

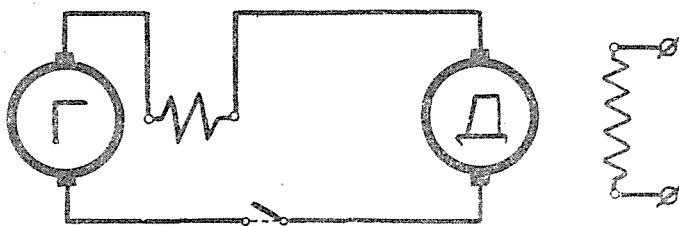
О ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССАХ И КОЛЕБАНИЯХ В СИСТЕМЕ „ГЕНЕРАТОР С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫМ—ДВИГАТЕЛЬ С НЕЗАВИСИМЫМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ“

Л. И. ГАНДЖА, Ю. И. ПОТЕХИН

Как было показано в [1] в системе, представленной на фиг. 1, обладающей сопротивлением R и индуктивностью L силового контура, возможны следующие стационарные или установившиеся режимы:

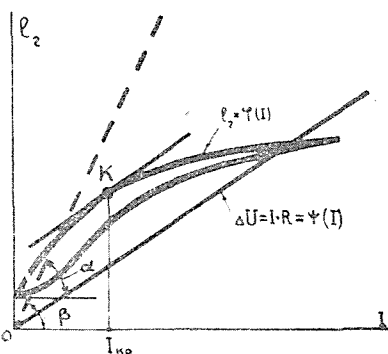
I. Режим покоя двигателя, когда он отключен от генератора и не вращается.

II. Режим тормоза, когда двигатель подключен к генератору, но большим статическим моментом $M_{ст}$ доведен до полной остановки.



Фиг. 1

III. Режим вращения двигателя с постоянной скоростью, возможный в случае, если ток двигателя, определяемый нагрузкой на его валу, больше тока $I_{кр}$, являющегося критическим для генератора (фиг. 2) и соответствующего точке K его кривой намагничивания, разграничивающей область устойчивой (от точки K в сторону больших токов) и неустойчивой (от точки K в сторону меньших токов) работы.



Фиг. 2

Этот же режим возможен и в случае, если ток нагрузки двигателя, определяемый как

$$I_{ст} = \frac{M_{ст}}{c_m}, \quad (1)$$

меньше $I_{кр}$, но прямая $\Delta U = I \cdot R = \psi(I)$ проходит под углом $\beta > \alpha$ (фиг. 2), что, как показано в [1], является условием устойчивой работы системы фиг. 1 (здесь c_m — коэффициент пропорциональности между моментом и током при постоянном и номинальном потоке Φ_n двигателя).

IV. Режим незатухающих колебаний как электрических (э.д.с. генератора e_2 , противо-э.д.с. e_d и ток I двигателя), так и механических (момент M и скорость n двигателя) величин. Этот режим наступает в том

случае, если $\beta < \alpha$, что обуславливает наличие критической точки K , и если $I_{cm} < I_{кр}$.

В [1] было показано, что эти колебания оказываются нелинейными и что для удовлетворительного толкования этих колебаний система фиг. 1 должна рассматриваться как нелинейная. Прочие режимы двигателя, переводящие его из одного стационарного режима в другой, являются нестационарными или переходными. Поскольку переход двигателя из одного стационарного режима в другой сопровождается изменением энергии, накопленной в различных элементах схемы (индуктивность L , кинетическая энергия, обусловленная скоростью двигателя n и его маховым моментом GD^2), а она не может измениться мгновенно, эти переходные процессы протекают во времени и сопровождаются изменением скорости двигателя. Последняя может измениться за счет следующих факторов:

а) изменение нагрузки на валу двигателя; б) изменение параметров системы (R, L); в) изменение магнитного потока Φ двигателя; г) изменение напряжения на щетках двигателя, что может быть достигнуто, например, подключением сопротивления параллельно обмотке возбуждения генератора или параллельно якорю двигателя.

Не затрагивая здесь переходных процессов, связанных с регулированием скорости двигателя и обусловленных условиями, перечисленными в п. б, в и г, установим возможные переходные процессы, связанные с изменением нагрузки на валу двигателя (п. а). Они возможны в системе фиг. 1 в следующих вариантах:

1. Переходный процесс двигателя от момента подключения его к генератору (точка 1 на осциллограмме фиг. 3) до момента трогания с места (точка 2 на фиг. 3) и характерный тем, что при неподвижном двигателе ток нарастает от нуля до тока трогания $I_{тр}$, при котором начинается вращение двигателя. Это переходный процесс в статической системе, сводящейся к индуктивности с железом, включенной на переменное напряжение, поскольку последнее, в соответствии с кривой намагничивания (фиг. 2), увеличивается при увеличении тока; он предшествует двум другим переходным процессам, указанным в п. 2 и 3.

2. Переходный процесс двигателя от стационарного режима покоя (п. I) до стационарного режима вращения с постоянной скоростью (п. III), имеющий место в том случае, если приложенный на валу двигателя статический момент M_{cm} обуславливает в якоре двигателя ток нагрузки:

$$I_{cm} = \frac{M_{cm}}{c_m} > I_{кр} \quad \text{при } \alpha > \beta.$$

Он возможен также и в том случае, если

$$I_{cm} = \frac{M_{cm}}{c_m} < I_{кр} \quad \text{при } \alpha < \beta.$$

Начинается этот переходный процесс с момента трогания двигателя после его включения, т. е. после окончания процесса, указанного в п. I; при этом система фиг. 1 должна уже рассматриваться как динамическая.

3. Переходный процесс от состояния покоя двигателя (п. I) до стационарного режима незатухающих колебаний (п. IV) и возможный при $\alpha > \beta$ и если $I_{cm} < I_{кр}$. Он также начинается с момента трогания двигателя после его включения и следует после окончания переходного процесса, указанного в п. I.

4. Переходный процесс от стационарного режима, удовлетворяющего условиям п. III, до другого, удовлетворяющего тем же условиям. По характеру изменения нагрузки он может быть подразделен на

а) случай увеличения нагрузки от $I_{cm1} > I_{кр}$ до $I_{cm2} > I_{cm1}$ при $\alpha > \beta$ или от $I_{cm1} < I_{кр}$ до $I_{cm2} > I_{cm1}$ и $I_{cm2} < I_{кр}$ при $\alpha < \beta$.

В частном случае I_{cm2} может быть равен току I_m в режиме тормоза; тогда последующий за переходным процессом стационарный режим будет удовлетворять условиям п. II, а не п. III;

б) случай уменьшения нагрузки от $I_{cm2} > I_{кр}$ до $I_{cm1} > I_{кр}$ ($I_{cm2} > I_{cm1}$) при $\alpha > \beta$ или от $I_{cm2} < I_{кр}$ до $I_{cm1} < I_{cm2}$ при $\alpha < \beta$. В частном случае I_{cm2} может быть равен I_m ; тогда стационарный режим, предшествующий переходному процессу, удовлетворяет условиям п. II, а не п. III.

5. Переходный процесс при переходе системы от стационарного режима п. IV (или п. III) к стационарному режиму п. III (или п. IV).

Он может быть подразделен на:

а) случай увеличения нагрузки от $I_{cm1} < I_{кр}$ до $I_{cm2} > I_{кр}$ при $\alpha > \beta$. При этом имеет место переход от стационарного режима п. IV к стационарному же режиму п. III. В частном случае I_{cm2} может быть равен I_m , и тогда совершается переход от условий п. IV к условиям п. II;

б) случай уменьшения нагрузки от $I_{cm2} > I_{кр}$ до $I_{cm1} < I_{кр}$ при $\alpha > \beta$, когда система переходит от условий п. III к условиям п. IV. Если в частном случае $I_{cm2} = I_m$, то совершается переход от условий п. II к условиям п. IV.

6. Переходный процесс от стационарного режима, удовлетворяющего условиям п. IV, к стационарному режиму, удовлетворяющему тем же условиям; он так же может быть подразделен на

а) случай увеличения нагрузки от $I_{cm1} < I_{кр}$ до $I_{cm2} < I_{кр}$ ($I_{cm2} > I_{cm1}$) при $\alpha > \beta$ и

б) случай уменьшения нагрузки от $I_{cm2} < I_{кр}$ до $I_{cm1} < I_{кр}$ ($I_{cm2} > I_{cm1}$) при $\alpha > \beta$.

С точки зрения изучения нелинейных колебаний и характера их установления наибольшую значимость [3] имеет стационарный режим незатухающих колебаний (п. IV) и переходные процессы, указанные в п. 3 и 5 и приводящие систему к незатухающим колебаниям (п. IV) после включения двигателя (п. I) или от стационарного режима вращения с постоянной скоростью (п. III); некоторые качественные особенности отмеченных режимов и рассматриваются ниже.

Режим незатухающих колебаний с физической стороны подробно рассмотрен в [1]; он характерен тем, что, являясь стационарным, складывается из ряда периодически повторяющихся и непрерывно переходящих один в другой переходных процессов. В самом деле, как это следует из [1] и фиг. 3, незатухающие колебания скорости представляют собой периодически повторяющиеся процессы реверса двигателя; реверс же двигателя может быть расчленен на процесс пуска и процесс торможения; в последнем случае, как указано в [1], двигатель проходит все стадии торможения (рекуперативное, динамическое, противовключение и т. д.). Таким образом, здесь уместно говорить о переходных процессах в режиме стационарных (установившихся) незатухающих нелинейных колебаний.

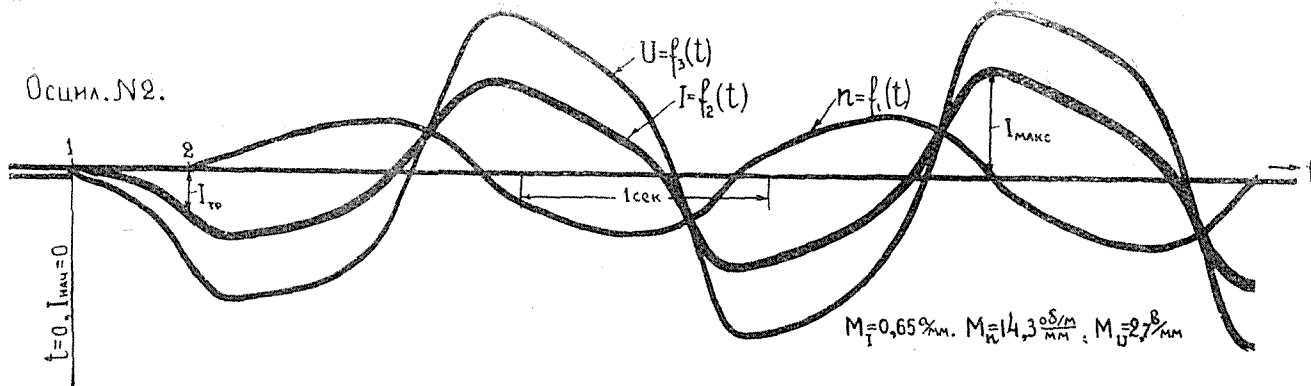
Напомним далее, что статическая механическая характеристика двигателя (фиг. 4) $n = f(I)$ в системе фиг. 1 и в режиме незатухающих колебаний, сопровождающихся реверсом двигателя, может быть получена как:

$$n = \frac{e_2 - I.R}{c_e}, \quad (2)$$

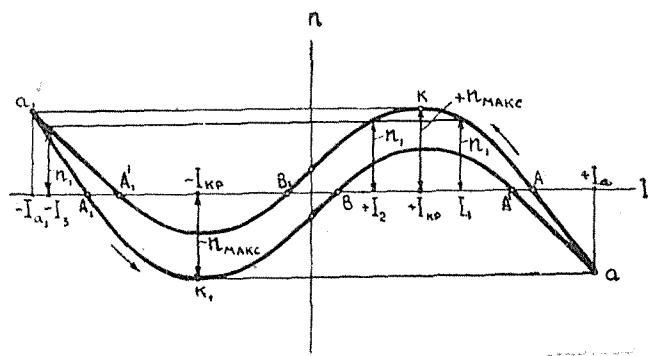
из соотношения:

$$e_2 = I.R + e_0 = I.R + c_e \cdot n, \quad (3)$$

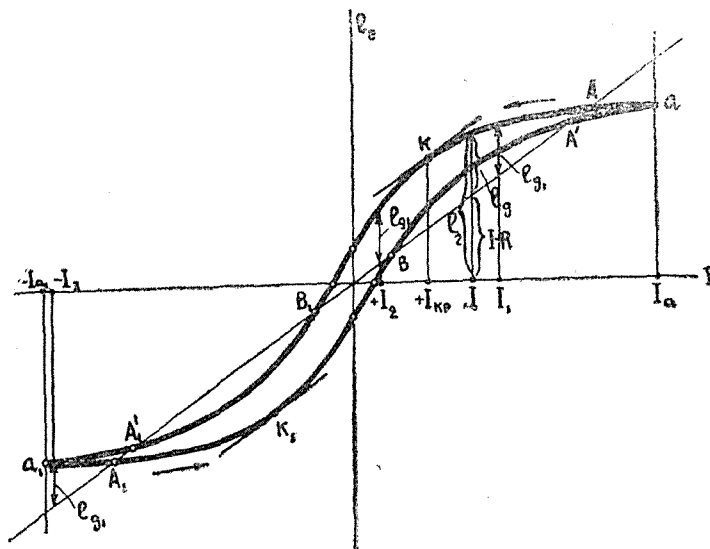
если последнее применять к части $aAKB_1A'_1a_1$ петли гистерезиса генератора при изменении тока в процессе колебаний от положительных значений к отрицательным и к части $a_1A_1K_1BA'a$ петли гистерезиса при изменении тока от отрицательных значений к положительным (фиг. 5).



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

Рассматриваемая динамическая система в переходных процессах описывается уравнениями:

$$e_z = \varphi(I) = I.R + L \frac{dI}{dt} + e_d, \quad (4)$$

$$M = c_m I = M_{cm} + \frac{GD^2}{375} \cdot \frac{dn}{dt}. \quad (5)$$

Ограничиваясь рассмотрением случая холостого хода ($M_{cm} = 0$), получим из (5):

$$I = \frac{GD^2}{375 c_m} \cdot \frac{dn}{dt}; \quad (6)$$

откуда

$$n = \frac{375 c_m}{GD^2} \int I dt. \quad (7)$$

Имея в виду, что

$$e_d = c_e \cdot n, \quad (8)$$

подставляя (7) и (8) в (4) и дифференцируя, получим окончательно:

$$L \frac{d^2 I}{dt^2} + \left[R - \varphi'(I) \right] \frac{dI}{dt} + \frac{375 c_m c_e}{GD^2} \cdot I = 0. \quad (9)$$

Подставляя (6) в (4), получим:

$$L \frac{d^2 n}{dt^2} + R \frac{dn}{dt} + \frac{375 c_e c_m}{GD^2} \cdot n = \frac{375 c_m}{GD^2} \varphi(I). \quad (10)$$

Положим, что индуктивность системы столь незначительна, что ею можно пренебречь; тогда при $L = 0$ из (9) и (10) будем иметь уравнения первого порядка вырожденной системы, описывающие переходный процесс тока и скорости двигателя:

$$\left[R - \varphi'(I) \right] \frac{dI}{dt} + \frac{375 c_m c_e}{GD^2} \cdot I = 0, \quad (11)$$

$$\frac{GD^2 R}{375 c_m} \cdot \frac{dn}{dt} + c_e n = \varphi(I) = I.R + c_e \cdot n. \quad (12)$$

Далее из (12) имеем:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{375 c_m}{GD^2 R} \left[\varphi(I) - c_e n \right], \quad (13)$$

или с учетом (6):

$$I = \frac{GD^2}{375 c_m} \frac{dn}{dt} = \frac{1}{R} \left[\varphi(I) - c_e n \right] \quad (14)$$

$$I \cdot R = [\varphi(I) - c_e n],$$

а так же

$$\frac{d^2 n}{dt^2} = \frac{375^2 c_m^2 c_e}{(GD^2)^2} \cdot \frac{I}{[\varphi'(I) - R]}. \quad (15)$$

Наконец из (11) получаем:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{375 c_e c_m}{GD^2} \cdot \frac{I}{[\varphi'(I) - R]}. \quad (16)$$

Допустим, что двигатель, находясь в режиме тормоза (точка A на фиг. 4 и 5), начинает движение, не отклоняясь от статической механической характеристики; такое движение можно осуществить, если нагрузить двигатель большим M_{cm} и довести его до остановки (точка A , фиг. 4 и 5), а затем постепенно и медленно уменьшать величину M_{cm} ; тогда двигатель будет ускоряться от точки A к точке K со столь незначительными ускорениями, что его действительная скорость в переходном режиме будет практически равна скорости, отсчитанной при том же токе по механической характеристике.

Имея в виду, что при изменении тока от положительных значений к отрицательным система может совершать движение только по ветвям $aAKB_1A_1'a_1$ петли гистерезиса (фиг. 4) и механической характеристики (фиг. 5), а при изменении тока от отрицательных значений к положительным — только по ветвям $a_1A_1K_1BA'a$ видим, что на основании (12) скорость n есть однозначная функция тока. Далее при движении системы от точки A к точке K скорость увеличивается, что следует из фиг. 4 и 5, а также из (12) и (13), поскольку $\frac{dn}{dt}$ в интервале от I_A до

I_{kp} остается положительной. Так как в том же интервале $\frac{d^2n}{dt^2}$ на основании (15) является величиной отрицательной, то интегральная кривая $n = f_1(t)$ обращена выпуклостью в сторону, противоположную оси времени, $\frac{dn}{dt}$ на этом основании и в соответствии с (13) убывает, а потому, согласно (14), убывает и ток. Кроме того, из (13) и (14) следует что $\frac{dn}{dt}$, а следовательно, и ток I являются неоднозначными функциями скорости; в самом деле, одним и тем же например, значениям n_1 и $e_{\partial 1}$ (фиг. 4 и 5) соответствуют различные значения I_1, I_2 и I_3 для тока; из (15) же следует, что $\frac{d^2n}{dt^2}$ при этом является однозначной функцией тока.

Тот факт, что для $n = f_1(t)$ ее первая производная $\frac{dn}{dt}$, пропорциональная току, определяется в зависимости от тока не однозначно, а $\frac{d^2n}{dt^2}$ — однозначно, означает, что рассматриваемая система допускает непрерывные периодические решения для $n = f_1(t)$ и только „разрывные“ периодические решения для ее производной $\frac{dn}{dt}$, а следовательно, и для тока $I = f_2(t)$ [3].

При достижении системой скорости n_{max} , соответствующей точке K , (фиг. 4 и 5), для которой

$$\varphi'(I) = R$$

производная $\frac{dI}{dt}$ на основании (16) обращается в бесконечность; это свидетельствует о том, что в точке K имеет место нарушение голоморфизма функции $\frac{dI}{dt} = F(I)$, последняя становится не аналитической и перестает удовлетворять теореме о существовании и единственности решения для $I = f_2(t)$ [3, 4]. Поскольку в точке K приведенные выше уравнения не описывают поведения системы, необходимо дополнительное условие, которое оправдало бы наличие в системе колебаний тока (эти ко-

ания обязаны быть, так как возникновение в системе непрерывных колебаний для n обуславливает колебания $\frac{dn}{dt}$, а следовательно, и тока, поскольку $I = \frac{GD^2}{375c_m} \frac{dn}{dt}$.

Это условие сводится к тому, что кинетическая энергия, накопленная в системе при максимальной скорости n_{\max} , соответствующей точке K и равная:

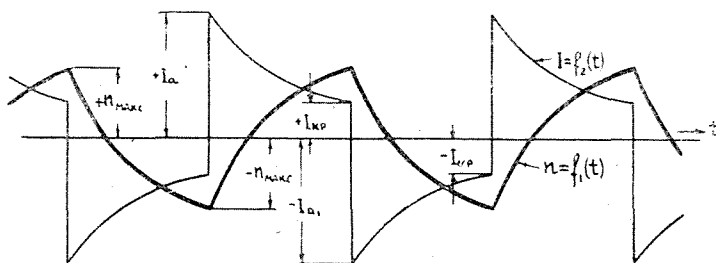
$$\frac{I\omega_{\max}^2}{2} = \frac{GD^2 \cdot n_{\max}^2}{3583}$$

не может измениться мгновенно (в противном случае для этого от системы потребовалась бы бесконечно большая мощность).

Но ток при этом может измениться мгновенно, „скачком“, поскольку мы положили $L = 0$ и поскольку изменение тока теперь не связано с изменением энергии магнитного поля, равной при этом условию:

$$\frac{L \cdot I^2}{2} = 0.$$

Поэтому как только, при допущенной идеализации, система достигнет точки K , ток в ней мгновенно изменится от значения I_{kp} , соответствующего n_{\max} (фиг. 5), до значения I_{a_1} , соответствующего той же скорости, а система „скачком“ перейдет из состояния, определяемого точкой K , в состояние, определяемое точкой a_1 , где приведенные выше уравнения вновь будут определять поведение системы. Далее система будет следовать, согласно сказанному выше, по участку $a_1A_1K_1$ (фиг. 4 и 5) до тех пор, пока в точке K_1 не произойдет новый „скачок“ из точки K_1 в точку a и т. д.



Фиг. 6

Таким образом, при допущенной выше идеализации в системе возникают „разрывные“ автоколебания, которые называются также релаксационными [3; 5] (фиг. 6).

Поскольку ток в „разрывных“ автоколебаниях изменяется „скачками“ от значений $+I_{kp}$ и $-I_{kp}$ соответственно до значений $-I_{a_1}$ и $+I_a$ при постоянных значениях $+n_{\max}$ и $-n_{\max}$ скорости (фиг. 5), двигатель не может работать на участках $KB_1A_1a_1$ и $K_1BA'a$ механической характеристики.

Процесс его работы в автоколебаниях в осях $n-I$ характеризуется замкнутой кривой $aAKa_1A_1K_1a$; так как

$$I = \frac{GD^2}{375 c_m} \frac{dn}{dt} = F_1\left(\frac{dn}{dt}\right),$$

то эта замкнутая кривая в осях $n-F_1\left(\frac{dn}{dt}\right)$ дает представление о предельном цикле автоколебаний скорости на фазовой плоскости.

Поскольку в реальной системе $L \neq 0$, то изменение тока не может произойти мгновенно, так как это связано с изменением энергии, накопленной в магнитном поле. Поэтому ток в автоколебаниях достигает своих максимальных значений за некоторое время, отличное от нуля, за которое скорость успевает несколько снизиться. Сказанное иллюстрируется осциллограммами № 2 (фиг. 3) и № 1 (фиг. 7); на обеих осциллограммах представлены автоколебания, снятые при одинаковых параметрах схемы фиг. 1, но при разных начальных условиях. Для осциллограммы № 2 начальные условия выбраны:

$$\text{при } t=0 \quad I_{\text{нач}} = 0$$

и сама осциллограмма характеризует процесс установления автоколебаний при включении двигателя на генератор.

Поскольку после получения осциллограммы № 2 определился максимальный ток при колебаниях, при снятии осциллограммы № 1 приняты иные начальные условия:

$$\text{при } t=0 \quad I_{\text{нач}} = 32a > I_{\text{макс}}.$$

Так как ток $I_{\text{макс}}$ имеет место в режиме противовключения двигателя, то для получения тока $I_{\text{нач}} > I_{\text{макс}}$ испытуемый двигатель, будучи включенным на генератор, принудительно вращался через ременную передачу вспомогательным двигателем в режиме противовключения со скоростью, обеспечивавшей условие $I_{\text{нач}} > I_{\text{макс}}$.

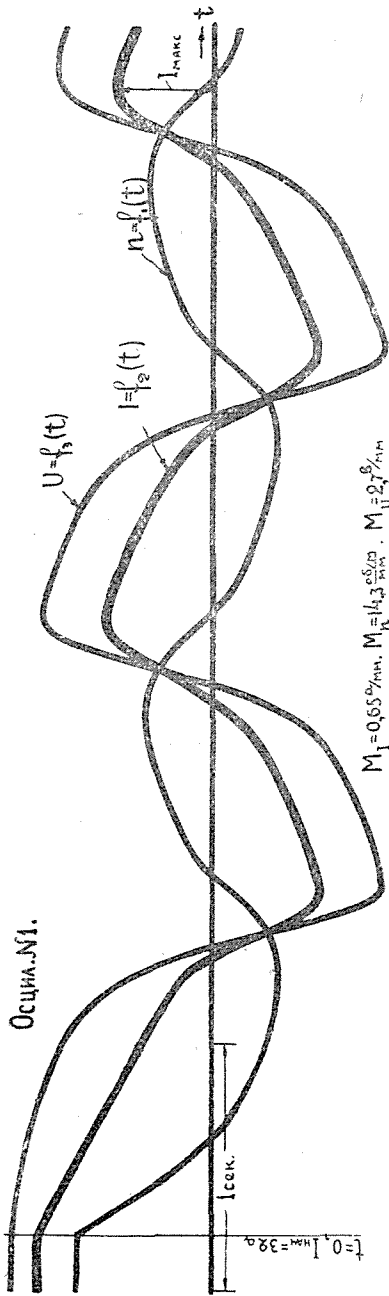
Чтобы получить одинаковые условия по маховому моменту в обоих опытах, при снятии осциллограммы № 2 вспомогательный двигатель оставался сочлененным при помощи ременной передачи с испытуемым, но был отключен от сети.

Обработка осциллограмм позволила получить фазовые портреты автоколебаний как тока (фиг. 8), так и скорости (фиг. 9). Процесс установления автоколебаний здесь представлен фазовыми траекториями 1 и 2, цифровые обозначения которых соответствуют номерам указанных осциллограмм. Из фиг. 8 и 9 следует, что представленные предельные циклы (жирные замкнутые кривые), а следовательно, и периодические нелинейные движения, устойчивы.

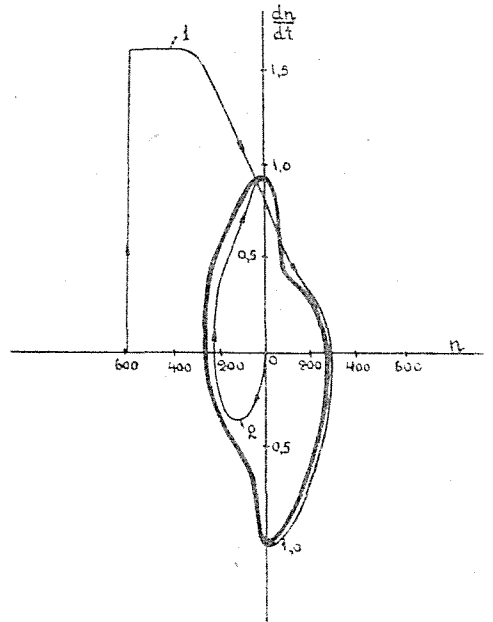
В границах $\pm I_{\text{макс}}$ установившихся автоколебаний (фиг. 3, 7) была снята гистерезисная петля испытуемого генератора, представленная сплошными линиями на фиг. 10. При этом оказалось, что своими крайними точками a и a_1 гистерезисная петля расположилась на прямой падения напряжения $I.R$; это означает, что к моменту достижения током максимального значения скорость двигателя и его противо-э.д.с. становятся равными нулю. Сказанное подтверждается динамической механической характеристикой (сплошная кривая на фиг. 11), представляющей собой результат обработки одного периода установившихся автоколебаний по осциллограммам фиг. 3, 7; из осциллограмм брались парные значения токов и скоростей, отвечающих определенным моментам времени, которые и откладывались в осях $n-I$ (фиг. 11). На той же фиг. 11 для сравнения пунктиром представлена статическая механическая характеристика, рассчитанная на основе фиг. 10 по формуле:

$$n = \frac{e \partial}{c_e}.$$

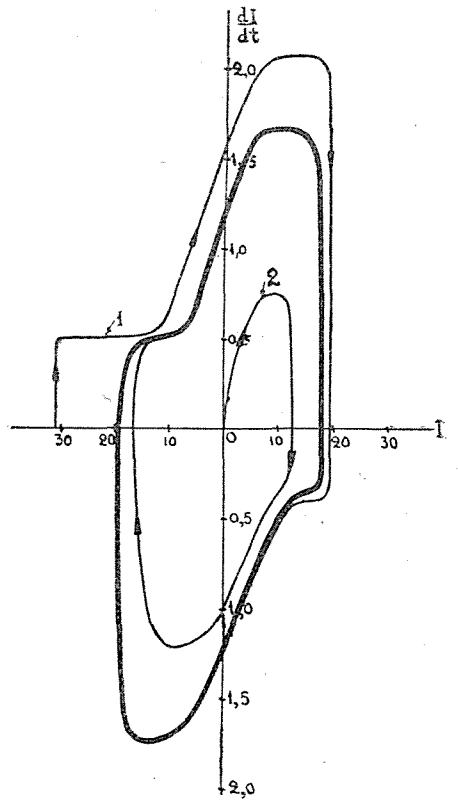
Так как при работе на статической механической характеристике ток, согласно изложенному выше, изменяется скачком при неизменной скорости $n_{\text{макс}}$, то максимальное его значение $I'_{\text{макс}}$ в статической механической характеристике больше, чем $I_{\text{макс}}$ в динамической механической характеристике. Практически значение тока $I'_{\text{макс}}$ определялось путем про-



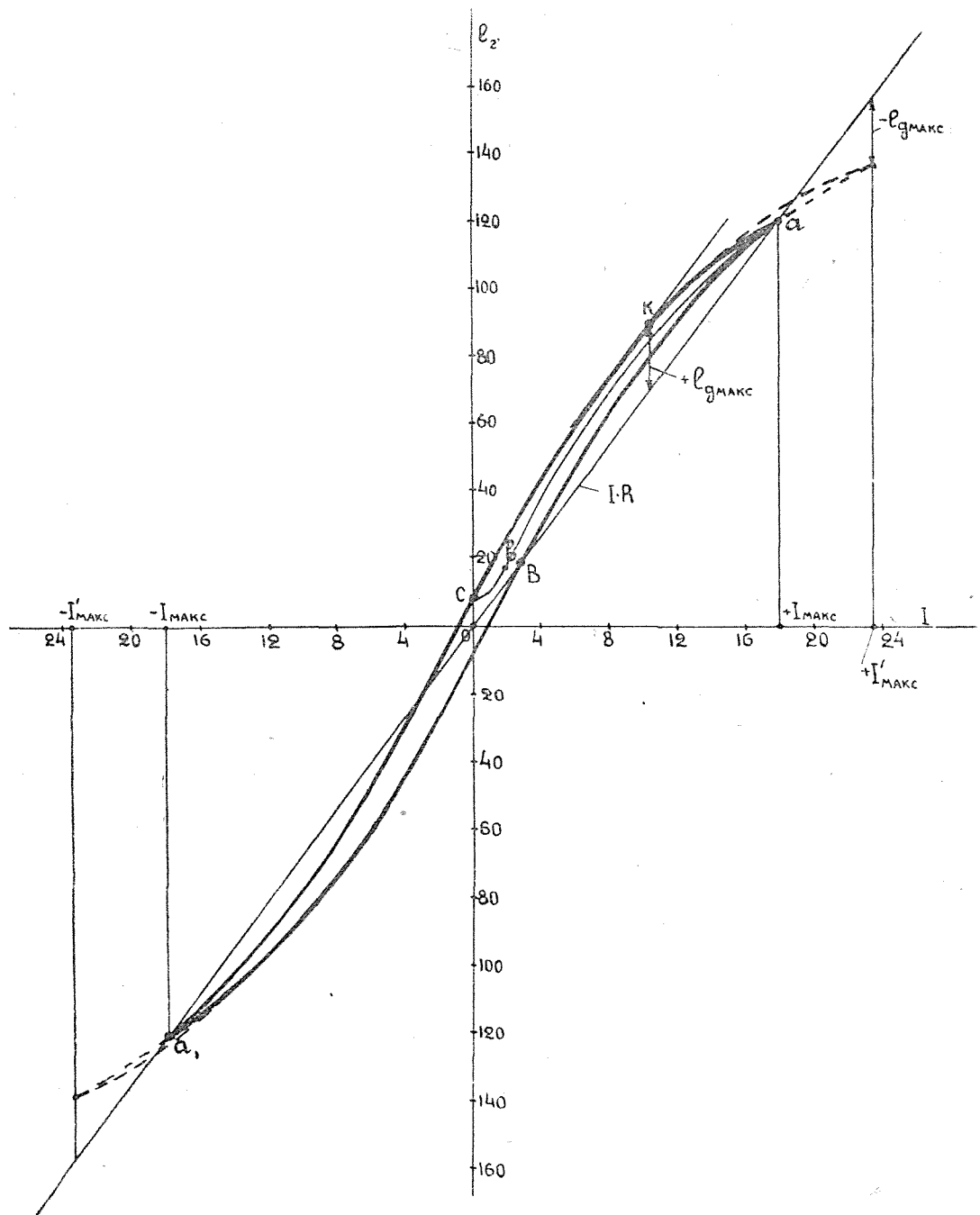
Фиг. 7



Фиг. 9



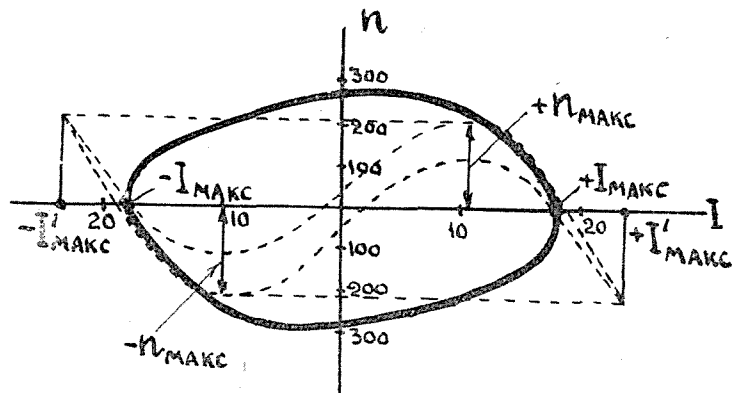
Фиг. 8



Фиг. 10

должения ветви Va во время снятия петли гистерезиса до тех пор, пока отрезок $-e_{d\max}$, равный по абсолютной величине $+e_{d\max}$, не вписался между продолжением ветви Va (пунктир) и прямой $I.R$; это условие определения I_{\max} означает постоянство скорости n_{\max} при изменении тока скачком от значения $-I_{kr}$ до значения $+I_{\max}$.

Осциллограмма № 2 (фиг. 3) свидетельствует об интересной особенности переходных процессов. В течение первого полупериода после включения двигателя на генератор намагничивание генератора происходит по первоначальной кривой sba намагничивания (фиг. 10). В начале переходного процесса $I=0$, а напряжение равно э.д.с. от остаточного магнитного потока. Поэтому в начале первого полупериода (фиг. 3) ток по фазе отстает от напряжения. К концу первого полупериода генератор, размагничиваясь по ветви aKc (фиг. 10), достигает состояния, при котором ток опять становится равным нулю, а напряжение равным э.д.с. от остаточного магнитного потока; поэтому в конце первого полупериода напряжение



Фиг. 11

по фазе отстает от тока. В последующие полупериоды, когда генератор оказывается в режиме циклического перемагничивания, напряжение как в начале, так и в конце полупериодов отстает от тока. В моменты времени, соответствующие максимальным значениям тока и напряжения, по осциллограмме наблюдается совпадение тока и напряжения по фазе, что соответствует точкам a и a_1 на фиг. 10, для которых ток и напряжение одновременно достигают максимальных значений. Таким образом, гистерезис генератора обуславливает переменный сдвиг фазы между током и напряжением в течение одного полупериода.

Опыты, результаты которых изложены в настоящей работе, были поставлены в лаборатории электропривода Томского политехнического института на машинах со следующими характеристиками:

Генератор: 8 л. с., 220 в., 1300 об/мин., возбуждение—последовательное.

Двигатель: 3,7 л. с., 110 в., 31 а, 1180 об/мин., возбуждение—независимое.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ганджа Л. И. Физика колебаний в системе „генератор с последовательным—двигатель с независимым возбуждением“ (печатается в настоящем томе Известий ТПИ).
2. Андронов А. А. и Хайкин С. Э. Теория колебаний, часть I. ОНТИ, НКТП 1937.
3. Смирнов В. И. Курс высшей математики для техников и физиков, том 3. Гостехиздат, 1933.
4. Под редакцией д.т.н. Поливанова К. М. Физические основы электротехники. Госэнергоиздат, 1950.