

**ТОМСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**



На правах рукописи

Лэ Суан Хоанг Кхоа

**Термогравитационная конвекция вязкой жидкости в
замкнутых областях при наличии твердых и пористых
ребер**

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

1.3.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский Томский политехнический университет»

Научный руководитель:

Шерemet Михаил Александрович

доктор физико-математических наук, профессор,
профессор ФГАОУ ВО «Национальный
исследовательский Томский политехнический
университет»

Официальные оппоненты:

Крайнов Алексей Юрьевич

доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой математической физики
физико-технического факультета ФГАОУ ВО
«Национальный исследовательский Томский
государственный университет»

Пахомов Максим Александрович

доктор физико-математических наук, профессор
РАН, главный научный сотрудник федерального
государственного бюджетного учреждения науки
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе
Сибирского отделения Российской академии наук.

Защита состоится «29» апреля 2025 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета ДС.ТПУ.04 Национального исследовательского Томского политехнического университета по адресу: 634034, г. Томск, пр. Ленина, д. 43, уч. корпус 3, ауд. 122.



С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке Томского политехнического университета и на сайте dis.tpu.ru при помощи QR-кода.

Автореферат разослан « » _____ 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного
совета ДС.ТПУ.04
к.т.н., доцент



Гвоздяков
Дмитрий
Васильевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие энергетического приборостроения, электронной отрасли и энергетики в целом неразрывно связано с интенсификацией тепломассообменных процессов, протекающих в базовых узлах и агрегатах энергетических систем. Одним из методов интенсификации теплообмена является создание развитой поверхности теплообмена за счет введения реберной структуры или пористых вставок. Применение на практике отмеченного подхода требует детального изучения всех особенностей тепломассопереноса в замкнутых системах при наличии твердых или пористых ребер. Наиболее эффективным методом изучения транспортных процессов является использование технологии математического моделирования совместно с современными методами вычислительной теплофизики и механики жидкости и газа.

Целью диссертационной работы является математическое моделирование двумерных и трехмерных нестационарных режимов сопряженной естественной конвекции вязкой жидкости в замкнутых областях при наличии реберной структуры, включающей в себя твердые или пористые ребра.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Разработка и верификация численной модели, описывающей процессы конвективного тепломассопереноса внутри замкнутых областей при наличии реберной структуры.
2. Исследование влияния размеров, материала и структуры отдельных ребер, количества и положения ребер внутри полости, а также интенсивности тепловыделения на сопряженные режимы переноса тепла и массы в замкнутой полости.
3. Проведение сравнительного анализа результатов двумерного и трехмерного приближений, а также оценка рациональности использования двумерной модели для корректного описания процессов теплообмена в исследуемых областях.
4. Определение основных закономерностей сопряженного конвективного теплопереноса в областях с реберной структурой.

Научная новизна работы.

1. Разработаны новые математические модели нестационарных режимов сопряженной естественной конвекции вязкой жидкости в замкнутых трехмерных областях при наличии твердых или пористых ребер с использованием преобразованных переменных «вектор скорости – вектор завихренности» в трехмерном случае.
2. Проведен детальный многопараметрический анализ режимов сопряженной естественной конвекции в замкнутых областях при наличии реберной структуры различного характера.
3. Определены условия интенсификации теплообмена в замкнутых областях с реберной структурой.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в создании комплекса вычислительных программ на языке программирования C++ для численного моделирования свободноконвективного теплообмена вязкой жидкости в

двумерной и трехмерной постановках при наличии твердых или пористых ребер. Результаты численных исследований могут быть использованы для проектирования теплообменников и тепловых систем в энергетическом приборостроении, машиностроении, электронике с целью интенсификации теплоотвода с поверхности тепловыделяющих элементов.

Степень достоверности и апробация результатов. Степень достоверности обосновывается применением апробированных численных подходов механики жидкости и газа, выполнением верификации представленных физико-математических постановок, а также тестированием созданных программных кодов и согласованием полученных данных с результатами других исследователей. Основные результаты диссертационной работы представлялись и обсуждались на конференциях: XVII Международная научно-практическая конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Молодежь и современные информационные технологии» (Томск, 2020); I и III Всероссийская с международным участием молодежная конференция «Бутаковские чтения» (Томск, 2021, 2023); XIX и XXI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых «Перспективы развития фундаментальных наук» (Томск, 2022, 2024); XXXVIII Сибирский теплофизический семинар (Новосибирск, 2022); Восьмая Российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ-8) (Москва, 2022); Международная научная конференция «Теоретические и прикладные задачи конвективного теплопереноса» (Томск, 2022).

Положения, выносимые на защиту:

1. Математические модели, описывающие естественную конвекцию в замкнутых двумерных и трехмерных областях при наличии твердых или пористых ребер.
2. Результаты численного моделирования гидродинамики и теплообмена в замкнутых двумерных и трехмерных областях при наличии твердых или пористых ребер.
3. Результаты сравнения данных двумерного и трехмерного моделирования естественной конвекции при наличии реберной структуры.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 13 работ, в том числе 5 статей в журналах (из них 4 статьи в зарубежных научных журналах, входящих в Web of Science, 4 статьи в зарубежных научных журналах, входящих в Scopus), 8 публикаций в сборниках материалов международных и всероссийских научных конференций.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы работы, сформулированы цель и задачи, обоснована практическая значимость и новизна полученных теоретических результатов, представлены защищаемые автором положения.

В первой главе представлены современные исследования естественной конвекции в замкнутых областях при наличии теплопроводных блоков и пористых вставок. Выявлено, что естественная конвекция в замкнутых полостях была интенсивно изучена при различных граничных условиях, формах полости, теплоносителях, наличии интенсификаторов теплообмена. Однако, большое внимание уделяется только задачам в двумерной постановке. При этом немного работ

посвящено трехмерному моделированию естественной конвекции в дифференциально-обогреваемых замкнутых полостях.

Во второй главе рассматривается двумерная задача естественной конвекции в замкнутых дифференциально-обогреваемых квадратных полостях при наличии твердых или пористых ребер. Показаны физическая, геометрическая и математическая модели естественно-конвективного теплообмена в замкнутых дифференциально-обогреваемых квадратных полостях при наличии твердых или пористых ребер (рисунок 1).

В данном исследовании были сделаны следующие приближения:

- течение считается ламинарным,
- теплофизические свойства предполагаются постоянными, за исключением плотности в уравнении движения, где используется приближение Буссинеска,
- теплообменом излучением и вязкой диссипацией пренебрегаем.

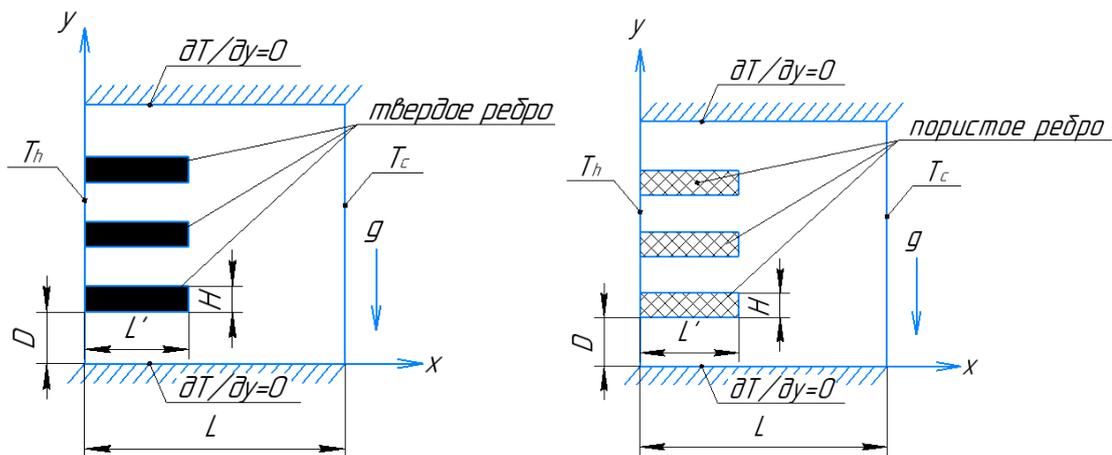


Рисунок 1 – Замкнутая квадратная полость с твердыми или пористыми ребрами

С учетом приближения Буссинеска в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура» определяющие уравнения принимают вид:

- в жидкости:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \sqrt{\text{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial X}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right), \quad (3)$$

- в твердых ребрах:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a_s/a_f}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right), \quad (4)$$

- в пористых ребрах для модели Бринкмана:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2} = -\Omega, \quad (5)$$

$$\varepsilon \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = \varepsilon \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2} - \varepsilon \frac{\Omega}{\text{Da}} \right) + \varepsilon^2 \frac{\partial \theta}{\partial X} \quad (6)$$

$$\eta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{k_r}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (7)$$

Здесь X, Y – безразмерные декартовы координаты; U, V – безразмерные компоненты вектора скорости; τ – безразмерное время; η – относительный коэффициент объемной теплоемкости; Ψ – безразмерная функция тока; Ω – безразмерная завихренность; θ – безразмерная температура; a_s, a_f – температуропроводность материала ребра и жидкости; $k_r = \varepsilon + (1 - \varepsilon)\lambda_s/\lambda_f$ – относительный коэффициент теплопроводности (для твердых ребер $\varepsilon = 0$); Ra – число Рэлея; Pr – число Прандтля; Da – число Дарси.

Безразмерные начальный и граничные условия для системы уравнений (1) – (7) имеют вид:

$$\left. \begin{array}{l} \tau = 0, \quad \Psi = \Omega = 0, \theta = 0,5 \\ Y = 0, \quad Y = 1, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial Y} = 0, \quad \Psi = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0; \\ X = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Psi = 0, \quad \theta = 1; \\ X = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial X} = 0, \quad \Psi = 0, \quad \theta = 0. \end{array} \right\} \quad (8)$$

На границе «жидкость-пористая среда»:

$$\Psi_f = \Psi_p, \frac{\partial \Psi_f}{\partial n} = \frac{\partial \Psi_p}{\partial n}, \Omega_f = \Omega_p, \frac{\partial \Omega_f}{\partial n} = \frac{\partial \Omega_p}{\partial n}, \theta_f = \theta_p, \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = k_r \cdot \frac{\partial \theta_p}{\partial n}. \quad (9)$$

На границе «жидкость-твердое тело»:

$$\Psi_f = 0, \frac{\partial \Psi_f}{\partial n} = 0, \Omega_f = -\frac{\partial^2 \Psi_f}{\partial n^2}, \theta_f = \theta_s, \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = \frac{\lambda_s}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_s}{\partial n}, \quad (10)$$

где индекс «s» означает твердое ребро, «p» – пористое ребро и «f» – жидкость.

Среднее число Нуссельта на холодной стенке находится по формуле:

$$\text{Nu} = \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial X} \Big|_{X=1} dY. \quad (11)$$

Система дифференциальных уравнений в частных производных (1)–(7) с соответствующими начальными и граничными условиями (8)–(10) решается методом конечных разностей на равномерной сетке. Все уравнения аппроксимированы со вторым порядком точности. Системы линейных алгебраических уравнений, полученные в результате аппроксимации уравнений эллиптического типа, решены методом последовательной верхней релаксации, а в результате аппроксимации уравнений параболического типа с использованием локально-одномерной схемы А.А. Самарского, решены методом трехточечной прогонки.

Разработанный алгоритм решения был реализован на языке программирования C++ и верифицирован путем сравнения результатов, полученных в тестовых задачах, с результатами, полученными в работах других авторов.

Влияние числа Рэлея и теплопроводности материала одного твердого ребра на структуру течения и распределение температуры внутри квадратной полости

показано на рисунке 2. Видно, что наличие твердого ребра деформирует линии тока внутри полости (вторая и третья колонки рисунков 2а и 2в). При $Ra = 10^4$ эффект блокировки твердого ребра оказывает значительное влияние на структуру течения: линии тока сгущаются около правой границы ребра, а не в пространстве над и под ребром (вторая и третья колонки рисунка 2а). Поля температуры также иллюстрируют отмеченный эффект, а именно, температурные градиенты относительно высоки в пространстве под ребром около левой стенки и около правой границы ребра, а не в пространстве около левой стенки над ребром (вторая и третья колонки рисунка 2б).

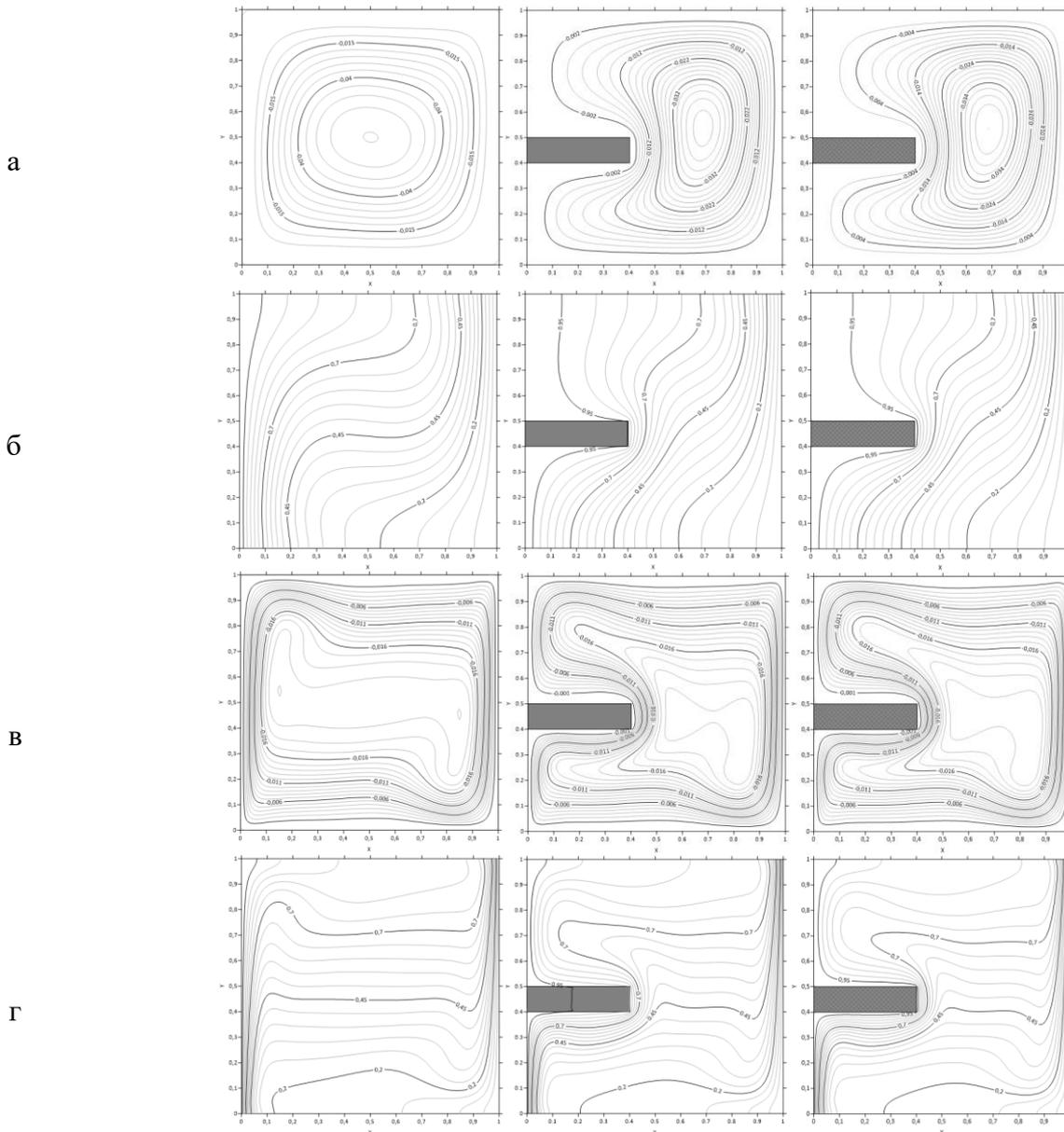


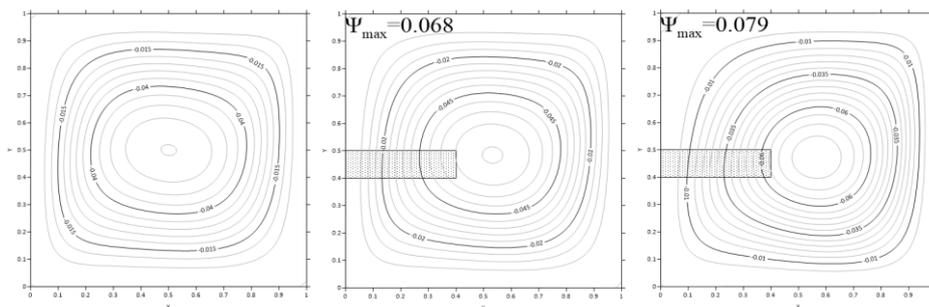
Рисунок 2 – Линии тока и изотермы при различных значениях числа Рэлея и теплопроводности твердого ребра ($d = 0,4$, $l = 0,4$)

а, в – линии тока при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; б, г – изотермы при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; первая колонка – при отсутствии ребер; вторая колонка – при одном твердом ребре с $\lambda_s/\lambda_f = 100$; третья колонка – при одном твердом ребре с $\lambda_s/\lambda_f = 15251$

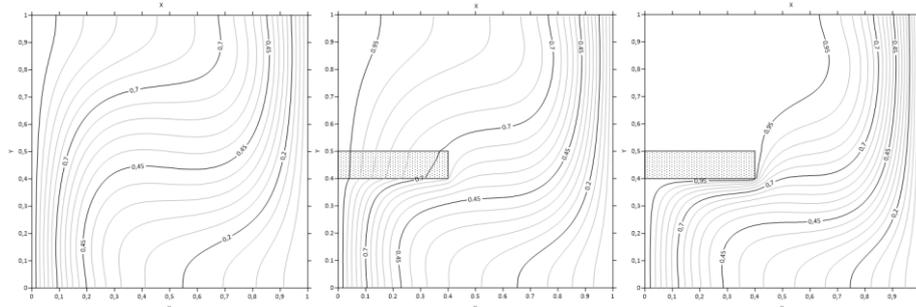
При более высоких числах Рэлея ($Ra = 10^6$) вихри становятся интенсивнее, чтобы преодолеть эффект блокировки ребра, и вследствие этого жидкость начинает интенсивно циркулировать в пространстве под и над ребром (вторая и третья колонки рисунков 2в и 2г). При больших отношениях коэффициентов теплопроводности ребро ведет себя как расширение горячей стенки и интенсифицирует теплоотвод от стенки (третья колонка рисунков 2б и 2г).

Влияние числа Рэлея и теплопроводности материала одного пористого ребра на структуру течения и распределение температуры внутри квадратной полости показано на рисунке 3. При малых числах Рэлея ($Ra = 10^4$) наличие пористого ребра не деформирует общую схему циркуляции жидкости (рисунок 3а), благодаря пропускной способности структуры пористых ребер. Однако, различия наблюдаются в полях температуры: наличие пористого ребра способствует более интенсивному отводу тепла от нагреваемой стенки, причем чем больше теплопроводность материала ребра, тем интенсивнее происходит теплоотвод. При больших числах Рэлея ($Ra = 10^6$) наличие пористого ребра приводит к изменению структуры циркуляции жидкости (рисунок 3в). Ядро конвективной ячейки, формирующейся в центре полости при $Ra = 10^4$ (рисунок 3а), перемещается в зону над ребром (рисунок 3в) при $Ra = 10^6$. По мере увеличения теплопроводности материала ребра интенсивность теплообмена возрастает. Это объясняется тем, что при высокой теплопроводности материала ребра большие градиенты температур наблюдаются около нижней границы ребра (третья колонка рисунков 3б и 3г) (что отсутствует при низкой теплопроводности материала ребра (вторая колонка рисунков 3б и 3г)). Также необходимо отметить, что использование пористых ребер с высокой теплопроводностью усиливает основную циркуляцию внутри полости, так как интенсивность течения, определяемая по максимальному значению модуля функции тока, возрастает до 16% в случае $Ra = 10^4$ и 61.5% в случае $Ra = 10^6$.

а



б



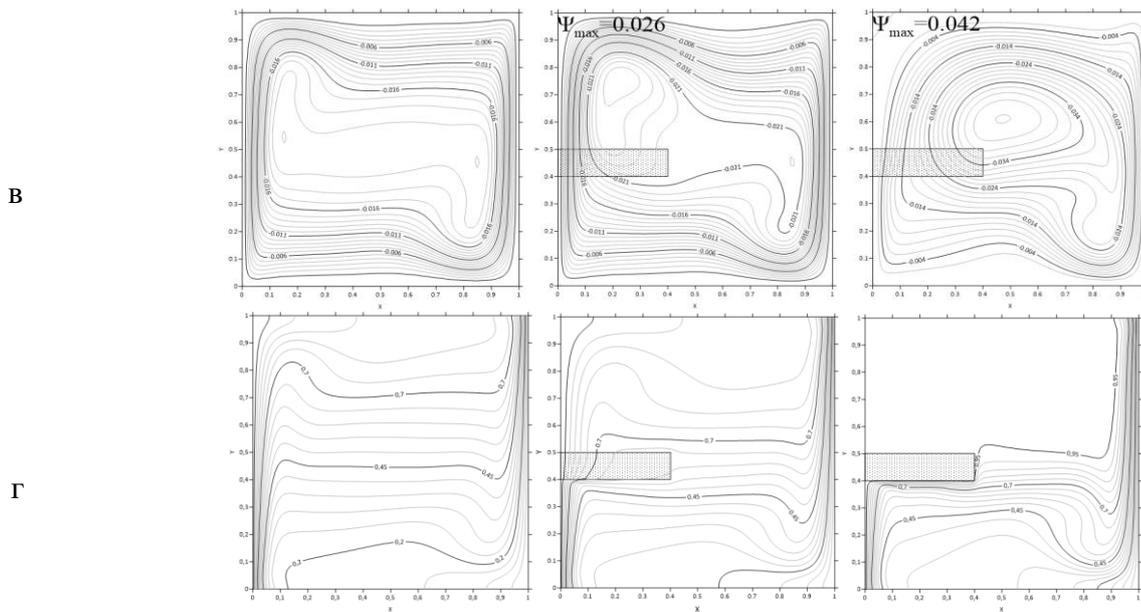


Рисунок 3 – Линии тока и изотермы при различных значениях числа Рэлея и теплопроводности пористого ребра ($d = 0,4, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

а, в – линии тока при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; б, г – изотермы при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; первая колонка – при отсутствии ребер; вторая колонка – при одном пористом ребре с $k_r = 11$; третья колонка – при одном пористом ребре с $k_r = 1526$

В таблице 1 показано влияние длины твердого и пористого ребра, а также числа Рэлея на среднее число Нуссельта при фиксированных геометрических и теплофизических параметрах ребер ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, d = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$). Среднее число Нуссельта является возрастающей функцией длины твердого ребра для всех значений числа Рэлея в диапазоне $Ra = 10^4-10^6$. По мере увеличения длины пористого ребра среднее число Нуссельта также растет, однако, при $Ra = 10^5$ и 10^6 экстремум среднего числа Нуссельта имеет место при $l = 0,6$, а при $Ra = 10^4$ этот локальный экстремум отсутствует. Таким образом, $l = 0,6$ является оптимальной длиной пористого ребра при высоких числах Рэлея. Также следует отметить, что наличие пористых ребер всегда приводит к увеличению среднего числа Нуссельта по сравнению с полостями без ребер, вне зависимости от их длины. Максимальный положительный эффект от увеличения длины пористого ребра наблюдается при $Ra = 10^4$ и $l = 0,8$ и составляет 73.5%. В то же время наличие твердого ребра может привести как к улучшению, так и к ухудшению теплообмена. Из таблицы 1 также видно, что пористые ребра более эффективны для отвода тепла по сравнению с твердыми ребрами для всех рассматриваемых значений числа Рэлея. Введение твердых ребер может повысить среднее число Нуссельта примерно на 7% в среднем, тогда как соответствующее увеличение для пористых ребер составляет в среднем 58%. В частном случае, при $Ra = 10^4$ наличие твердого ребра ухудшает интенсивность теплообмена.

Таблица 1 – Среднее число Нуссельта для различных значений числа Рэлея и длины ребра при фиксированном его положении на левой стенке ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, d = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$) (тв. означает твердое ребро и пор. означает пористое ребро)

Ra	Длина ребер, l								Без ребер
	0,2		0,4		0,6		0,8		
	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.	
10^4	2,136	3,066	2,132	3,604	2,209	3,708	3,095	3,896	2,245
10^5	4,483	6,724	4,654	7,387	4,877	7,495	5,248	7,461	4,528
10^6	9,105	13,32	9,564	13,87	9,958	13,97	10,16	13,96	8,932

В таблице 2 показано влияние положения твердого и пористого ребра на левой стенке при фиксированных геометрических и теплофизических характеристиках ребер ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$) и различных числах Рэлея. В целом, положение твердого ребра на левой стенке влияет на интенсивность теплообмена незначительно. При этом положение пористого ребра существенно влияет на среднее число Нуссельта, особенно при $d = 0,6$. Пористые ребра, расположенные в нижней части полости, лучше интенсифицируют теплообмен, чем те, которые расположены в верхней части области. Максимальный рост среднего числа Нуссельта при правильном расположении пористого ребра наблюдается в случае $Ra = 10^5$ и составляет 71,3 %.

В таблице 3 показано влияние количества твердых и пористых ребер n на среднее число Нуссельта при постоянных геометрических и теплофизических характеристиках ребер ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$). Положительный эффект от введения дополнительных ребер считается с точки зрения экономики незначительным, так как максимальный рост среднего числа Нуссельта составляет 12% в случае двух твердых ребер при $Ra = 10^4$, а расход на материал ребер в 2-3 раза больше. Оптимальным количеством твердых и пористых ребер при всех рассматриваемых числах Рэлея является одно.

Таблица 2 – Среднее число Нуссельта при различных положениях и числах Рэлея ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

Положение ребра, d	$Ra = 10^4$		$Ra = 10^5$		$Ra = 10^6$	
	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.
$d = 0,2$	2,342	3,691	4,728	7,755	9,385	14,576
$d = 0,4$	2,132	3,604	4,654	7,387	9,563	13,869
$d = 0,6$	2,239	3,202	4,719	6,539	9,441	12,481

Таблица 3 – Среднее число Нуссельта при различных значениях числа Рэлея и количества ребер ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

Количество ребер, n	$Ra = 10^4$		$Ra = 10^5$		$Ra = 10^6$	
	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.
$n = 1$	2,342	3,691	4,728	7,755	9,385	14,576
$n = 2$	2,366	3,746	4,722	7,778	9,669	14,646
$n = 3$	2,380	3,804	4,568	7,852	8,887	14,803

В таблице 4 показано влияние пористости ребра на среднее число Нуссельта при постоянных геометрических и теплофизических параметрах ребер ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, d = 0,4, l = 0,4$ и $Da = 10^{-2}$). По мере увеличения пористости ребра, среднее число Нуссельта уменьшается в связи с ухудшением эффективной относительной

теплопроводности ребра. В целом пористость ребра мало влияет на интенсивность теплообмена.

Таблица 4 – Среднее число Нуссельта при различных значениях числа Рэлея и пористости ребра ($\lambda_s/\lambda_f = 15251$, $d = 0,4$, $l = 0,4$ и $Da = 10^{-2}$)

Ra	ε			
	0,8	0,9	0,95	0,98
10^4	3,619	3,604	3,586	3,545
10^5	7,416	7,387	7,339	7,213
10^6	13,93	13,87	13,76	13,49

В третьей главе рассматривается трехмерная задача естественной конвекции в замкнутых дифференциально-обогреваемых кубических полостях при наличии твердых или пористых ребер (рисунок 4).

Безразмерные уравнения с использованием переменных «вектор скорости – вектор завихренности», описывающие процесс теплопереноса внутри замкнутого куба, примут вид:

- в жидкости:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_x}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_x}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_x}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_x}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial U}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial U}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial U}{\partial Z} = \\ = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial Z^2} \right) + \frac{\partial \theta}{\partial Y} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_y}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_y}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_y}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_y}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial V}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial V}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial V}{\partial Z} = \\ = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial Z^2} \right) - \frac{\partial \theta}{\partial X} \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega_z}{\partial \tau} + U \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_z}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial W}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial W}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial W}{\partial Z} = \\ = \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Z^2} \right), \end{aligned} \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Omega_y}{\partial Z} - \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} - \frac{\partial \Omega_x}{\partial Z}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Omega_x}{\partial Y} - \frac{\partial \Omega_y}{\partial X}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{1}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right). \quad (18)$$

- в твердых ребрах:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a_s/a_f}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right). \quad (19)$$

• в пористых ребрах для модели Бринкмана:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \Omega_x}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial \Omega_x}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_x}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_x}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial U}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial U}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial U}{\partial Z} \right) = \\ = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_x}{\partial Z^2} \right) - \frac{1}{\text{Da}} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \Omega_x + \frac{\partial \theta}{\partial Y}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \Omega_y}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial \Omega_y}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_y}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_y}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial V}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial V}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial V}{\partial Z} \right) = \\ = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_y}{\partial Z^2} \right) - \frac{1}{\text{Da}} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \Omega_y - \frac{\partial \theta}{\partial X}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \Omega_z}{\partial \tau} + \frac{1}{\varepsilon^2} \left(U \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} + V \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y} + W \frac{\partial \Omega_z}{\partial Z} - \Omega_x \frac{\partial W}{\partial X} - \Omega_y \frac{\partial W}{\partial Y} - \Omega_z \frac{\partial W}{\partial Z} \right) = \\ = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \Omega_z}{\partial Z^2} \right) - \frac{1}{\text{Da}} \sqrt{\frac{\text{Pr}}{\text{Ra}}} \Omega_z, \end{aligned} \quad (22)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Omega_y}{\partial Z} - \frac{\partial \Omega_z}{\partial Y}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Omega_z}{\partial X} - \frac{\partial \Omega_x}{\partial Z}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 W}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} = \frac{\partial \Omega_x}{\partial Y} - \frac{\partial \Omega_y}{\partial X}, \quad (25)$$

$$\eta \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} + W \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \frac{k_r}{\sqrt{\text{Pr} \cdot \text{Ra}}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \right). \quad (26)$$

Безразмерные начальные и граничные условия для системы уравнений (12)–(26) имеют вид:

$$\begin{cases} \tau = 0, U = V = W = \Omega_x = \Omega_y = \Omega_z = 0, \theta = 0,5 \\ \tau > 0, Y = \text{const}, U = V = W = 0, \Omega_x = \frac{\partial W}{\partial Y}, \Omega_y = 0, \Omega_z = -\frac{\partial U}{\partial Y}, \frac{\partial \theta}{\partial Y} = 0, \\ X = 0, U = V = W = 0, \Omega_x = 0, \Omega_y = -\frac{\partial W}{\partial X}, \Omega_z = \frac{\partial V}{\partial X}, \theta = 1, \\ X = 1, U = V = W = 0, \Omega_x = 0, \Omega_y = -\frac{\partial W}{\partial X}, \Omega_z = \frac{\partial V}{\partial X}, \theta = 0, \\ Z = \text{const}, U = V = W = 0, \Omega_x = -\frac{\partial V}{\partial Z}, \Omega_y = \frac{\partial U}{\partial Z}, \Omega_z = 0, \frac{\partial \theta}{\partial Z} = 0. \end{cases} \quad (27)$$

на поверхности твердых ребер:

$$U = V = W = 0, \theta_s = \theta_f, \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = k_r \frac{\partial \theta_s}{\partial n}. \quad (28)$$

на поверхности пористых ребер:

$$U_p = U_f, V_p = V_f, W_p = W_f, \quad (29)$$

$$\Omega_{x_p} = \Omega_{x_f} \frac{\partial \Omega_{x_p}}{\partial n} = \frac{\partial \Omega_{x_f}}{\partial n}, \Omega_{y_p} = \Omega_{y_f} \frac{\partial \Omega_{y_p}}{\partial n} = \frac{\partial \Omega_{y_f}}{\partial n}, \Omega_{z_p} = \Omega_{z_f} \frac{\partial \Omega_{z_p}}{\partial n} = \frac{\partial \Omega_{z_f}}{\partial n},$$

$$\theta_p = \theta_f \frac{\partial \theta_f}{\partial n} = \frac{\lambda_{\text{eff}}}{\lambda_f} \frac{\partial \theta_p}{\partial n}.$$

Среднее число Нуссельта на холодной грани находится по формуле:

$$Nu = \iint_0^1 \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=1} dYdZ. \quad (30)$$

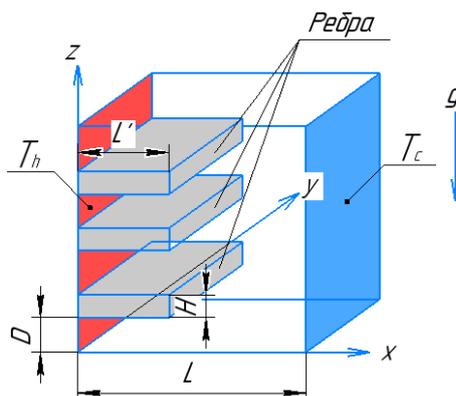


Рисунок 4 – Замкнутая кубическая полость с ребрами

Основные допущения, методы решения, ключевые параметры для численного исследования, а также диапазон их изменения и материал ребер в трехмерной постановке, остаются неизменными, как и в двумерном случае.

Влияние числа Рэлея и теплопроводности одного твердого ребра на структуру течения и распределение температуры внутри кубической полости, а также на интенсивность теплообмена показано на рисунках 5 и 6. Из-за непроницаемой структуры твердого ребра жидкость меняет свое направление движения при достижении его поверхности, тем самым твердое ребро вызывает дополнительное сопротивление в полости (рисунки 5а и 5в). При малых числах Рэлея ($Ra = 10^4$) существенные изменения в структуре течения при увеличении относительной теплопроводности пористого ребра от 100 до 15251 не наблюдаются (вторая и третья колонки рисунка 5а). В то же время, при высоких числах Рэлея ($Ra = 10^6$) и теплопроводности материала ребра, приближающаяся к нижней границе ребра жидкость, обойдя ребро, не возвращается к левой грани над ребром. Вместо этого она перемешивается с прогретой жидкостью над ребром и смещается к правой грани (третья колонка рисунка 5в). Компонента скорости V хотя и на порядок ниже двух остальных компонент U и W , но эффект трехмерности все же наблюдается: изотермические поверхности симметричны относительно центрального сечения $Y=0,5$. Кроме того, высокая степень немонотонности распределения температуры по оси Y наблюдается по мере увеличения числа Рэлея. При отсутствии ребра равенство по абсолютной величине максимальных значений для каждой компоненты вектора скорости присутствует (первая колонка рисунков 5а и 5в). Однако, при наличии твердого ребра это равенство сохраняется только для компоненты вектора скорости V (вторая и третья колонки рисунков 5а и 5в). Отсутствие экстремумов U и W около

левой стенки в области твердого ребра означает, что жидкость движется быстрее около правой стенки, так как ребро ведет себя как препятствие, которое замедляет скорость движения жидкости. При увеличении теплопроводности при $Ra = 10^6$ наблюдается рост среднего числа Нуссельта (рисунок бб). Однако, при $Ra = 10^4$ эти положительные эффекты отсутствуют (рисунок ба), так как структура течения и распределение температуры практически не меняются (рисунки 5а и 5б).

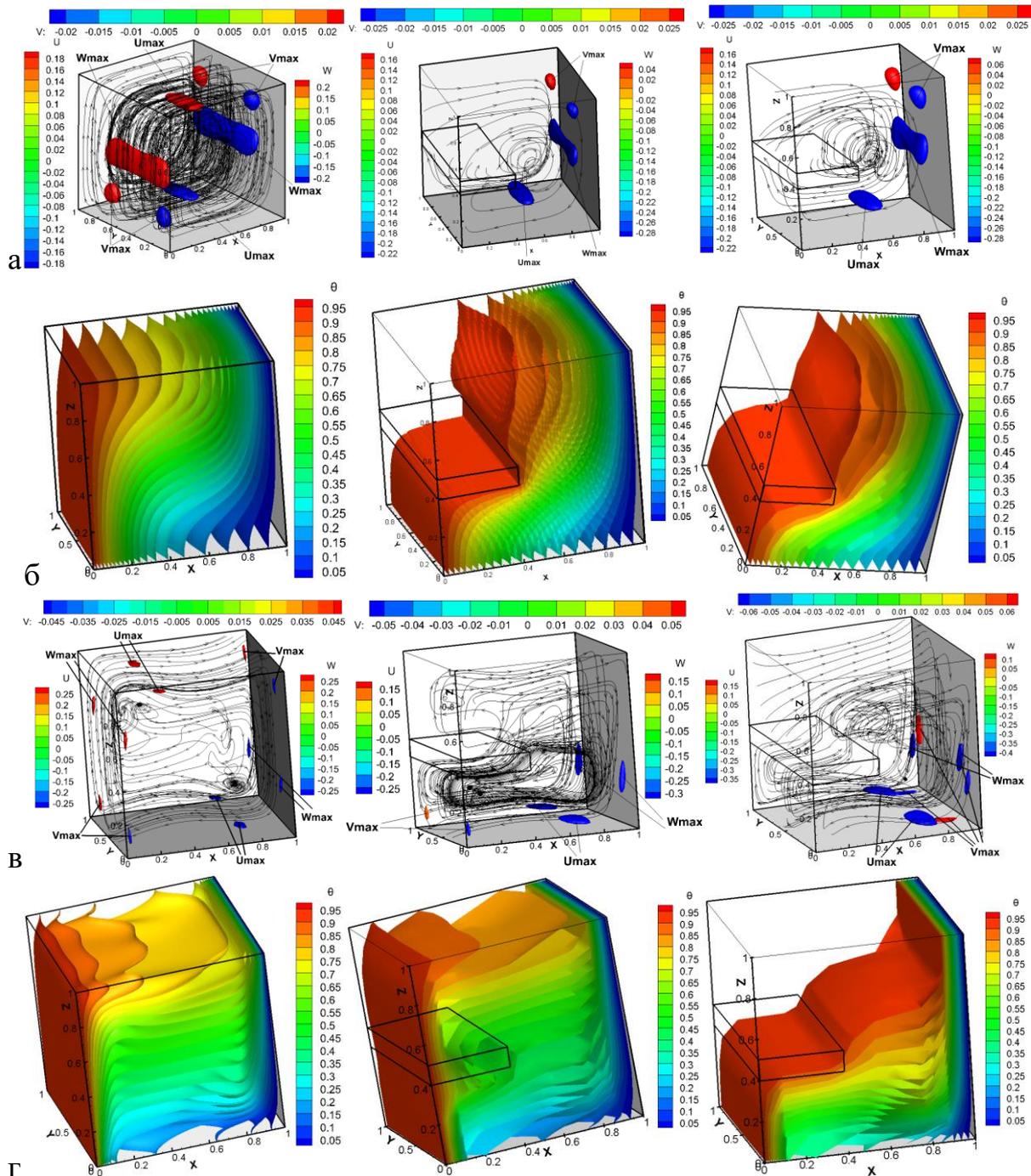


Рисунок 5 – Траектории движения жидкости и изотермические поверхности при различных значениях числа Рэлея и теплопроводности твердого ребра ($d = 0,4, l = 0,4$)

а, в – Траектории движения при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; б, г – изотермы при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; первая колонка – при отсутствии ребер; вторая колонка – при одном твердом ребре с $\lambda_s/\lambda_f = 100$; третья колонка – при одном твердом ребре с $\lambda_s/\lambda_f = 15251$

В то же время выход на стационар существенно затягивается для обоих случаев (рисунки 8). Повышение теплопроводности материала ребер приводит к аналогичным изменениям гидродинамики и теплообмена, описанным в двумерном случае.

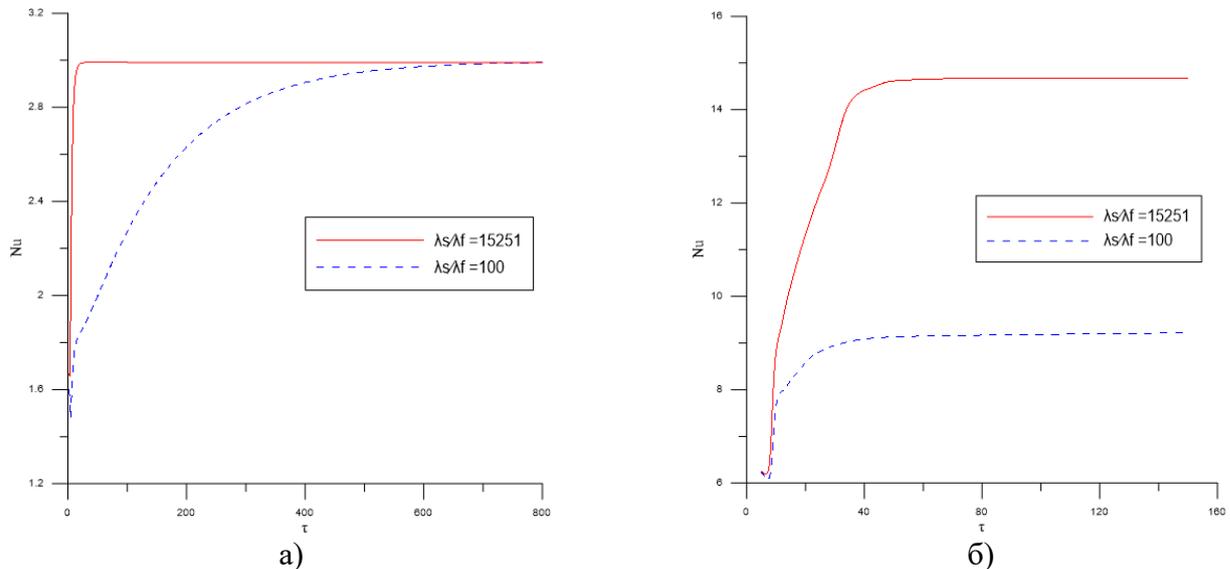
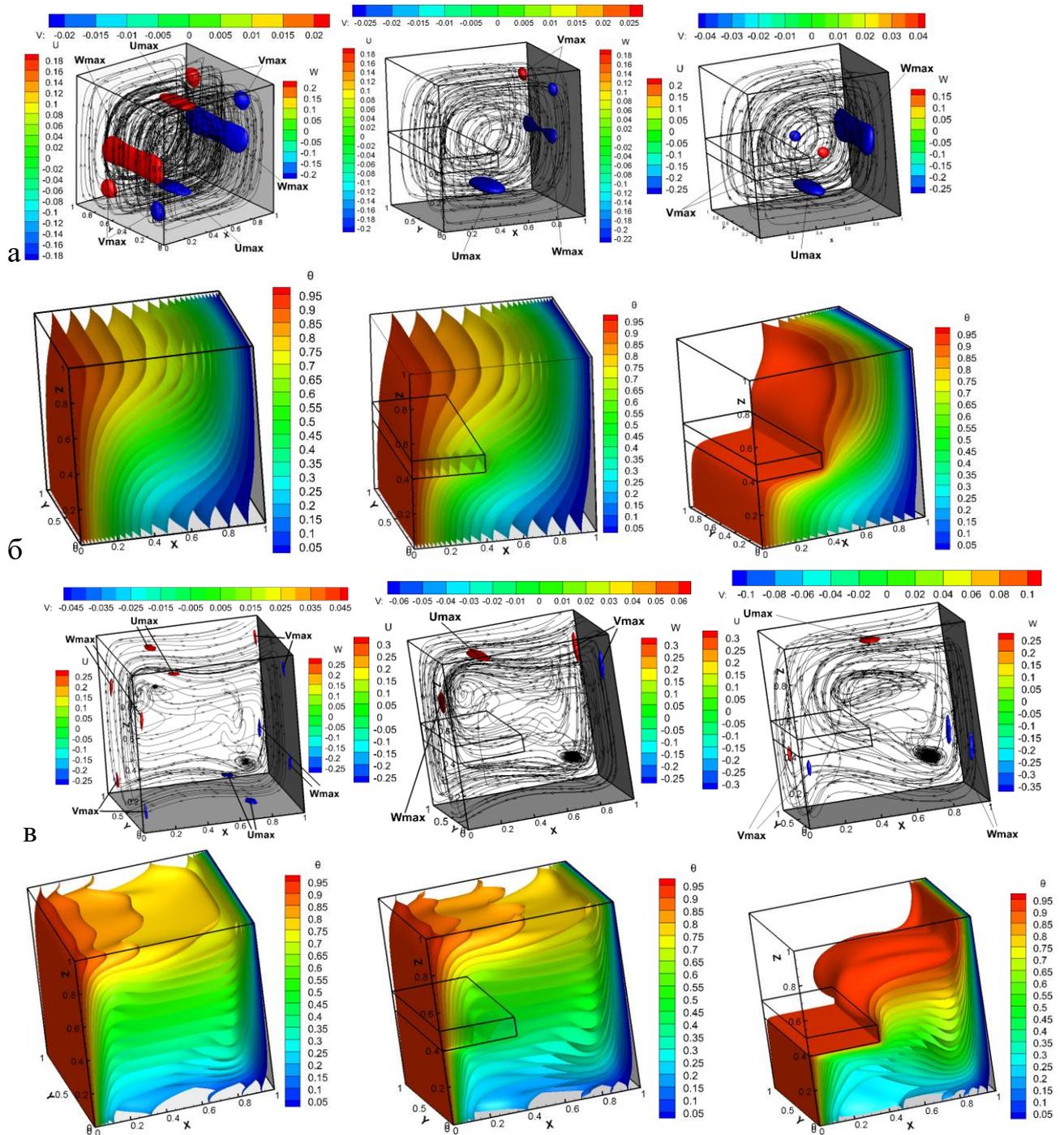


Рисунок 6 – Зависимость среднего числа Нуссельта от времени при различных значениях λ_s/λ_f ($d = l = 0,4$): а) $Ra = 10^4$, б) $Ra = 10^6$

Влияние числа Рэлея и теплопроводности материала одного пористого ребра на структуру течения и распределение температуры внутри кубической полости, а также на интенсивность теплообмена показано на рисунках 7 и 8. Благодаря высокой проницаемости ребра и высокой пористости жидкость не меняет своего направления при прохождении пористого ребра, в отличие от твердых ребер (рисунки 7а и 7в). При низких числах Рэлея наличие пористого ребра не приводит к существенным изменениям в движении жидкости, независимо от теплопроводности ребер (рисунки 7а). Однако в температурных полях наблюдаются значительные изменения, а именно, при наличии высокотеплопроводного ребра изотермы, соответствующие высоким температурам, смещаются вправо (рисунок 7б). Высокие температурные градиенты имеют место под ребром около его правой границы (третья колонка рисунка 7б). При $Ra = 10^6$ конвекция становится значительно сильнее и начинает проявляться температурная стратификация (рисунок 7г). Значительные изменения в движении жидкости видны по распределениям скоростей и температур: проходя холодную грань, жидкость разделяется на две части, а именно: одна часть направляется к горячей стенке под ребром, а другая движется к его нижней границе вблизи торца, и две части жидкости смешиваются по мере достижения горячей стенки над ребром (третья колонка рисунка 7в). Верхний левый вихрь возле горячей грани, проиллюстрированный в случае низкой теплопроводности ребра (вторая колонка рисунка 7в), теперь расположен в области около центра полости над ребром (третья колонка рисунка 7в). Изотермы смещаются вправо, образуя при этом чрезмерно высокие температурные градиенты около правой стенки. Высокие температурные градиенты также наблюдаются около нижнего основания ребра и вблизи правого торца, что показывает эффект отвода тепла пористым ребром (третья колонка

рисунка 7г). При увеличении теплопроводности материала ребра максимальные значения всех компонент вектора скорости возрастают, особенно компоненты скорости V (на 60% при $Ra = 10^4$ и 43% при $Ra = 10^6$). Среднее число Нуссельта при этом также значительно растет (на 28,4% для $Ra = 10^4$ и 42,5% для $Ra = 10^6$), а время выхода на стационар уменьшается (рисунок 8).



Г

Рисунок 7 – Траектории движения жидкости и изотермические поверхности при различных значениях числа Рэлея и теплопроводности пористого ребра ($d = 0,4, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)
 а, в – траектории движения при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; б, г – изотермы при $Ra = 10^4$ и 10^6 , соответственно; первая колонка – при отсутствии ребер; вторая колонка – при одном пористом ребре с $k_r = 11$; третья колонка – при одном пористом ребре с $k_r = 1526$

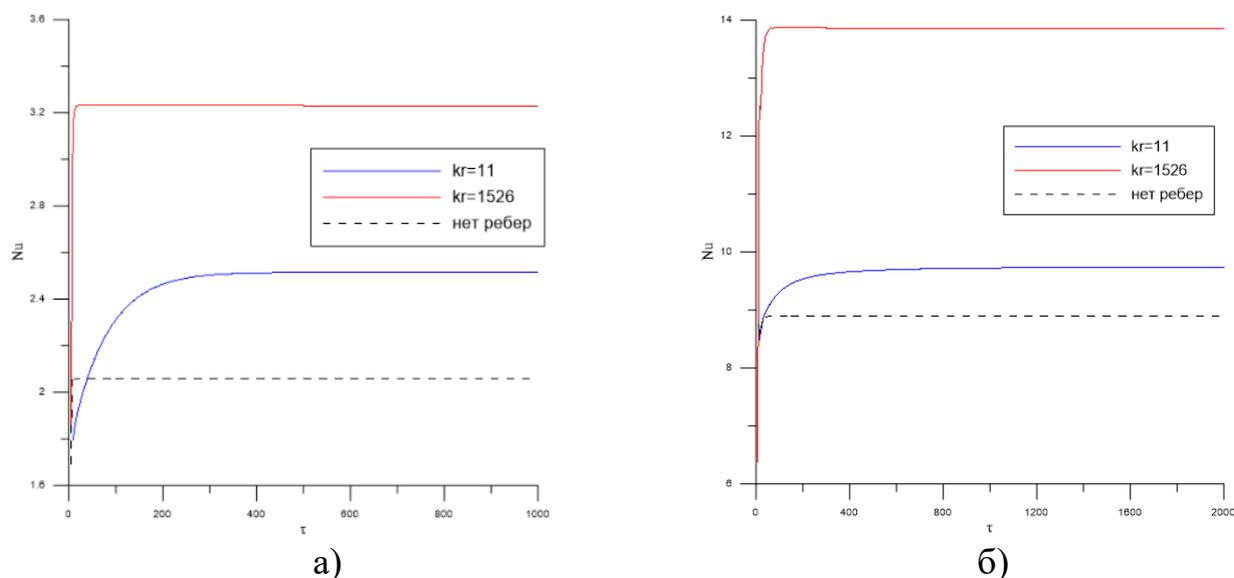


Рисунок 8 – Зависимость среднего числа Нуссельта от времени при различных значениях относительного коэффициента теплопроводности пористого ребра ($d = 0,4, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$): а) $Ra = 10^4$, б) $Ra = 10^6$

Зависимость среднего числа Нуссельта от количества ребер при различных числах Рэлея представлена в таблице 5. Видно, что увеличение количества ребер является неэффективным методом интенсификации теплообмена (с точки зрения экономики), так как увеличение среднего числа Нуссельта составляет всего 2-5% (в случае пористых ребер), а капитальные расходы на изготовление ребер в 2-3 раза больше. При этом наличие дополнительных твердых ребер приводит к уменьшению среднего числа Нуссельта. Таким образом, оптимальным количеством твердых и пористых ребер при рассматриваемых значениях числа Рэлея является одно.

Таблица 5 – Среднее число Нуссельта при различных значениях числа Рэлея и количества твердых и пористых ребер ($\lambda_s/\lambda_f = 15251, d = 0,2, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

Кол-во ребер, n	$Ra = 10^4$		$Ra = 10^5$		$Ra = 10^6$	
	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.	Тв.	Пор.
n = 1	3,198	3,296	7,388	7,492	15,001	14,766
n = 2	2,994	3,389	7,101	7,598	14,660	15,232
n = 3	2,920	3,450	6,950	7,673	14,561	15,552

На рисунке 9 показана зависимость среднего числа Нуссельта от положения твердого ребра на левой грани при $l = 0,6, \lambda_s/\lambda_f = 15251$ и $Ra = 10^4 \div 10^6$. Видно, что положение ребра существенно влияет на интенсивность теплообмена, и ребро, находящееся в нижней части полости, в большей степени интенсифицирует теплообмен при рассмотренных значениях Ra. При высоких числах Рэлея ($Ra \geq 10^5$) эффект от положения ребер становится более существенным.

Влияние длины твердых ребер на среднее число Нуссельта для $d = 0,2$ при различных значениях числа Рэлея, длины и количества твердых ребер показано на

рисунке 10. Очевидно, что длина ребер оказывает существенное влияние на интенсивность теплообмена. При фиксированном положении ребра на горячей грани рост длины ребра приводит к монотонному улучшению теплопереноса только при $Ra = 10^4$, когда теплопроводность доминирует над конвекцией (рисунок 10а). По мере увеличения длины ребра площадь поверхности теплообмена увеличивается, что приводит к улучшению теплообмена. Однако при более высоких числах Рэлея ($Ra = 10^5$ и выше), когда конвекция начинает преобладать над теплопроводностью, блокировка течения со стороны ребер становится основным фактором подавления теплопередачи, и при этом среднее число Нуссельта возрастает до определенного значения, после чего снижается (рисунки 10б и 10в).

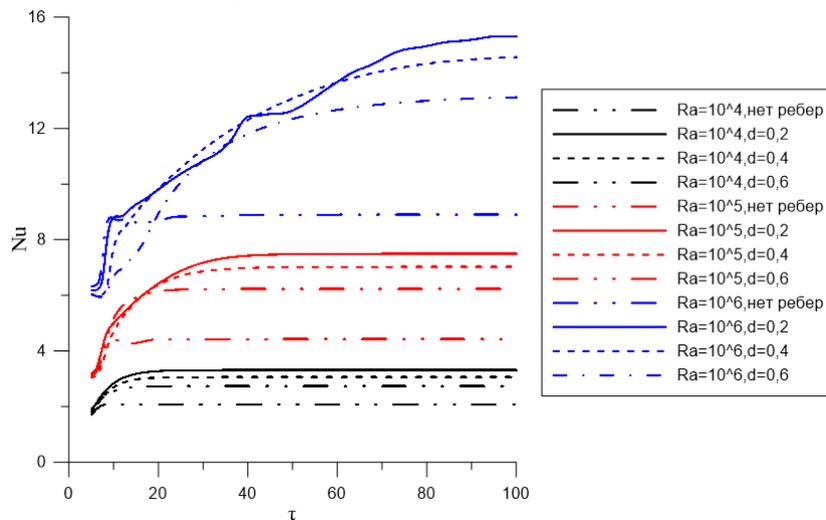
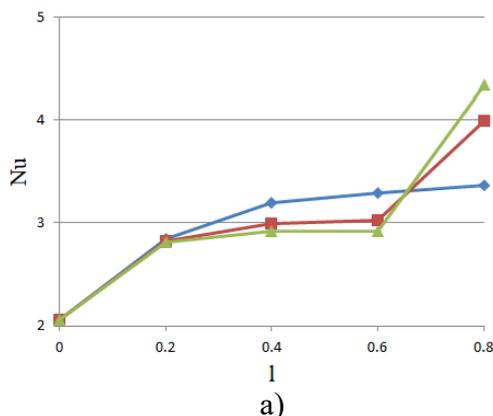
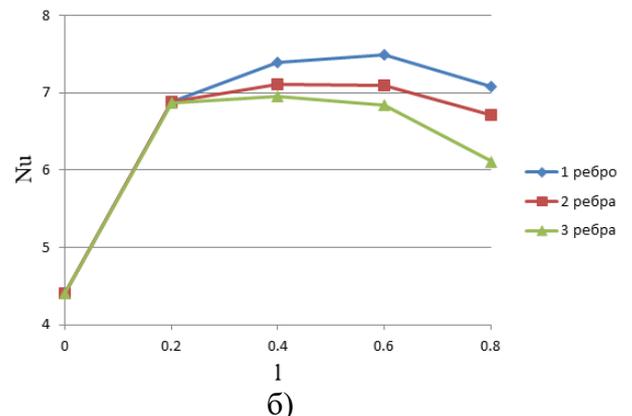


Рисунок 9 – Среднее число Нуссельта при различных значениях положения твердого ребра на левой грани и числах Рэлея ($l = 0,6, \lambda_s/\lambda_f = 15251$)

Количество ребер также играет важную роль в интенсификации теплообмена по мере увеличения длины ребер. При низких числах Рэлея, когда более длинные ребра приводят к росту числа Нуссельта, увеличение количества ребер еще больше усиливает теплопередачу (рисунок 12а). При высоком числе Рэлея увеличение количества ребер вместе с их длиной резко снижает теплопередачу вплоть до того, что при $l = 0,8$ числа Нуссельта оказываются даже ниже, чем в случае $l = 0,2$ (рисунки 12б и 12в).



а)



б)

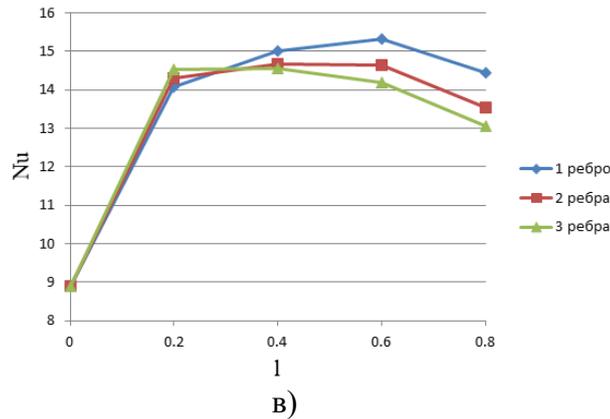


Рисунок 10 – Среднее число Нуссельта при различных значениях длины и количества твердых ребер ($d = 0,2, \lambda_s/\lambda_f = 15251$) для: (а) – $Ra = 10^4$, (б) – $Ra = 10^5$, (в) – $Ra = 10^6$

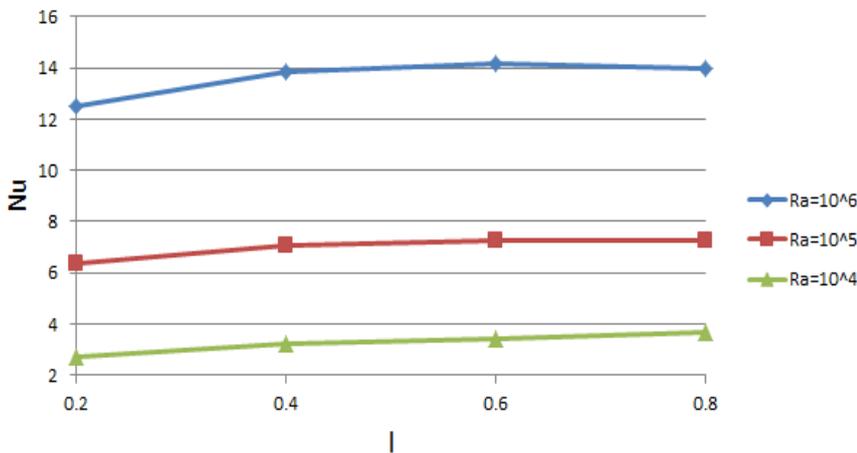


Рисунок 11 показывает влияние длины пористого ребра на интенсивность теплообмена. При $Ra = 10^4$ среднее число Нуссельта монотонно возрастает с увеличением длины ребра от 0,2 до 0,8. Более длинные ребра приводят к большей поверхности теплопередачи и, следовательно, к более высокому числу Нуссельта.

Рисунок 11 – Среднее число Нуссельта при различных значениях числа Рэлея и длины пористого ребра ($k_r = 1526, d = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

При более высоких числах Рэлея ($Ra = 10^5$ и более) конвекция является определяющим механизмом теплообмена. Увеличение длины ребра также приводит к увеличению сопротивления (трения) при движении жидкости, что ослабляет интенсивность течения. Именно поэтому монотонность числа Нуссельта больше не наблюдается в случае $Ra = 10^5$ и $Ra = 10^6$. При данных числах Рэлея существует предел длины ребер, за которым число Нуссельта начинает снижаться. При увеличении длины ребра от 0,6 до 0,8 расширение поверхности теплопередачи не компенсирует подавление конвекции, вызванное пористой средой внутри ребра. Следовательно, $l = 0,6$ является критическим значением длины пористых ребер для высоких чисел Рэлея.

В таблице 6 показано влияние положения пористого ребра на левой стенке при фиксированных геометрических и теплофизических параметрах ребер ($k_r = 1526, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$) и различных числах Рэлея. Видно, что ребра, расположенные ближе к основанию полости, лучше интенсифицируют теплообмен, чем те, которые расположены в средней части или ближе к верхней грани при всех

рассматриваемых числах Рэлея. Также следует отметить, что существенный спад среднего числа Нуссельта наблюдается при $d = 0,6$.

Таблица 6 – Среднее число Нуссельта при различных значениях положения пористого ребра и числа Рэлея ($k_r = 1526, l = 0,4, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

Ra	d		
	0,2	0,4	0,6
10^4	3,296	3,230	2,883
10^5	7,492	7,101	6,197
10^6	14,769	13,860	12,203

В таблице 7 показано влияние пористости ребер на среднее число Нуссельта при $d = 0,4, l = 0,4, Da = 10^{-2}, k_r = 1526$ и различных числах Рэлея. Также как в двумерном случае, среднее число Нуссельта является убывающей функцией пористости ребер, так как по мере увеличения пористости, эффективная теплопроводность пористых ребер снижается. Однако, изменение среднего числа Нуссельта при различной пористости оказывается несущественным (в диапазоне 1% ÷ 4%).

Таблица 7 – Среднее число Нуссельта при различных значениях числа Рэлея и пористости ребра ($d = 0,4, l = 0,4, Da = 10^{-2}$ и $k_r = 1526$)

Ra	ε			
	0,8	0,9	0,95	0,98
10^4	3,242	3,230	3,216	3,181
10^5	7,132	7,101	7,049	6,915
10^6	13,989	13,862	13,638	13,094

В таблице 8 показано сравнение среднего числа Нуссельта при отсутствии и наличии твердых и пористых ребер при различных числах Рэлея. Из таблицы видно, что пористые ребра лучше интенсифицируют теплообмен при низких и средних числах Рэлея ($Ra = 10^5$ и меньше). При $Ra = 10^5$ и выше твердые ребра превосходят пористые в интенсификации теплообмена. Также следует отметить, что при введении реберной системы теплоперенос всегда улучшается.

Таблица 8 – Среднее число Нуссельта при различных значениях числа Рэлея и отсутствии/наличии одного твердого или одного пористого ребра ($d = 0,4, l = 0,4, \lambda_s/\lambda_f = 15251, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

Ra	Без ребер	Твердое ребро	Пористое ребро
10^4	2,245	2,991	3,230
10^5	4,528	6,964	7,101
10^6	8,932	14,682	13,860

В четвертой главе проведено сравнение результатов применения двумерных и трехмерных моделей естественной конвекции в замкнутых полостях при наличии одного твердого или одного пористого ребра ($d = 0,4, l = 0,4, \lambda_s/\lambda_f = 15251, \varepsilon = 0,9, Da = 10^{-2}$), а также при их отсутствии.

В таблице 9 проиллюстрированы результаты сравнения средних чисел Нуссельта в квадратных и кубических полостях при наличии твердого или пористого ребра, а также при их отсутствии. Выявлено, что интенсивность теплопереноса в двух- и трехмерных полостях без ребер и с одним пористым ребром отличается друг от друга незначительно (в пределах 10%). При $Ra > 10^5$ практически не найдено различий в средних числах Нуссельта для двух- и трехмерных моделей. Это иллюстрирует возможность использования двумерных моделей вместо трехмерных для определения интенсивности теплообмена внутри кубических областей без ребер или с одним пористым ребром на горячей стенке. В то же время, существенные различия в структуре течения жидкости, распределении и интенсивности теплообмена наблюдаются в полостях с одним твердым ребром на горячей стенке, что означает невозможность использования двумерной модели вместо трехмерной в этом случае. Кроме того, эти различия становятся более значительными по мере увеличения числа Рэлея. Максимальная разница в средних числах Нуссельта составляет 53,5% при $Ra = 10^6$.

Таблица 9 – Среднее число Нуссельта и их разницы в процентах (значения в скобках) при различных значениях числа Рэлея и отсутствии/присутствии одного твердого или пористого ребра в квадратных и кубических полостях ($d = 0,4, l = 0,4, \lambda_s/\lambda_f = 15251, \varepsilon = 0,9$ и $Da = 10^{-2}$)

Ra	Без ребер		С твердым ребром		С пористым ребром	
	2D	3D	2D	3D	2D	3D
10^4	2,245	2,059(-8,3%)	2,132	2,991(+40,3%)	3,604	3,230(-10,4%)
5×10^4	3,669	3,522(-4,0%)	3,686	5,515(+49,6%)	6,063	5,715(-6,1%)
10^5	4,528	4,412(-2,6%)	4,654	6,964(+49,6%)	7,387	7,101(-4,0%)
5×10^5	7,298	7,315(+0,2%)	7,774	11,761(+51,3%)	11,483	11,419(-0,6%)
10^6	8,917	8,896(-0,2%)	9,564	14,683(+53,5%)	13,869	13,860(-0,1%)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования влияния ключевых параметров на структуру течения и распределение температуры, а также интенсивность теплопереноса в двумерной и трехмерной постановках задачи были сделаны следующие выводы:

- Для двумерной задачи:

1. Использование твердых ребер является малоэффективным методом интенсификации, так как среднее число Нуссельта повышается только примерно на 7%. При этом пористые ребра с такими же геометрическими и теплофизическими параметрами могут повысить среднее число Нуссельта в среднем на 58%.

2. В целом, положение твердого ребра на левой стенке влияет на интенсивность теплообмена незначительно.

3. Среднее число Нуссельта является возрастающей функцией длины твердого ребра для всех рассмотренных значений числа Рэлея, за исключением перехода от $l = 0,2$ до $l = 0,4$ при $Ra = 10^4$.

4. Оптимальным количеством твердых или пористых ребер является одно ребро в случае рассмотренных геометрических и теплофизических параметров.

5. По мере увеличения длины пористого ребра при малых числах Рэлея среднее число Нуссельта монотонно возрастает. При средних и высоких числах Рэлея оптимальной длиной пористого ребра является 0,6.

6. Пористые ребра, расположенные в нижней части полости, лучше интенсифицируют теплообмен при всех рассмотренных значениях числа Рэлея.

7. Среднее число Нуссельта является убывающей функцией пористости ребра для всех рассмотренных чисел Рэлея в связи с уменьшением эффективной относительной теплопроводности. В целом пористость ребра влияет на интенсивность теплообмена незначительно.

- Для трехмерной задачи:

1. Пористые ребра превосходят твердые при низких и средних числах Рэлея.

2. Введение твердых или пористых ребер является эффективным методом интенсификации теплообмена. С их помощью среднее число Нуссельта может увеличиться до 64%.

3. Оптимальной длиной твердых и пористых ребер является $l = 0,6$ при средних и высоких числах Рэлея.

4. Одно ребро определяет оптимальное количество твердых и пористых ребер для всех рассмотренных чисел Рэлея и с учетом выбранных геометрических параметров.

5. Оптимальное положение твердых и пористых ребер на горячей стенке определяется нижней частью полости.

В результате сравнения данных для двумерной и трехмерной моделей установлена возможность использования двумерных моделей вместо трехмерных для оценки интегрального теплообмена внутри кубических полостей без ребер или при наличии одного пористого ребра на горячей стенке, особенно при высоких числах Рэлея ($Ra > 10^5$).

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Le X. H. K. Numerical Simulation of Solid and Porous Fins' Impact on Heat Transfer Performance in a Differentially Heated Chamber / X. H. K. Le, I. Pop, M. A. Sheremet // *Mathematics*. – 2022. – Vol. 10, № 2. – P. 263. – DOI: 10.3390/math10020263.

2. Le X. H. K. Thermogravitational Convective Flow and Energy Transport in an Electronic Cabinet with a Heat-Generating Element and Solid/Porous Finned Heat Sink / X. H. K. Le, I. Pop, M. A. Sheremet // *Mathematics*. – 2022. – Vol. 10, № 1. – P. 34. – DOI: 10.3390/math10010034.

3. Le X. H. K. Entropy Analysis of the Thermal Convection of Nanosuspension within a Chamber with a Heat-Conducting Solid Fin / X. H. K. Le; H. F. Oztop; F. Selimefendigil; M. A. Sheremet // *Entropy*. – 2022. – Vol. 24. – P. 523. – DOI: 10.3390/e24040523.

4. Le X. H. K. Numerical simulation of natural convection in a differentially heated cubical cavity with solid fins / X. H. K. Le; H. F. Oztop; M. A. Sheremet // *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. – 2024. – Vol. 34, № 9. – P. 3369-3392. – DOI: 10.1108/HFF-11-2023-0698.

Публикации в прочих научных изданиях:

5. Лэ С.Х.К. Естественная конвекция в замкнутой полости с реберной структурой при наличии неравномерного температурного профиля на вертикальной стенке / С.Х.К Лэ, М. А. Шеремет // Вестник Пермского университета. Физика. – 2021. – DOI: 10.17072/1994-3598-2021-4-30-38.

6. Лэ С. Х. К. Интенсификация теплоотвода в системе с твердыми и пористыми ребрами / С.Х.К Лэ, М. А. Шеремет // Материалы Всероссийской конференции «XXXVI Сибирский теплофизический семинар». Новосибирск 05–07 октября 2020 г. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2020. – С. 14.

7. Лэ С. Х. К. Влияние реберной структуры на интенсификацию свободно-конвективного теплопереноса в замкнутой квадратной полости / С.Х.К Лэ // Бутаковские чтения: Материалы I Всероссийской с международным участием молодежной конференции. Томск, 15–16 декабря 2021 г. – Томск, 2021. – С. 146–149.

8. Лэ С. Х. К. Анализ влияния реберной структуры на интенсификацию теплообмена в замкнутом кубе / С.Х.К Лэ // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник трудов научных трудов XIX Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 26–29 апреля 2022 г. – Томск, 2022. – Т. 3: Математика. – С. 60–62.

9. Лэ С. Х. К. Особенности теплообмена в кубической полости при наличии пористых ребер / С.Х.К Лэ, М. А. Шеремет // Тезисы доклада на конференции «XXXVIII Сибирский теплофизический семинар». Новосибирск 29–31 августа 2022 г. – Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2022. – С. 152.

10. Лэ С. Х. К. Влияние пористых ребер на интенсивность теплосъема с поверхности в замкнутой дифференциально-обогреваемой кубической полости / С.Х.К Лэ, М. А. Шеремет // Материалы восьмой российской национальной конференции по теплообмену: статья в сборнике трудов конференции. Москва, 17–22 октября 2022 года г. – Москва 2022. – С. 160–161.

11. Лэ С. Х. К. Анализ влияния количества твердых ребер на интенсификацию теплообмена в замкнутом кубе / С.Х.К Лэ, М. А. Шеремет // Теоретические и прикладные задачи конвективного теплопереноса: Материалы международной научной конференции. Томск, 13–15 декабря 2022 г. – Томск, 2022. – С. 34–35.

12. Лэ С. Х. К. Сравнение двух- и трехмерной моделей естественной конвекции в замкнутых областях при наличии реберной структуры / С.Х.К Лэ // Бутаковские чтения: сборник трудов конференции. Томск, 12–14 декабря 2023 г. – Томск, 2023. – С. 542–545.

13. Лэ С. Х. К. Анализ влияния модели пористой среды на особенности теплообмена в полости при наличии пористого ребра / С.Х.К Лэ // Перспективы развития фундаментальных наук: сборник трудов научных трудов XXI Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Томск, 23–26 апреля 2024 г. – Томск, 2024. – Т. 3: Математика.