ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
Том 63 ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА 1941

КОМПЕНСАЦИЯ НЕСИММЕТРИИ ФАЗ ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

ВОРОНОВ Р. А.

Профессор, доктор технических наук

В ряде случаев отдельные фазы трехфазной цепи работают в неодинаковых условиях, в связи с чем получается несимметрия в токах и напряжениях, которая в некоторых случаях может достигать значительных размеров, превосходящих допускаемые правилами технической эксплоатации. Для компенсации этой несимметрии можно производить включение дополнительных сопротивлений как последовательно в отдельные фазы, так и между этими фазами.

В настоящей статье рассмотрен общий случай компенсации такой несимметрии фаз для трехфазных цепей без нулевого провода, т. е. для тех случаев, когда основная цепь может рассматриваться как шестиполюсник, и для нее можно в полной мере использовать свойства трехчленных выражений[1]).

Точное решение данного вопроса во многих случаях оказывается невозможным, а определение элементов одного общего дополнительного шестиполюсника, служащего для такой полной компенсации, очень затруднительно. В связи с этим удобнее и проще производить расчет компенсации не сразу для всех элементов цепи, а по частям, так, как это указывается ниже.

Шестиполюсник основной цепи характеризуется коэфициентами A, B, C и D матрицы

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A; & B \\ C; & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix},$$

могущими быть представленными в форме трехчленов

$$\begin{aligned} A &= A_0 + \alpha A_I + \beta A_{II}; \\ B &= B_0 + \alpha B_I + \beta B_{II}; \\ C &= C_0 + \alpha C_I + \beta C_{II}; \\ D &= D_0 + \alpha D_I + \beta D_{II}. \end{aligned} \tag{1}$$

Общая цепь после проведения компенсации также характеризуется подобными коэфициентами, и задачей компенсации является уничтожение у последних членов с множителями α и β, т. е. составляющих, вызывающих несимметрию фаз. Чем меньше будут эти коэфициенты, тем полнее и лучше

[1]) Р. А. Воронов. Трехчленные выражения в применении к расчету и исследованию несимметричных трехфазных цепей.

будет компенсация. При наличии только одних составляющих нулевого порядка A_0, B_0, C_0 и D_0, компенсация будет полная и общая цепь будет эквивалентна цепи с симметричными фазами.

Включение дополнительных сопротивлений (шестиполюсников) может производиться или в генераторный конец цепи, или в нагрузочный, а при желании сохранить также и симметрию схемы замещения фазы (т. е. при сохранении равенства $A = D$) включение должно производиться одновременно в оба конца. Параллельное включение основного и дополнительного компенсационного шестиполюсников также возможно в некоторых случаях, но практически не имеет применения из-за получающихся при этом увеличений токов и мощностей.

Предположим, что дополнительный компенсационный шестиполюсник включается в генераторный конец цепи и представляет последовательные сопротивления в фазах без междуфазовых проводимостей. Тогда для него матрица будет иметь форму

$$\begin{bmatrix} 1\,; K \\ 0\,; 1 \end{bmatrix}, \qquad (\ )$$

где

$$K = K_0 + \alpha . K_I + \beta . K_{II}$$

имеет размерность сопротивления. Матрица для всей цепи будет равна произведению

$$\begin{bmatrix} 1\,; K \\ 0\,; 1 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} A\,; B \\ C\,; D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + K.C\,; & B + K.D \\ C\,; & D \end{bmatrix}.$$

Из этого выражения видим, что коэфициенты C и D при таком включении остаются без изменения, а компенсация может быть проведена лишь для коэфициентов A и B. Так как от них зависят напряжения, то, следовательно, компенсация будет проходить только для таковых, а не для токов.

Для таковой компенсации необходимо подобрать величину K так, чтобы в выражениях $(A + K.C)$ и $(B + K.D)$ исчезли члены с α и β. После подстановки трехчленных выражений это условие приводится к соотношениям

$$\begin{aligned} &\alpha.(A_I + K_0.C_I + K_I.C_0) = 0; \\ &\beta.(A_{II} + K_0.C_{II} + K_{II}.C_0) = 0; \\ &\alpha.(B_I + K_0.D_I + K_I.D_0) = 0; \\ &\beta.(B_{II} + K_0.D_{II} + K_{II}.D_0) = 0. \end{aligned} \qquad (3)$$

Из этих соотношений находим

$$\frac{A_I + K_I.C_0}{C_I} = \frac{A_{II} + K_{II}.C_0}{C_{II}} = \frac{B_I + K_I.D_0}{D_I} = \frac{B_{II} + K_{II}.D_0}{D_{II}} = -K_0. \qquad (4)$$

Беря совместно первый и третий члены, а затем второй и четвертый получаем выражения для определения величины составляющих K_I и K_{II}.

$$K_I = \frac{A_I.D_I - B_I.C_I}{C_I.D_0 - D_I.C_0}; \qquad K_{II} = \frac{A_{II}.D_{II} - B_{II}.C_{II}}{C_{II}.D_0 - D_{II}.C_0}. \qquad (5)$$

Если теперь подставить эти значения в уравнение (4), то получим два выражения для определения K_0,

$$K_0 = \frac{B_I.C_0 - A_I.D_0}{C_I.D_0 - D_I.C_0}; \qquad K_0 = \frac{B_{II}.C_0 - A_{II}.D_0}{C_{II}.D_0 - D_{II}.C_0}. \qquad (6)$$

В общем случае эти два выражения дают различные результаты, что указывает на невозможность совместного решения четырех уравнений (3), имеюших только три неизвестных. При этом, следовательно, не может быть подобрана величина K так, чтобы одновременно полностью компенсировалась несимметрия в обоих членах A и B. Как будет показано ниже, это обычно невозможно и по другим причинам.

Несимметрия в коэфициентах A и D в большинстве случаев очень невелика и в первом приближении можно полагать для них составляющие A_I, A_{II}, D_I и D_{II} равными нулю. Тогда уравнения (5) и (6) упрощаются до

$$K_I = -\frac{B_I}{D_0}; \quad K_{II} = -\frac{B_{II}}{D_0}; \quad K_0 = \frac{B_I}{C_I} \cdot \frac{C_0}{D_0}; \quad K_0 = \frac{B_{II}}{C_{II}} \cdot \frac{C_0}{D_0}. \tag{7}$$

Из основного свойства коэфициентов шестиполюсников

$$\begin{bmatrix} A; & B \\ C; & D \end{bmatrix} = A.D - B.C = 1$$

следуют в общем случае соотношения

$$A_0 \cdot D_0 + \frac{1}{2}(A_I . D_{II} + A_{II}.D_I) = 1 + B_0.C_0 + \frac{1}{2}(B_I . C_{II} + B_{II}.C_I);$$

$$A_I . D_0 + D_I . A_0 = B_I . C_0 + C_I . B_0;$$

$$A_{II}.D_0 + D_{II}.A_0 = B_{II} . C_0 + C_{II}. B_0,$$

которые для указанных выше допущений упрощаются до

$$B_I . C_0 + C_I . B_0 = 0;$$

$$B_{II} . C_0 + C_{II}.B_0 = 0.$$

Так как коэфициенты C_0 и B_0 обязательно должны иметь положительные вещественные части комплексов, то эти равенства могут удовлетворяться лишь при условии наличия разных знаков для B_I и C_I и, соответственно, B_{II} и C_{II}. При этом комплекс для K_0 в большинстве случаев будет имеtь отрицательную вещественную часть (т. е. отрицательное активное сопротивление), а, следовательно, не сможет быть подобран в натуре. Приходится выбирать его с наименьшим возможным положительным значением, что не дает возможности получить полную компенсацию.

Даже и в тех случаях, когда эти значения могут быть осуществлены в натуре, бывает удобным отказаться от них и выбрать возможно меньшую величину, чтобы не увеличивать чрезмерно общее сопротивление цепи.

Предположим, что имеется шестиполюсник с матрицей из коэфициентов

$$\begin{bmatrix} 1{,}099; & 10 + (\alpha + \beta).1 \\ 0{,}01 - (\alpha + \beta).0{,}001; & 1 \end{bmatrix}.$$

Так как в этом случае полностью подходят уравнения (7)' то и производим по ним определение величины K:

$$K_I = K_{II} = -1; \quad K_0 = -10,$$

или в форме трехчлена

$$K = -10 - (\alpha + \beta).1.$$

Если это активные сопротивления, то подобрать их невозможно. Если это чистые реактивные сопротивления (в этом случае все члены следует умножить на $j = \sqrt{-1}$), то можно осуществить схему, комбинируя индуктивности и емкости. Выбирая для K_0 минимальное положительное значение, получим компенсацию для коэфициента B, но при этом появится новая несимметрия в коэфициенте A. Так, возможно включить в фазы b и c последовательно сопротивления по 3 ома, что дает для K значение

$$K = 2 - (\alpha + \beta) . 1. \tag{8}$$

Произведя умножение матриц, получаем

$$\begin{bmatrix} 1; & 2-(\alpha+\beta).1 \\ 0; & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}099; & 10+(\alpha+\beta).1 \\ 0{,}01-(\alpha+\beta).0{,}001; & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}120-(\alpha+\beta).0{,}012; & 12 \\ 0{,}01 \ -(\alpha+\beta).0{,}001; & 1 \end{bmatrix}.$$

Появление несимметрии в коэфициенте A не имеет значения, так как оно может быть исправлено при дальнейшей компенсации.

Для компенсации несимметрии в токах можно включить дополнительный шестиполюсник, состоящий из одних междуфазовых проводимостей. Матрица для такого шестиполюсника будет иметь форму

$$\begin{bmatrix} 1; & 0 \\ M; & 1 \end{bmatrix}, \tag{9}$$

причем компенсация будет происходить для коэфициентов C и D. Так же как и в предыдущем случае, найдем выражения

$$M_I = \frac{A_I . D_I - B_I . C_I}{B_I . A_0 - A_I . B_0}; \quad M_{II} = \frac{A_{II} . D_{II} - B_{II} . C_{II}}{B_{II} . A_0 - A_{II} . B_0}. \tag{10}$$

Для M_0 будем иметь также два выражения

$$M_0 = \frac{C_I . B_0 - D_I . A_0}{B_I . A_0 - A_I . B_0}; \quad M_0 = \frac{C_{II} . B_0 - D_{II} . A_0}{B_{II} . A_0 - A_{II} . B_0}, \tag{11}$$

которые могут дать различные значения из-за несовместимости решения четырех уравнений. При небольших значениях несимметрии в коэфициентах A и D можно с достаточной точностью принять

$$M_I = -\frac{C_I}{A_0}; \quad M_{II} = -\frac{C_{II}}{A_0}; \quad M_0 = \frac{C_I}{B_I} . \frac{B_0}{A_0}; \quad M_0 = \frac{C_{II}}{B_{II}} . \frac{B_0}{A_0}. \tag{12}$$

При включении шестиполюсника (9) в нагрузочный конец линии будем иметь для всей цепи матрицу

$$\begin{bmatrix} A; & B \\ C; & D \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1; & 0 \\ M; & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A+M.B; & B \\ C+M.D; & D \end{bmatrix},$$

т. е. в этом случае будет происходить компенсация для коэфициентов A и C. При этом получаем

$$M_I = \frac{A_I . D_I - B_I . C_I}{B_I . D_0 - D_I . B_0}; \quad M_{II} = \frac{A_{II} . D_{II} - B_{II} . C_{II}}{B_{II} . D_0 - D_{II} . B_0}; \tag{13}$$

$$M_0 = \frac{C_I . B_0 - A_I . D_0}{B_I . D_0 - D_I . B_0}; \quad M_0 = \frac{C_{II} . B_0 - A_{II} . D_0}{B_{II} . D_0 - D_{II} . B_0}, \tag{14}$$

или, при упрощении,

$$M_I = -\frac{C_I}{D_0}; \quad M_{II} = -\frac{C_{II}}{D_0}; \quad M_0 = \frac{C_I}{B_I} . \frac{B_0}{D_0}; \quad M = \frac{C_{II}}{B_{II}} . \frac{B_0}{D_0} \tag{15}$$

Этот случай интересен тем, что им в соединении с первым случаем компенсации можно получить полную компенсацию цепи. Продолжая приведенный выше числовой пример, находим для этого включения по уравнениям (15) значения $M_I = M_{II} = 0{,}001$. Это может быть осуществлено включением двух проводимостей $Y_B = Y_C = 0{,}001$ между фазами a и b и между a и c. При этом получаем

$$M = 0{,}002 + (\alpha + \beta).0{,}001,$$

что дает для матрицы всей цепи выражение

$$\begin{bmatrix} 0{,}12 - (\alpha+\beta).0{,}012\,; & 12 \\ 0{,}01 - (\alpha+\beta).0{,}001\,; & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1\,; & 0 \\ 0{,}002 + (\alpha+\beta).0{,}001\,; & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1{,}144\,; & 12 \\ 0{,}012\,; & 1 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, компенсация несимметрии напряжений в одном конце цепи и компенсация несимметрии токов в другом конце дают возможность получить полную компенсацию для всей цепи в целом.

Если, наконец, включить шестиполюсник с матрицей (2) в нагрузочный конец цепи, то получаем значения

$$K_I = \frac{A_I \,.\, D_I - B_I \,.\, C_I}{C_I \,.\, A_0 - A_I \,.\, C_0}\,; \quad K_{II} = \frac{A_{II} . D_{II} - B_{II} . C_{II}}{C_{II} . A_0 - A_{II} . C_0}\,; \tag{16}$$

$$K_0 = \frac{B_I \,.\, C_0 - D_I \,.\, A_0}{C_I \,.\, A_0 - A_I \,.\, C_0}\,; \quad K_0 = \frac{B_{II} . C_0 - D_{II} . A_0}{C_{II} . A_0 - A_{II} . C_0}, \tag{17}$$

или в упрощенном виде

$$K_I = -\frac{B_I}{A_0}\,; \quad K_{II} = -\frac{B_{II}}{A_0}\,; \quad K_0 = \frac{B_I}{C_I} \,.\, \frac{C_0}{A_0}\,; \quad K_0 = \frac{B_{II}}{C_{II}} \,.\, \frac{C_0}{A_0}\,. \tag{18}$$

Одновременное включение шестиполюсника проводимостей (9) в генераторный конец цепи и шестиполюсника сопротивлений (2) в нагрузочный конец также могут дать полную компенсацию несимметрии фаз.

Для сохранения симметрии в схеме замещения, т. е. для соблюдения равенства $A = D$, следует проводить одновременную компенсацию с обоих концов основного шестиполюсника. В этом случае вполне допустимо определять значения K_I, K_{II}, M_I и M_{II} по соотношениям (5), (10), (13) и (16) или по их упрощенным выражениям (7), (12), (15) и (18), подбирая K_0 и M_0 так, чтобы иметь возможно меньшую для них величину, и затем произвести включение в каждый конец сопротивления, соответствующие $\frac{1}{2}$ K, и проводимости, соответствующие $\frac{1}{2}$ M.

В качестве примера рассмотрим компенсацию несимметрии фаз трехфазной линии с заземленной фазой, используемой одновременно в качестве защитного тросса. Длина линии 200 километров. Передаваемая мощность 68 мегаватт при напряжении 110 киловольт и коэфициенте мощности 0,8. Произведя весь расчет такой линии, получаем для нее при заземлении фазы „a“ коэфициенты шестиполюсника

$$A = D = (0{,}968 + j.0{,}014) + (\alpha + \beta).(0{,}00165 - j.0{,}00074);$$
$$B = (\,41{,}6 + j.93{,}7) - (\alpha + \beta).(8{,}0 + j.18{,}0);$$
$$C = (0{,}030 + j.0{,}672).10^{-3} + (\alpha + \beta).(0{,}002 + j.0{,}166).10^{-3}.$$

Эта линия при симметрии напряжений и токов нагрузки будет иметь у генераторного конца при полной нагрузке несимметрию напряжений $\frac{U_{II_1}}{U_{I_1}}.100 = 8{,}7\%$ и несимметрию токов $\frac{I_{II_1}}{I_{I_1}}.100 = 2{,}44\%$, которые находятся еще в пределах допускаемой нормы.

Компенсацию напряжений можно произвести путем включения шестиполюсника (2), для которого

$$K_I = K_{II} = \frac{8{,}0 + j.18{,}0}{2.0{,}968} = 4{,}13 + j.9{,}3,$$

что можно осуществить путем включения в заземленную фазу сопротивления $Z_a = 24{,}68 + j55{,}8$ ом в любой из концов цепи, или же по $Z_a' = 12{,}39 + + j27{,}9$ ом в оба конца. Компенсацию несимметрии токов можно осуществить включением дополнительного шестиполюсника (9), для которого

$$M_I = M_{II} = -\frac{(0{,}002 + j.0{,}166).10^{-3}}{2.0{,}968} = -(1{,}03 + j.85{,}6).10^{-6},$$

что соответствует включению между незаземленными фазами проводимости $Y_A = (2{,}06 + j171{,}2).10^{-6}$ сименса в любой из концов линии или, лучше, по $Y_A' = (1{,}03 + j85{,}6).10^{-6}$ сименса в оба конца. Произведя перемножение всех матриц при любой их комбинации, можно убедиться в том, что члены с коэфициентами α и β будут очень малы и остающаяся несимметрия в токах и напряжениях будет меньше $0{,}5\%$.

Если основная цепь не имеет проводимости между фазами, то задача компенсации сильно упрощается, так как коэфициент C основного шестиполюсника обращается в нуль, а коэфициенты A и D (при отсутствии трансформаторов или для приведенных значений)—в единицы. Коэфициент B соответствует при этом сумме всех сопротивлений последовательных элементов цепи. Компенсация несимметрии будет при

$$K_I = -B_I; \quad K_{II} = -B_{II}, \tag{19}$$

причем включение дополнительного шестиполюсника (2) может быть произведено в любом месте цепи.

В качестве примера возьмем питание трехфазной дуговой цепи, рассмотренное в статье В. И. Воробьева и П. Л. Калантарова „Об уравновешении трехфазной системы токов в печах с несимметричным подводом тока" (Электричество, № 19, 1931).

При расположении подводящих проводов в одной плоскости, индуктивная связь между средней фазой и крайними будет сильнее, чем между двумя крайними фазами. Беря среднюю фазу за начальную (фаза а), имеем

$$H_B = H_C; \quad H_A < H_B. \quad \text{или} \quad M_{ac} = M_{ab}; \quad M_{bc} < M_{ac},$$

где M_{ab}, M_{ac} и M_{bc}—взаимные индуктивности фаз.

Считая все остальные элементы цепи симметричными, получаем

$$Z_I = Z_{II} = -\frac{2}{3}(H_B - H_A),$$

что дает и для шестиполюсника значения коэфициентов

$$B_I = B_{II} = -\frac{2}{3}(H_B - H_A).$$

Для компенсации этой несимметрии необходимо включить дополнительный шестиполюсник, имеющий по соотношению (19)

$$K_I = K_{II} = \frac{2}{3}(H_B - H_A) = \frac{2}{3}.j.\omega.(M_{ac} - M_{bc}),$$

что может быть осуществлено включением в среднюю фазу реактивной катушки с сопротивлением $Z_k = r_k + jL_k\omega$ и двух активных сопротивлений r_k в остальные фазы. При этом

$$K_I = K_{II} = \frac{1}{3} j . L_k . \omega,$$

откуда

$$L_k = 2 (M_{ac} - M_{bc}).$$

Этого же можно достигнуть включением в крайние фазы двух катушек, имеющих сильную индуктивную связь между собой.

Так как включение катушек в провода низкого напряжения затруднено из-за больших протекающих токов, то чаще их включают в высоковольтную цепь до понизительного трансформатора. Если таковой имеет соединение обмоток по первой группе (звезда—звезда или треугольник—треугольник), то ничего не изменяется и в приведенных значениях: величина катушек остается та же. Если же трансформатор имеет соединение по второй группе (звезда—треугольник или зигзаг), то при приведении обмоток знак у составляющих сопротивлений Z_I и Z_{II} меняется на обратный, т. е. для этого случая необходимо иметь

$$K_I = K_{II} = -\frac{2}{3} (H_B - H_A) = -\frac{2}{3} . j . \omega (M_{ac} - M_{bc}).$$

Это может быть осуществлено включением в крайние фазы двух катушек $Z_k = r_k + j.L_k\omega$ и активного сопротивления r_k в среднюю фазу, причем, как и в первом случае, $L_k = 2 (M_{ac} - M_{bc})$.

Таким образом, компенсация несимметрии включением катушек в высоковольтную цепь возможна при любом соединении обмоток трансформатора, а не только в первом случае, как это отмечено в указанной выше статье.