## ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО Том 87 ИНСТИТУТА имена С. М. КИРОВА 1957 г.

## К РАСЧЕТУ ПРОФИЛЯ ПОЛЮСНЫХ НАКОНЕЧНИКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТА БЕТАТРОНА

## М. Ф. ФИЛИППОВ

(Представлено научным семинаром физико-технического факультета)

Устойчивое движение электронов по круговой орбите в бетатроне возможно лишь при наличии соответствующей конфигурации магнитного поля междуполюсного пространства электромагнита, где расположена ускорительная камера.

Распределение плотности магнитного потока вдоль радиуса в зоне апертуры ускорительной камеры, обеспечивающее аксиальную и радиальную фокусировки пучка ускоряемых электронов, должно удовлетворять, как известно, соотношению

$$\boldsymbol{B} = B_o \frac{\boldsymbol{r_o}^n}{\boldsymbol{r}^n} \quad , \tag{1}$$

где n показатель спадания магнитного поля (1 > n > 0),

*B<sub>o</sub>* магнитная индукция на равновесной орбите с радиусом *r<sub>o</sub>*.

*В* магнитная индукция на радиусе *r*.

Кроме того, для равновесной орбиты должно соблюдаться в процессе ускорения "бетатронное отношение"

$$\frac{B_{\kappa o}}{B_o} = 2, \tag{1}_a$$

где  $B_{\kappa o}$  - среднее значение магнитной индукции в круге равновесной орбиты с радиусом  $r_o$ .

Указанными выше соотношениями и обусловливается профиль полюсных наконечников электромагнита бетатрона.

В опубликованных сведениях по конструированию и изготовлению бетатронов указывается, что подбор профиля полюсных наконечников производится с помощью электролитической ванны, где создается электрическое поле между электродами, форма которых соответствует профилю полюсных наконечников электромагнита бетатрона. В некоторых случаях подбор профиля полюсных наконечников производился на уменьшенной модели электромагнита со сплошными полюсами, которые проще изготовить, чем полюса из листовой стали, с радиально расположенными пластинами.

Перечисленные методы подбора профиля полюсных наконечников довольно трудоемки. Кроме того, с помощью электролитической ванны не всегда возможно создать электрическое поле, полностью подобное магнитному полю в междуполюсном пространстве, если требуется учесть влияние магнитного потока рассеяния намагничивающих обмоток. Распределение магнитной индукции по радиусу в зазоре между полюсами электромагнита можно с достаточной точностью исследовать на плоской модели (рис. 1).

Если измерительную катушку "щуп" располагать на оси a-a (в различных ее точках), то кривая B = f(r), полученная на плоской модели, соответствует крнвой, полученной на полных полюсах того же профиля.

Плоская модель позволяет учесть влияние катушек намагничивающей обмотки и центральных вкладышей (галет) на конфигурацию магнитного

поля в рабочей зоне междуполюсного пространства. На плоской модели может быть исследовано магнитное поле при полюсных наконечниках с пазами для размещения компенсационной или подмагничивающей обмоток.

Съемные полюсные наконечники позволяют легко один исследуемый профиль заменять другим, а также применять электромагнит одной плоской модели для исследования профилей полюсных наконечников любых бетатронов.

Не исключая подбор профиля полюсных наконечников методом моделирования, следует стремиться к определению профиля с достаточной точностью расчетным путем.

В электромагните бетатрона магнитное сопротивление воздушного зазора между полюсами составляет (90 ->>> 95%) от полного сопротивления магнитной цепи. Учитывая эту особенность магнитной системы бетатрона и полагая, что магнитный поток равномерно распределяется по поперечному сечению стали полюсных





сердечников, можно поверхности полюсных наконечников считать эквипотенциальными поверхностями магнитного поля. В этом случае будет справедливо равенство

$$\mathbf{A} \boldsymbol{W}_{\delta} = 0.8 \, \lambda \, \boldsymbol{B} \approx 0.8 \, \lambda_{O} \, \boldsymbol{B}_{O}, \tag{2}$$

где  $AW_2$  намагничнвающие ампервитки, необходимые для преодоления магнитного сопротивления междуполюсного пространства,  $\lambda_0$ —длина магнитной силовой линии в воздушном зазоре на радиусе равновесной орбиты ( $r_0$ ),  $\lambda_1 = д$ лина силовой линии на радиусе r.

Из уравнений (1) и (2) следует, что

$$\lambda = \lambda_0 \frac{r^n}{r_0^n} \,. \tag{3}$$

В средней части рабочей зоны междуполюсного пространства, где не сказывается "краевой эффект", например, на радиусе r (рис. 2), магнитная силовая линия может быть представлена как дуга окружности с радиусом R (дуга *ав*, рис. 2). Вследствие малой кривизны линии *ав*, можно принять, что длина силовой линии  $\lambda$  равна длине воздушного зазора  $\delta$ , соответствующей радиусу r (линия *cd*, рис. 2).

Как видно из рисунка 2,

$$\lambda = 2 \alpha R \quad u \quad -\frac{\delta}{2} = R \operatorname{tg} \alpha,$$

т. е. отношение

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\alpha} \cdot$$

· Угол  $\alpha$  для бетатронов на 5 *Мэв* имеет значение около 10°, для более мощных бетатронов он значительно меньше. Полагая  $\alpha = 10^\circ$ , найдем

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\mathrm{tg}\,\alpha}{\alpha} = \frac{0.1763}{0.1745} = 1.010$$
.

Следовательно, разность между  $\lambda$  и  $\delta$  в этом случає составляет всего 1%. В технических расчетах вполне можно принимать  $\lambda = \delta$ . Тогда в соответствии с уравнением (3) получим

$$\delta = \delta_0 \, \frac{r^n}{r_0^n} \, . \tag{4}$$

Длина воздушного зазора  $\delta$  на радиусе равновесной устойчивой орбиты  $r_o$  зависит от аксиального размера поперечного сечения ускорительной камеры. Выбор размеров поперечного сечения камеры в данной статье не рассматривается, т. е. размеры  $\delta_o$ ,  $r_o$   $r_c$  u  $r_h$  полагаем известными.





Используя уравнение (4), можно для различных значений (на участке от  $r_c$  до  $r_h$ ) определить соответствующие значения  $\delta$ , т. е. определить профиль полюсных наконечников. Но уравнение (4) справедливо только в том случае, когда длина магнитной силовой линии мало отличается от соответствующей длины воздушного зазора. Это имеет место на протяжении значительной части рабочей зоны междуполюсного пространства. При приближении к краю полюсных наконечников кривизна магнитных силовых линий увеличивается и длина их заметно отличается от величины воздушного зазора на том же радиусе. Изменение кривизны силовых линий обусловливается влиянием "краевого эффекта".

Для уменьшения влияния краевого эффекта на конфигурацию магнитного поля в рабочей зоне полюсные наконечники снабжаются корректирующим ободом *К* (рис. 3). Искажение магнитного поля в рабочей зоне вызывает также краевой эффект центральных выступов, применявшихся в первых конструкциях бетатронов. Замена выступов двумя-тремя цилиндрическими вставками (рис. 3) при надлежащем подборе зазоров между ними почти полностью устраняет искажение магнитного поля вблизи внутренней стенки ускорительной камеры.

В первых конструкциях бетатронов стремились обеспечить постоянное значение *n* в средней плоскости на всем протяжении рабочей зоны. Позднее было установлено, что условия захвата электронов в ускорение улучшаются. если на радиусе инжекции *n* близко к единице.



Puc. 3

Исследования магнитного поля в различных бетатронах, изготовленных в Томском политехническом институте, показали, что достаточно хорошие результаты дает корректирующий обод с размерами

$$\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{\kappa}} = 0,26\,\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{H}}\,\,\boldsymbol{u}\,\,\boldsymbol{y}_{\boldsymbol{\kappa}} = 0,1\,\boldsymbol{\delta}_{\boldsymbol{H}} \tag{5}$$

и что при расчете профиля полюсных наконечников можно считать *n* const и равным его значению на радиусе *r*<sub>o</sub>.

Расчетная кривая профиля полюсных наконечников (линия *puq*, puc. 3) при постоянном значении n близка к прямой, и, чтобы упростить изготовление штампа, ее можно принять за прямую, линию. В этом случае, задавая профиль, достаточно указать угол наклона прямой *pq* к средней плоскости междуполюсного пространства (угол  $\alpha$ , puc. 3)

$$\mathbf{a} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\dot{\mathbf{b}}_{H} + \dot{\mathbf{b}}_{g}}{2\left(r_{H} - r_{c}\right)} , \qquad (6)$$

где  $\delta_{\theta}$  и  $\delta_{H}$  вычисляются по уравнению (4)

$$\delta_{H} = \delta_{O} \frac{r_{H}^{n}}{r_{O}^{n}} \quad u \quad \delta_{B} = \delta - \frac{r_{C}^{n}}{r_{O}^{n}} \quad . \tag{7}$$

В небольших бетатронах, где  $\gamma = -\frac{r_o}{r_c} > 1,5$ , когда точка *и* заметно не

совпадает с прямой pq и значение n может отличаться от заданного на 10% и более, следует по уравнению (4) определить  $\delta$  еще для двух промежуточных радиусов и строить профиль по пяти точкам.

К выбору профиля следует отнести также определение расчетного воздушного зазора δ, в центральной части междуполюсного пространства (рис. 3)

$$\delta_c = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3.$$

Полагая, как и ранее, поверхности полюсных наконечников эквипотенциальными поверхностями магнитного поля, можно считать, что

$$0,8 B_{oa} \delta_o = 0, 8 B_{ca} \delta_c + a w_c (\delta_s - \delta_c),$$
  
откуда  $\delta_c = \frac{0,8 B_{oa} \delta_o - a w_c \delta_s}{0,8 B_{ca} - a w_c},$  (8)

где  $B_{oa}$  — расчетная индукция на равновесной орбите с радиусом  $r_o$ ,  $\tilde{B}_{ca}$  — расчетная средняя индукция в круге с радиусом  $r_c$ , когда соблю-

дается бетатронное отношение,

ашется остатровное отношение, *ашес — удельные ампервитки, соответствующие индукции в стали цилин*дрических вставок ( $B_{cM} = B_{ca}: \kappa_c$ ),  $\kappa_c$  — коэффициент заполнения вставок сталью.

Толщина (высота) каждой вставки (рис. 3)

$$h_c = -\frac{\partial_{\theta} - \partial_c}{2} \,. \tag{9}$$

Полагая, что практически линия pg для бетатронов с  $\gamma < 1,5$  мало отличается от прямой, можно рекомендовать еще более простой метод определения угла наклона этой прямой к средней плоскости междуполюсного пространства.

Дифференцируя уравнение (4), получим

$$d\delta = \frac{\delta_o}{r_o} n \left(\frac{r}{r_o}\right)^{n-1} dr.$$
<sup>(10)</sup>

Разделив уравнение (10) на уравнение (4) и решив относительно n, найдем

$$n = \frac{r}{\delta} \cdot \frac{d\delta}{dr} \,. \tag{11}$$

Если а угол между средней плоскостью междуполюсного пространства и касательной к кривой профиля в точке, соответствующей зазору 3 и радиvcy r (рис. 2), то

$$\frac{1}{2} \frac{d\delta}{dr} = \operatorname{tg} \alpha \; .$$

С другой стороны, на рис. 2

$$\frac{\delta}{2} = R \operatorname{tg} \alpha$$
 .

Используя приведенные соотношения и уравнение (11), найдем

$$n = \frac{r}{R} \,. \tag{12}$$

Уравнение (12) показывает, что если профиль полюсных наконечников в рабочей зоне представлен прямой pq, то n не будет постоянным на различных радиусах. Только при R = r n будет неизменным и равным единице. Тем не менее, как указывалось выше, для бетатронов при  $\gamma < 1.5$  практически профиль полюсных наконечников можно выполнять в виде прямой линии, так как отклонения показателя поля от среднего значения не влияют существенно на конфигурацию магнитного поля. В этом случае следует обеспечить заданное (расчетное) значение no вблизи равновесной орбиты с радиусом  $r_o$ , где воздушный зазор  $\delta_o$ . При этом указанный на рис. З радиус  $\mathcal{R}_o$  будет равен:

$$R_o = \frac{r_o}{n_o} \tag{13}$$

и, соотнутственно, угол наклона прямой pq к плоскости орбиты

$$\alpha_o = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{\delta_o}{2r_o} n_o \ . \tag{14}$$

В табл. 1 приведены для сравнений результаты расчета профиля тремя описанными выше способами, т. е. по уравнениям (4,6—7 и 14) для небольлюго бетатрона (А—5 Мэв), где наиболее ощутительно сказываются неточности способа расчета. При вычислениях влияние краевого эффекта не учиты-влось.





На рис. 4 изображены кривые зависимости n = f(r) при профиле полюсвых наконечников, рассчитанном по уравнению (14), для трех различных бетатромов

1.  $A = 5 M_{36}$  ( $\gamma = 1,74$ ) 2.  $A = 15 M_{36}$  ( $\gamma = 1,44$ ) 3.  $A = 25 M_{36}$  ( $\gamma = 1,25$ )

расчетный показатель поля  $n = \frac{2}{3}$ ,

Результаты вычислений, приведенные в табл. 1, показывают, что при профиле полюсных наконечников, рассчитанном приближенно (по уравнениям b - 7 в 14), кривая n = f(r) тем меньше отклоняется от  $n_0 = \text{const}$ , чем ближе расчетное значение показателя поля к единице.

Вблизи внутренней стенки ускорительной камеры на расстоянии

$$\Delta r = -\frac{2}{3} (r_o - r_e) = 2 c \kappa$$
 от радиуса равновесной орбиты для

профиля полюсных наконечников, рассчитанного по уравнениям (6—7), отклонение показателя поля от расчетного ( $n_o = \text{const}$ ) составит при  $u_o = 0.5 - 11$ , 6%, при  $n_o = 0.75 - 6.0^{\circ}/_{o}$ .

']	ſ	а	б	Л	И	Ц	a	1

*a* 

	По уравнению 4				По уравнению 6—7				По уравнению 14				
г С <b>М</b>	<i>n</i> = 0,5		n = 0,75		$tg \alpha = 0,180$		$tg \alpha = 0,266$		$tg \alpha = 0, 176$		tg $\alpha = 0,263$		Примечание
	д см	tg α	д см	tg α	д см	11	д см	n	3 6.11	n	бсм	n	
4	3,72	0,232	3,24	0,304	3,72	0,388	3,24	0 <b>,6</b> 56	3,87	0,374	3,32	0,633	
5	4,16	0,208	3,82	0,286	4,07	0,442	3,7 <b>7</b>	0,705	<b>4</b> ,22	0,416	3,85	0,682	$A = 5 M \mathfrak{I} \mathfrak{B}$
6	4,56	0,19	4,38	0,274	4,43	0,488	4,31	0,741	4,57	0,461	4,38	<b>0,7</b> 2	$r_0 = 7 \ cM$
7	4,92	0,175	4,92	0,264	4,79	0,525	4,84	0,77	4,92	0,500	4,92	0,75	$r_c = 4 \ cM$
8	5,26	0,161	5,44	0,255	5,15	0,559	5,38	0,79	5,27	0,532	5,45	0,773	$r_{H} = 10 \ cm$
9	5,58	0,155	5,94	0,247	5,51	0,587	5,91	0,81	<b>5</b> ,62	0,562	5,97	0,794	ð <sub>o</sub> = 4,92
10	5,88	0,147	6,43	0,241	5,88	0,613	6,43	0,83	5,98	0,588	6,5	0,81	$\gamma = \frac{r_o}{r_c} = 1,74$

93

Для профиля, рассчитанного по уравнению 14, будем иметь: при  $n_0 = 0.5 - 16.8\%$ , при  $n_0 = 0.75 - 9.1^{\circ}/_{o}$ .

Отклонения такого порядка существенно нарушают соответствие конфигурации магнитного поля рабочей зоны с апертурой ускорительной камеры. В таких случаях следует для расчета профиля пользоваться уравнением (4), как более точным.

Кривые рис. 4 показывают влияние ү на величину отклонения показатёля поля от расчетного при приближенном расчете профиля полюсных наконечников.

На расстоянии  $\Delta r = \frac{2}{3} (r_0 - r_c)$  от радиуса  $r_0$  отклонение n от расчет-

ного  $n_0 = \frac{2}{3}$  составит: при  $\gamma = 1.74 - 11.4\%$ , при  $\gamma = 1.44 - 7.8\%$ , при  $\gamma = 1.25 - 4.5\%$ .

Допуская отклонение показателя поля от расчетного вблизи в нутренней стенки ускорительной камеры не более 5%, следует рекомендовать при расчете профиля полюсных наконечников электромагнита бетатрона пользоваться только уравнением (4), когда  $\gamma > 1,5$ .

Если  $\gamma = 1,5 \div 1,3$ , можно пользоваться уравнениями (6-7). При  $\gamma < 1,3$  пригодно и уравнение (14).

Казалось бы, при расчете профиля для надежности лучше всего пользоваться более точным уравнением (4), но для упрощенного профиля с прямой линией (*pq*) значительно легче, а следовательно, и дешевле изготовить штамп для полюсных пластин. Поэтому следует стремиться по возможности для полюсных наконечников применять упрощенный профиль.

Описанные методы расчета профиля полюсных наконечников использовались нами при проектировании нескольких различных конструкций электромагнитов индукционных ускорительных установок. Результаты испытания изготовленных установок показали полную пригодность этих методов для практических расчетов.

-----