omega^2 R}$	$\frac{v^2}{f\rho l^2}$	
Характеристические числа . . .	$\wedge$	$\frac{v_c^2}{l_c g_c}$	$\frac{v}{l_c \nu_c}$	$\frac{v_c}{\sqrt{\frac{E_{yc}}{\rho_c}}}$	$\frac{g_c}{\omega_c^2 R_c}$	$\frac{v_c^2 l_c}{f_c m_c}$	
Переходное число (масштаб) во времени	t_c	$l_c^{1/2}$	l_c^2	l_c	l_c^x	$l_c^{3/2}$	При одинаковых материалах
Переходное число для сил . . .	F_c	l_c^3	1	l_c^2	l_c^2	l_c^{-2}	„
Отношение напряжений (давлений)	σ_c	l_c	l_c^{-2}	1	1	l_c^{-4}	„
Отношение скоростей	v_c	$l_c^{1/2}$	l_c^{-1}	1	l_c^{1-x}	$l_c^{-1/2}$	„
Отношение работ	A_c	l_c^4	l_c	l_c^3	l_c^3	l_c^{-1}	„
Отношение мощностей	N_c	$l_c^{7/2}$	l_c^{-1}	l_c^2	l_c^{3-x}	$l_c^{-5/2}$	„

Примечания к таблице:

1. Переходные числа, выражающиеся в общем случае зависимостью $t_c = f(\rho_c\, l_c)$, объединяют воедино пространственные и временные характеристики движущейся материи (в таблице приведены простейшие случаи, в действительности имеет место многообразие форм проявления этой связи).

2. В том случае, когда одновременно действует несколько сил, задача усложняется, и тогда имеет место приближенное моделирование.

3. Критерии подобия можно получить различными способами. Найдем некоторые из них, исходя из общей структуры формулы $E = mc^2$, дающей соотношение между массой и энергией [19 и 56].

Размерность

$$[E] = [m]\,[v^2]$$

или

$$[me^2t^{-2}] = [\rho l^3 v^2].$$

Разделив обе части последнего соотношения на размерность объема $[l^3]$, получим размерность, так называемой, „плотности“ энергии или энергии единицы объема

$$[me^{-1}t^{-2}] = [\rho v^2].$$

Но размерность выражения, стоящего в левой части, есть не что иное, как размерность давления $[p]$ или напряжения $[\sigma]$.

Следовательно, $[p] = [\sigma] = [\rho v^2]$, откуда нетрудно получить структуру формулы $p = \rho v^2$ и для скорости распространения волнового процесса в упругой среде:

$$v = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \quad \text{или} \quad v = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}.$$

В том случае, когда $\sigma = E_y$, (где E_y — модуль упругости), то

$$v = \sqrt{\frac{E_y}{\rho}},$$

следовательно,

$$v_c = \sqrt{\frac{E_{yc}}{\rho_c}},$$

откуда

$$\frac{v_c}{\sqrt{\frac{E_{yc}}{\rho_c}}} = 1,$$

или

$$Ca = \frac{v}{\sqrt{\frac{E_y}{\rho}}} = \text{idem} \text{ (критерий Коши).}$$

Можно было бы все рассуждение провести в обратном порядке, исходя из формулы

$$v = \sqrt{\frac{p}{\rho}},$$

получить структуру формулы $[E] = [mv^2]$.

Найдем значение энергии единицы веса

$$[G] = [V \cdot \gamma] = [e^3\gamma],$$

где γ — удельный вес, *кг/см*^{3}.

Разделив значение энергии на вес тела, получим:

$$\left[\frac{E}{G}\right] = \left[\frac{p}{\gamma}\right] = \left[\frac{\rho v^2}{\gamma}\right] = \left[\frac{v^2}{g}\right] = [l] = [pv] = [RT].$$

Здесь

$$v = \frac{V}{G} = \frac{1}{\gamma} \text{ — удельный объем.}$$

Следовательно, безразмерным выражением будет отношение размерности энергии единицы веса к размерности длины

$$F_r = \frac{\left[\frac{v^2}{g}\right]}{[l]} = \left[\frac{v^2}{gl}\right]$$

или

$$\frac{v^2}{gl} = \text{idem}.$$

4. Если в выражении критерия подобия для силы тяжести взять характерный линейный размер $l = R$ и заменить $v = \omega R$, то получим:

$$\frac{v^2}{lg} = \frac{\omega^2 R^2}{Rg} = \frac{\omega^2 R}{g}.$$

Одинаковость критериев подобия естественно наталкивает мысль о тождественности сил инерции и тяготения, что в известной мере и обосновывается теорией относительности.

Центробежное моделирование находит широкое применение при решении различных задач строительной механики, грунтоведения и горного давления [**32**; **52**; 53; **20**].

При моделировании на центрофуге (фиг. 7) центробежные силы, развиваемые в каждой точке исследуемого материала, вследствие вращения центрофуги, являются моделью для поля тяжести. При достаточно малых размерах модели и большом радиусе вращения центробежные силы инерции можно считать параллельными.

а) Схематический чертеж центрофуги для испытания моделей *б) Разрез каретки с моделью откоса канала*

Фиг. 7

Ускорение на модели

$$a = \sqrt{g^2 + \omega^4 R^2}\, R\omega^2 R,$$

тогда „вес“ на модели

$$G_м = m\omega^2 R. \qquad (1)$$

В том случае, когда существенной силой является вес, отношение напряжений определяется соотношением

$$\sigma_c = \frac{\sigma_м}{\sigma_н} = \frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{\dfrac{\rho l^3}{l^2}}{\dfrac{\rho_1 l_1^3}{l_1^2}} = \rho_c l_c.$$

Если желательно, чтобы напряжения были одинаковы как на модели, так и в натуре, т. е. $\sigma_c = 1$, то $\rho_c l_c = 1$. Если $\rho_c = 1$ (материал одинаков), то $l_c = 1$, т. е. модель должна совпадать с натурой или должна быть выполнена из материала более плотного, но с одинаковыми (с натурой) модулями упругости и допускаемым напряжением, что невозможно.

Выходом является увеличение тяготения (веса) на модели во столько же раз, во сколько уменьшены линейные размеры. Следовательно, вес тела $G = mg$, находящийся в каретке при вращении центрофуги, должен быть равен

$$G_м = \frac{mg}{l_c}. \qquad (2)$$

Приравнивая выражения (1) и (2), получим:

$$m\omega^2 R = \frac{mg}{l_c},$$

откуда

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R l_c}}$$

и

$$l_c = \frac{g}{\omega^2 R}.$$

Особо важное практическое значение имеет определение масштаба времени, дающее возможность предвидеть развитие во времени изучаемых процессов [20], здесь $t_c = l_c^x$.

Ввиду разнообразия свойств горных пород, величина показателя степени x зависит от испытуемого материала, определяется из опыта и имеет различные значения в пределах: $1 < x < 2$; при $x = 1$, все характеристики при центробежном моделировании соответствуют характеристикам упругой силы; при $x = 2$, характеристики соответствуют силам вязкости кроме A_c и N_c, так как избыток энергии на модели получается от двигателя, вращающего центрофугу, то есть извне, что и обеспечивает при дополнительно нагруженном состоянии ускоренное протекание процесса на модели.

2. Теория подобия основывается на трех теоремах: первая теорема подобия формулирует свойства подобных систем, утверждая, что подобные явления имеют одинаковые критерии подобия.

Критерии подобия можно найти различными путями: либо из условий тождественности уравнений, описывающих процессы, или из анализа размерностей, разновидностью которого является метод нулевых размерностей. Разница лишь в способах решения задачи, результат в конечном счете один и тот же.

Преимущество анализа размерностей состоит в применении метода к сложным системам, для которых мы не можем написать уравнений, характеризующих процесс, но необходимо знать все n физических величин, участвующих в процессе; нужно знать число основных единиц k, лежащих в основе системы и, наконец, знать закон, на основании которого построена система единиц.

Однако „нахождение критериев подобия из решения конкретных уравнений, при известных условиях однозначности, оказывается более определенным и уверенным“ [9, стр. 28]. Разделяя эту точку зрения, заметим, что часто эффективность, простота и изящность решения задачи в значительной степени зависят от характера и содержания задачи, выбора способа решения и, наконец, от направления склада ума и навыков исследователя.

Доказательство возможности приведения уравнения к критериальному виду составляет содержание второй теоремы подобия. Однако применение метода анализа размерностей не ставит вопроса о достаточных условиях для существования подобия, что может привести к опасности чрезмерно широких обобщений.

Отчетливость в вопросе о пределах закономерного распространения единичного опыта указывается третьей теоремой теории подобия, называемой иногда теоремой моделирования и которая кратко формулируется так: „Подобными явлениями будут те, которые имеют подобные условия однозначности и одинаковые определяющие критерии“ [9; 24; 35].

Определяющие критерии составляются из независимых между собою величин, которые входят в условия однозначности (геометрические соотношения, физические параметры, краевые условия: начальные и граничные).

Теория подобия и размерностей являются связующим звеном между теорией и экспериментом. „Специфическая точка зрения на эксперимент, как на моделирование, позволяет физику улавливать из эксперимента общие закономерности, выходящие за пределы конкретной физической природы явления“ [31, стр. 90].

Эксперимент с моделями, выполненный на основе теории подобия, освобождает нас от необходимости аналитического решения задачи, не всегда являющегося возможным.

Наибольший эффект возможен при согласном развитии методов физического и математического моделирования, при взаимном их дополнении друг другом, причем преимущество в смысле достоверности выводов будет за физическим моделированием, поскольку природа явления остается одной и той же, хотя и здесь имеются недостатки:

а) изготовление моделей часто занимает слишком много времени и средств;

б) в связи с изменением масштаба возможно искажение „природы“ явления.

Можно различными путями подойти к постановке эксперимента. Акад. М. В. Кирпичев в работе „Теория подобия как основа эксперимента“ [24] пишет: „...Теоремы подобия устанавливают тесную связь между теорией и опытом. На определенной стадии развития науки появляется возможность вывести математические зависимости для рассматриваемого явления природы. При этом, как правило, математическую зависимость удастся установить лишь в виде дифференциального уравнения. Составление уравнений и нахождение их условий однозначности, состоящее в выборе краевых условий и доказательства единственности решения, с которого теоретик начинает интегрирование уравнений, как мы видим, в одинаковой мере необходимы и экспериментатору. Пути их расходятся только тогда, когда первый берется за карандаш, а второй вооружается измерительным прибором. Эта связь между теорией и экспериментом становится еще яснее, если в дифференциальных уравнениях перейти от абсолютных к относительным единицам измерения и тем самым сделать уравнения инвариантными для подобных явлений“.

Методы обработки результатов опыта на основе теории подобия можно найти в руководствах [26 и 47].

Лауреат Сталинской премии проф. М. А. Михеев пишет: „...частные зависимости подкупают своей простотой. Однако простыми формулами можно пользоваться лишь в том случае, если в проектируемом аппарате условия протекания процесса в точности соответствуют тем, какие были при проведении экспериментов, на основании которых получены эти формулы... Если условия, имевшие место в опыте и в проектируемом аппарате, различны, то при расчетах следует пользоваться такими формулами, в которых учитывалось бы большее число переменных, определяющих собой протекание процесса. Этому требованию удовлетворяют только обобщенные зависимости в критериальном виде. Поэтому при выборе расчетной формулы им следует отдавать безусловное предпочтение“ [47, стр. 70].

Связи, устанавливаемые теорией размерности и подобия являются лишь часто предварительным этапом исследования (первым приближением...), но эти связи не являются случайными, ибо основанием теории размерностей и теории подобия является общественно-историческая производственная практика человечества в целом. Наблюдение и эксперимент имеют подчиненное значение по отношению к развивающейся производственной практике, к требованию общественно-исторической практики в целом.

Нужно отметить, что теория подобия (и размерностей), вскрывая ряд связей и соотношений, указывая рациональную форму обработки опытных данных, больше того, что содержится в уравнениях, описывающих явление, дать не может и не является универсальной теорией, пригодной для любого случая и тем более для различных спекулятивных построений в духе буржуазных ученых, например, Тольмана—„О миниатюрной вселенной". [**70**, стр. 374].

„...Теория подобия позволяет, не интегрируя дифференциальных уравнений, получить из них критерии подобия и установить критериальные зависимости, которые справедливы для всех подобных между собой процессов. Однако следует помнить, что такие обобщенные зависимости ограничены условиями подобия и из них нельзя делать заключения, выходящие за пределы этих ограничений. Общего решения теория подобия не дает: она позволяет лишь обобщать опытные данные в области, ограниченной условиями подобия. При пользовании методом подобия об этих ограничениях всегда нужно помнить" [**47**; **64**].

Наряду с установлением соотношений, даваемых теорией подобия и размерностей (и которые не являются законченными), нужно глубже изучить специфику каждого явления, каждого процесса в конкретных условиях, ибо задачей науки является изучение не только соотношений между объектами реального мира, а главное и прежде всего—изучение свойств самих объектов, иначе может произойти отрыв формы от содержания, а следовательно, возникнет опасность идеализма.

3. На основе рассмотренных в данной работе методов теории подобия и теории размерностей необходима постановка экспериментальных исследований по изучению и моделированию машин ударного действия по следующим, как нам кажется, направлениям:

1). Поскольку подобие имеет место среди кузнечных молотов, то, очевидно, нужно глубже изучить работу лучших образцов молотов с индивидуальным приводом; одновременно нужно спроектировать универсальный стенд для испытания электропневматических молотков и перфораторов; исследовать работу различных конструкций (ударного узла) при переменных параметрах и различных режимах машины. Проверить справедливость условия оптимального режима машины; выяснить влияние отскока бойка на рабочий процесс машины; определить значения некоторых коэффициентов и показателей (например, показателя политропы и др.) Глубже изучить специфику работы и к. п. д. каждого отдельного узла машины (двигатель, передачи, подача, ударный узел, механизм проворота бура). Изучить роль и влияние на рабочий процесс машины следующих факторов: смазки, охлаждения, компенсации, величины зазоров между бойком и цилиндром. Обратить внимание на прочность и надежность работы отдельных элементов машины, изучить поломки деталей.

2). Выяснить взаимодействие работающей машины с разрушаемой средой и величины, характеризующие процесс разрушения горных пород, при определенных условиях работы. Наряду с задачей создания надежного и более эффективного инструмента для бурения, необходимо исследование новых режимов бурения и применения ряда факторов, способствующих разрушению горных пород (понизители твердости, удаление буровой мелочи из шпура и т. д.). Необходима постановка более тонкого эксперимента

при изучении механизма разрушения горных пород. Очевидно, что вопрос о разрушении горных пород и о взаимодействии разрушаемой породы с машиной, производящей разрушение (и добычу) не может быть решен изолированно от других областей науки и техники.

3). Рационально обработать результаты опытных данных в виде таблиц, графиков и номограмм; отобрать лучшие режимы работы в качестве образцов для проектирования новых машин ударного действия. Систематизировать существующие и разработанные методы расчета электропневматических машин ударного действия.

Дальше развить работы в направлении моделирования—электрическое моделирование, моделирование воздушного буфера и т. д. Продумать методику проведения экспериментальных работ и создать необходимую аппаратуру для наблюдения и регистрации изучаемых процессов.

4). Развить ряд вопросов перспективного характера, как-то:

а) молоток, как автоколебательная система;

б) выбор параметров машины ударного действия для оптимального режима, как вариационная задача;

в) исследование переходных процессов и выбор соответствующей характеристики двигателя;

г) вопросы к. п. д. при ударе; передача энергии при ударе через ряд звеньев;

д) распространение разработанных методов исследования и расчеты на другие машины (соленоидный молоток, возможность применения гидродвигателя и т. д.).

Указанный объем работы может быстро и эффективно выполнить только коллектив сотрудников при сочетании теории и практики, на базе творческого содружества работников науки и производства, на базе разработанных методов исследования и расчета. Научное обоснование процессов в области машин ударного действия даст возможность овладеть этой областью с точки зрения управления явлением, с точки зрения создания новых производительных машин и механизмов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алабужев П. М. Исследование рабочего процесса электроотбойного молотка с упругой (воздушной) связью, „Изв. ТПИ“, т. 61, вып. 1, 1947.

2. Алабужев П. М. и Юдин И. П. Экспериментальное исследование электропневматического молотка, Тр. Зап.-Сиб. филиала АН СССР, вып. 8, 1950.

3. Андронов А. А. и Хайкин С. Э. Теория колебаний, ч. 1, ОНТИ, 1937.

4. Артоболевский И. И. Русский изобретатель и конструктор Кулибин, изд. МВС СССР, 1948.

5. Батуев Н. М. Электрические молотки, ВНИИСтройдормаш. Исследование машин и механизмов для строительных и дорожных работ, ч. 1, Машгиз, 1950.

6. Бриджмен П. В. Анализ размерностей, ОНТИ, ГТТИ, 1934 (перевод под редакцией акад. Вавилова С. И.).

7. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики, ч. II, гл. 8, ГИТТЛ 1939.

8. Бучнев В. К. Буровзрывные работы, Углетехиздат, 1950.

9. Веников В. А. Применение теории подобия и физического моделирования в электротехнике, Госэнергоиздат, 1949.

10. Воскресенский К. Д. К доказательству обратной теоремы теории подобия, сб. „Теория подобия и моделирование“, изд. АН СССР, 1951.

11. Вуколович М. П. и Новиков Н. Н. Уравнение состояния реальных газов Госэнергоиздат, 1948.

12. Гликин Н. Э. Кузнечное дело, Трудрезервиздат, 1951.

13. Горячкин В. П. Принцип подобия и однородности. Теория, конструкция и производство сельскохозяйственных машин, Тр. ВИСХМ, т. 1, Сельхозгиз, 1935.

14. Гутенмахер Л. И. Электрические модели, изд. АН СССР, 1949.

15. Гухман А. А. Распространение теории подобия на случай среды с переменными физическими свойствами, Изв. Каз. фил. АН СССР, серия энерг. № 1 (25), 1948.

16. Гидравлическое моделирование, сб. работ под ред. Близняка Е. В., Госэнергоиздат, 1947.

17. Есин Н. Н. Расчет электропневматического молотка методом подобия, Тр. ЗСФАН СССР, вып. 8, 1950.
18. Зубков П. И. Теория электромеханических аналогий. Дополнение к книге Гарднера М. Ф. и Бернса Дж. „Переходные процессы в линейных системах", Гостехиздат, 1949.
19. Иоффе А. Ф. Основные представления современной физики, ГИТТЛ, 1949.
20. Каплунов Р. П. и Панин И. М. К вопросу исследования элементов горных работ методом центробежного моделирования и определения масштаба времени, Тр. Горного ин-та имени Сталина, вып. 8, Углетехиздат, 1950.
21. Карман Т. и Био Т. Математические методы в инженерном деле, гл. IX, ОГИЗ, Гостехиздат, 1946.
22. Кельдюшев В. А. Пневматика, ОНТИ, 1938.
23. Кирпичев В. Л. Беседы о механике, ГИТЛ, 1950.
24. Кирпичев М. В. Теория подобия как основа эксперимента, Юбилейный сборник АН СССР, II ч. 1947.
25. Кирпичев М. В. и Конаков П. К. Математические основы теории подобия, АН СССР, 1949.
26. Кирпичев М. В. и Михеев М. А. Моделирование тепловых устройств, изд. АН СССР, 1936.
27. Кирпичев М. В. Теория размерности и теория подобия. Сборник „Теория подобия и моделирование", изд. АН СССР.
28. Конаков П. К. Теория подобия и анализ размерностей, сборник „Теория подобия и моделирование" изд. АН СССР, 1951.
29. Конаков П. К. Теория подобия и ее применение в паровозной теплотехнике, Машгиз, 1951.
30. Кочин Н. Е., Кибель И. А. и Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика II ч., ОГИЗ, Гостехиздат, 1948.
31. Краснушкин П. Е. О методах моделирования волновых процессов, Вестник МГУ, № 11, 1949. Серия физико-математических и естественных наук № 8.
32. Кречмер В. В. О некоторых задачах теории механического подобия, ДАН СССР, том XV, № 4, 1949.
33. Крылов А. Н. Мои воспоминания, изд. АН СССР, 1945.
34. Крылов А. Н. Математика и естествознание, изд. АН СССР, 1937.
35. Кудрявцев Е. В. Моделирование вентиляционных систем, Стройиздат, 1950.
36. Кузнецов В. Д. Физика твердого тела, т. V, 1949.
37. Литвин А. М. Техническая термодинамика, Госэнергоиздат, 1947.
38. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа, ГИТЛ, 1950.
39. Лойцянский Л. Г. О некоторых приложениях метода подобия в теории турбулентности, Жур. „Прикладная механика", т. II, вып. 2, 1935.
40. Лунц Е. Б. Определение критических скоростей валов методом динамического подобия, Тр. ВВИА им. Жуковского, вып. 296, 1948.
41. Лучинский Н. Д. Принцип механического подобия в применении к сельскохозяйственным машинам, Тр. ВНСХМ, Сельхозиздат, 1935.
42. Малахов Ю. М. Теория работы пневматического молотка, „Горный журнал", № 2, 1934.
43. Маликов М. Ф. Основы метрологии, ч. 1, 1949.
44. Машиностроение, Энциклопедический справочник, т. 1, ч. 1 и 2, Машгиз, 1947.
45. Машиностроение, Энциклопедический справочник, т. 8, Машгиз, 1949.
46. Медведко А. М. Формула бурения, „Горный журнал", № 11—12, 1946.
47. Михеев М. А. Основы теплопередачи, Госэнергоиздат, 1949.
48. Муррей Ф. Теория математических машин, изд. ин. л., 1949.
49. Ньютон И. Математические начала натуральной философии, II кн., отд. VII, собрание трудов акад. А. Н. Крылова, т. VII, изд. АН СССР, 1935.
50. Ольсен Г. Динамические аналогии, ин. л., 1947.
51. Поливанов К. М. Теория подобия и размерностей, физич. словарь, т. IV, ОНТИ, 1938.
52. Покровский Г. И. Исследование моделей сооружений на центрофуге, Жур. „Наука и жизнь", № 12, 1948.
53. Покровский Г. И. Советская наука о грунтах, Жур. „Техника молодежи" № 8, 1951.
54. Прандтль Л. Гидро-аэро-механика, изд. ин. л., 1949.
55. Резняков А. В. Краткий справочник по теории подобия, Изд. Казах. АН СССР, 1950.
56. Савченко К. Н. Анализ размерностей и теории тяготения, Тр. Одесского гос. университета, т. VI (59), 1950.
57. Седов Л. И. Методы теории размерностей и теории подобия в механике, ГИТТЛ, 1944.
58. Сена Л. А. Единицы измерения физических величин, ГИТТЛ, 1951.
59. Суднишников Б. В. Динамический расчет электромолотков и перфораторов методом подобия, Жур. „Топливное машиностроение", № 6, 1940.

60. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний, ГИТТЛ, 1950.
61. Тер-Григорьян А. И. Долота для вращательного бурения, Азнефтеиздат, 1950.
62. Тетельбаум И. М. Электрическое моделирование упругих систем в динамических задачах строительной механики, сб. „Повышение прочности деталей машин", Изд. АН СССР, 1949.
63. Тиме И. А. Справочная книга для горных инженеров и техников по горной части. Горнозаводская механика, СПБ, 1879.
64. Унксов Е. П. Исследование пневматического приводного молота, Жур. „Вестник металлопромышленности" № 2, 1938.
65. Федоров В. С. Научные основы режимов бурения, Гостоптехиздат, 1951.
66. Фурдуев В. В. Электроакустика, ГИТТЛ, 1948.
67. Харкевич А. А. Теория электроакустических аппаратов, 1940.
68. Цимбаревич П. М. Механика горных пород, Углетехиздат, 1948.
69. Циткин С. И. Центробежные компрессоры, газодувки и вентиляторы, гл. XI, Машгиз, 1950.
70. Чивита Л. и Амальди У. Курс теоретической механики, т. 1, ОНТИ, 1934.
71. Шнейерсон Б. Л. О применении теории подобия при геологическом моделировании. Тр. института теоретической геофизики, т. III, изд. АН СССР, 1947.
72. Шрейнер Л. А. Физические основы механики горных пород, Гостоптехиздат, 1950.
73. Эйгенсон Л. С. Моделирование, изд. „Советская наука", 1952.
74. Эпштейн Е. Ф. Теория бурения—резания горных пород твердыми сплавами, ГОНТИ, 1939.
75. Жур. „Успехи математических наук", т. 1, вып. 5—6 (15—16), ГИТТЛ, 1946 (Цикл статей по математической технике).
76. Пухов Г. Е. Теория метода подсхем, „Электричество" № 8, 1952.