

УДК 622.279:681.5
DOI: 10.18799/24131830/2025/3/4657
Шифр специальности ВАК: 2.8.4

Обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта и его применение для оптимизации режимов эксплуатации скважин

В.А. Толпаев, К.С. Ахмедов✉

Северо-Кавказский федеральный университет, Россия, г. Ставрополь

✉K_Akhmedov@stv.vniigaz.gazprom.ru

Аннотация. *Актуальность* обусловлена необходимостью повышения точности и надежности прогноза продуктивности газовых и газоконденсатных скважин при перспективном планировании работы газодобывающих предприятий. Для повышения точности и надежности расчетов прогнозных дебитов необходимо учитывать изменения фильтрационно-емкостных свойств пласта в призабойных зонах, вызванных меняющимися со временем значениями пластового давления и депрессии. *Цель.* Определение уравнений реальных индикаторных кривых притока флюида к газовой скважине, учитывающих зависимость фильтрационно-емкостных свойств пласта в призабойных зонах от меняющихся значений пластового давления и депрессии. Для достижения поставленной цели авторы применяют рабочую гипотезу о том, что, во-первых, в скрытом виде все физические закономерности фильтрации газа к скважине содержатся в накопленной за время эксплуатации скважины отчетной геолого-промысловой документации. Во-вторых, уравнения всех реальных индикаторных кривых можно аппроксимировать предложенным авторами статьи обобщенным уравнением Роулинса–Шеллхардта. По результатам обработки реальных геолого-промысловых данных ряда скважин был обнаружен новый эффект, показывающий, что реальные индикаторные кривые, в отличие от классических теоретических ситуаций, могут описываться немонотонными зависимостями дебита от депрессии. Обнаруженный новый эффект имеет важное теоретическое и практическое значение для нефтегазовой отрасли. *Объекты.* Уравнения притоков газа к скважинам, аппроксимируемые в виде обобщенного уравнения Роулинса–Шеллхардта. *Методы.* Методы интерполяции и аппроксимации промысловых данных, численное интегрирование, методы математического моделирования, корреляционный и регрессионный анализы, метод наименьших квадратов. *Результаты.* Для реальных индикаторных кривых, описывающих, в отличие от классических законов фильтрации, в том числе и немонотонные зависимости дебита от депрессии, построена аппроксимационная модель в виде предложенного обобщенного уравнения Роулинса–Шеллхардта. Эта модель открывает новый подход к прогнозированию дебитов газовых скважин, позволяет повысить эффективность газодобычи и содействует устойчивому развитию энергетического сектора. Например, значительно упрощает процесс планирования геолого-технических мероприятий и оптимизирует разработку газовых месторождений.

Ключевые слова: газ, скважина, проницаемость, геолого-промысловые данные, уравнение притока, пластовое давление, забойное давление, депрессия, дебит, прогнозный дебит

Для цитирования: Толпаев В.А., Ахмедов К.С. Обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта и его применение для оптимизации режимов эксплуатации скважин // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2025. – Т. 336. – № 3. – С. 26–37. DOI: 10.18799/24131830/2025/3/4657

UDC 622.279:681.5
DOI: 10.18799/24131830/2025/3/4657

Generalized Rowlin–Shellhardt equation and its application for optimization of well operation modes

V.A. Tolpaev, K.S. Akhmedov✉

North Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation

✉K_Akhmedov@stv.vniigaz.gazprom.ru

Abstract. Relevance. The need to improve the accuracy and reliability of forecasting the productivity of gas and gas condensate wells in the long-term planning of gas production enterprises. To improve the accuracy and reliability of calculations of forecast flow rates, it is necessary to take into account changes in the filtration and capacitance properties of the formation in bottom-hole zones caused by the values of reservoir pressure and depression changing over time. **Aim.** To determine the equations of real indicator curves of fluid inflow to a gas well, taking into account the dependence of the reservoir filtration and capacitance properties in bottom-hole zones on changing values of reservoir pressure and depression. To achieve this aim, the authors apply the working hypothesis that, firstly, in a hidden form, all the physical patterns of gas filtration to the well are contained in the accounting geological and field documentation accumulated during the operation of the well. Secondly, the equations of all real indicator curves can be approximated by the generalized Rawlins–Shellhardt equation proposed by the authors. Based on the results of processing real geological and field data from a number of wells, a new effect was discovered, showing that real indicator curves, unlike classical theoretical situations, can be described by non-monotonic dependences of flow rate on depression. The discovered new effect has important theoretical and practical significance for the oil and gas industry. **Objects.** Equations of gas inflows to wells, approximated in the form of a generalized Rawlins–Shellhardt equation. **Methods.** Methods of interpolation and approximation of field data, numerical integration, mathematical modeling methods, correlation and regression analyses, least squares method. **Results.** For real indicator curves describing, in contrast to classical filtration laws, including non-monotonic dependences of the flow rate on depression, an approximation model is constructed in the form of the proposed generalized Rawlins–Shellhardt equation. This model opens up a new approach to forecasting the flow rates of gas wells, improves the efficiency of gas production and contributes to the sustainable development of the energy sector. For example, it greatly simplifies planning of geological and technical measures and optimizes the development of gas fields.

Keywords: gas, well, permeability, geological and field data, inflow equation, reservoir pressure, bottomhole pressure, draw-down, production rate, predicted production rate

For citation: Tolpaev V.A., Akhmedov K.S. Generalized Rowlins–Shellhardt equation and its application for optimization of well operation modes. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2025, vol. 336, no. 3, pp. 26–37. DOI: 10.18799/24131830/2025/3/4657

Введение

Для эффективного среднесрочного (до 3 лет) и долгосрочного (5–10 лет) планирования деятельности газодобывающих компаний важно уметь заранее оценивать предполагаемые дебиты скважин при различных технологических режимах их работы. Точные прогнозы дебитов необходимы для анализа потенциальных объемов извлекаемого газа, продолжительности эксплуатации месторождений, а также для определения оптимального количества рабочих скважин и других ключевых параметров. Помимо этого, разработка программ геолого-технических мероприятий (ГТМ) с учетом технико-экономической эффективности и обоснование необходимости их проведения требуют расчетов прогнозируемых показателей продуктивности скважин. Таким образом, создание и совершенствование методик для расчета прогнозных дебитов скважин, а также соответствующего программного обеспечения представляют собой актуальную задачу, имеющую большое практическое значение для газовой отрасли.

В рамках данной статьи предлагается новый подход к прогнозированию дебитов газовых скважин при изменяющихся давлениях и депрессиях на пласт, которые в общем случае влияют на фильтрационно-емкостные свойства (ФЕС) коллектора. Авторы, чтобы получить достоверную информацию о фильтрации в пласте, строили по заданным исходным промысловым данным аппроксимации индикаторных кривых притока газа к скважине с позиций классических законов фильтрации. В результате первичного

анализа промысловых данных на конкретном примере показано, что монотонные индикаторные кривые притока газа к скважине с позиций классических законов фильтрации не могут описать такой сравнительно недавно обнаруженный факт, как возможное падение дебита при увеличении депрессии, приводящий к немонотонным индикаторным кривым. Для того чтобы учесть эффект возможного падения дебита с ростом депрессии, авторы применяют предложенное ими обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта, которое учитывает особенности фильтрации с немонотонными индикаторными кривыми и позволяет рассчитывать прогнозные дебиты скважин.

Разработанный алгоритм расчета прогнозных дебитов учитывает изменения фильтрационных свойств пласта при варьирующихся давлениях. Этот подход имеет практическую значимость, поскольку он позволяет оптимизировать планирование работы газодобывающих предприятий, помогает оценить объемы извлекаемого газа и выбрать оптимальные режимы эксплуатации скважин, что способствует улучшению эффективности добычи природного газа и оптимизации использования газовых ресурсов.

Нормированные безразмерные исходные промысловые данные скважин

Для расчета прогнозных дебитов скважин вместо физических размерных величин: дебита $Q(t)$, тыс. м³/сут и накопленного объема добытого газа $V(t)$, млн м³, при нормальных атмосферных услови-

ях будем применять безразмерные переменные $q = \frac{Q}{Q_0}$ и $x = \frac{V}{V_0}$, где Q_0 и V_0 – выбранные базисные единицы измерения дебита и накопленного отобранного объема газа.

Связь друг с другом безразмерных переменных q и x устанавливается с помощью уравнения [1]

$$x(t) = x_{\text{нач}} + \delta \int_{t_0}^t q(t) dt, \quad (1)$$

где $\delta = \frac{0,03Q_0}{V_0}$ и $x_{\text{нач}} = \frac{V(t_0)}{V_0} = \frac{V_{\text{нач}}}{V_0}$. Из формулы (1) вытекает применяемое в расчетах дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = \delta q(t). \quad (2)$$

В приводимом далее тестовом примере для выбранной конкретной скважины N в качестве Q_0 взяли максимальное на этапе истории значение дебита, а

именно $Q_0=284,52$ тыс. м³/сут. В качестве V_0 взяли накопленный объем добытого скважиной газа на протяжении всего этапа истории: $V_0=197,6784$ млн м³. В качестве базисной величины пластового давления $p_{\text{пл}_0}$ взяли максимальное в зоне дренирования скважины значение: $p_{\text{пл}_0}=139,84$ атм, которое было зафиксировано в начале этапа истории. Для выбранных базисных величин коэффициент

$$\delta = \frac{0,03Q_0}{V_0} = 0,0432 \text{ мес}^{-1}. \text{ В табл. 1 приводятся}$$

нормированные безразмерные исходные данные для скважины N , составленные с выбранными базисными переменными по ежемесячным эксплуатационным рапортам и ежеквартальным технологическим режимам газодобывающего предприятия.

Для масштабной единицы времени t в табл. 1 применяем устоявшуюся в нефтегазовой отрасли единицу 1 мес = 720 ч. Таким образом, текущее время t представляет собой номер рабочего месяца с момента начала эксплуатации скважины.

Таблица 1. Нормированные безразмерные исходные данные для скважины N , составленные по ежемесячным эксплуатационным рапортам и ежеквартальным технологическим режимам газодобывающего предприятия

Table 1. Normalized dimensionless initial data for well N , compiled from monthly production reports and quarterly technological regimes of a gas production enterprise

Дата Date	Номер месяца t , мес Month number t , months	Пластовый газ, нормированный ср. сут дебит, q Reservoir gas, normalized average daily flow rate, q	Нормированный накопленный объем $x(t)$ Normalized accumu- lated volume $x(t)$	$P_{\text{пластовое}}$, атм $P_{\text{reservoir}}$, atm	$P_{\text{забойное}}$, атм $P_{\text{bottomhole}}$, atm	Нормированная квадратичная депрессия z Normalized quad- ratic depression z
1	2	3	4	5	6	7
Исходные промысловые данные: «Время – дебит – пластовое и забойное давления» (t , $\delta_{\text{час}}$, Q , $p_{\text{пл}}$, $p_{\text{заб}}$) Initial field data: "Time – flow rate – reservoir and bottomhole pressure", (t , δ_{hour} , Q , p_{resc} , p_{bot})						$Z(t)$
01.01.2006	1	0,9702547	0,0418943	139,84	112,64	0,368641
01.02.2006	2	0,8187905	0,0772485	139,18	113,04	0,36206
01.03.2006	3	0,912743	0,1166595	138,52	113,44	0,355601
01.04.2006	4	0,9038015	0,1556844	137,85	113,84	0,349262
01.05.2006	5	0,9354518	0,1960759	137,19	114,25	0,34304
01.06.2006	6	0,9936594	0,2389807	136,51	111,67	0,336933
01.07.2006	7	0,804591	0,2737218	135,82	109,10	0,330938
01.08.2006	8	0,8816587	0,3117906	135,14	106,52	0,325054
01.09.2006	9	0,7937374	0,3460631	134,45	106,51	0,319278
01.10.2006	10	0,9845281	0,3885737	133,77	106,49	0,313608
01.11.2006	11	0,9447166	0,4293652	133,08	106,48	0,308042
01.12.2006	12	1	0,4725438	132,40	104,59	0,302578
01.01.2007	13	0,953869	0,5137306	131,72	102,70	0,297214
01.02.2007	14	0,9045924	0,5527896	131,03	100,81	0,291947
01.03.2007	15	0,8509644	0,5895331	130,37	100,63	0,286777
01.04.2007	16	0,8323926	0,6254746	129,71	100,44	0,281701
01.05.2007	17	0,7159	0,6563862	129,04	100,26	0,276718
01.06.2007	18	0,8295808	0,6922063	128,42	102,29	0,271825
01.07.2007	19	0,6447089	0,720044	127,80	104,31	0,26702
01.08.2007	20	0,7133377	0,7508449	127,17	106,34	0,262303
01.09.2007	21	0,6903197	0,7806519	126,49	105,62	0,257671
01.10.2007	22	0,5020104	0,8023281	125,80	104,91	0,253123
01.11.2007	23	0,6190302	0,8290569	125,12	104,20	0,248657
01.12.2007	24	0,6476789	0,8570228	124,44	104,68	0,244271
01.01.2008	25	0,7536905	0,8895661	123,76	105,16	0,239964
01.10.2008	34	0,8598673	0,926694	117,61	109,46	0,235735
01.11.2008	35	0,8853702	0,964923	116,92	109,94	0,231581
01.12.2008	36	0,8123691	1	116,24	110,42	0,227502

В 7 столбце табл. 1 приведены значения безразмерной нормированной квадратичной депрессии

$$z(t) = \frac{p_{пл}^2(t) - p_{заб}^2(t)}{p_{пл,0}^2}.$$

Расчет прогнозных дебитов скважины и выбор оптимальных режимов эксплуатации начинаем с первоначального анализа исходных промысловых данных.

Первичный анализ исходных промысловых данных

Для установления уравнения притока газа к забою скважины и выбора её оптимального эксплуатационного режима строятся графики, называемые индикаторными кривыми (ИК), зависимости дебита скважины от разности квадратов пластового и забойного давлений [2]. В обозначениях табл. 1 ИК – это графики зависимости $q=q(z)$, которые дают достоверную информацию о закономерностях фильтрации в пласте. Такие графики могут быть получены по результатам корректной интерпретации накопленных геолого-промысловых данных, получаемых на протяжении нескольких (не менее 3–5) лет и представленных по образцу табл. 1.

На рис. 1 по исходным данным табл. 1 приведена динамика изменения во времени дебита скважины и депрессии на пласт на этапе истории.

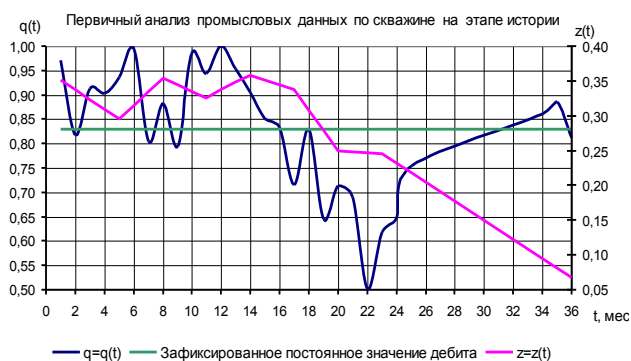


Рис. 1. Динамика изменения дебита скважины и депрессии на пласт на этапе истории

Fig. 1. Observed changes in well flow rate and drawdown time at the stage of history

Из представленных графиков следует:

- Во-первых, из классических решений [2] задач о фильтрации газа к скважине следует, что дебит q должен пропорционально увеличиваться с увеличением депрессии z . В то же время на рис. 1 есть участки, где дебит растет, а депрессия на пласт падает. И наоборот, есть участки, где дебит падает, а депрессия на пласт растет.
- Во-вторых, одно и то же зафиксированное значение дебита, судя по графикам, в разные мо-

менты времени достигается при разных депрессиях на пласт.

Если упорядочить выборку данных (q, z) во 2 и 7 столбце табл. 1 в порядке возрастания квадратичной депрессии z , получим индикаторную кривую по исходным промысловым данным. По классическим представлениям решений задач фильтрации газа к скважине график $q=q(z)$, приведенный на рис. 2, должен выглядеть как график монотонно возрастающей функции. Но из рис. 2 видно, что это не так. Есть участки, где с ростом депрессии дебит падает.

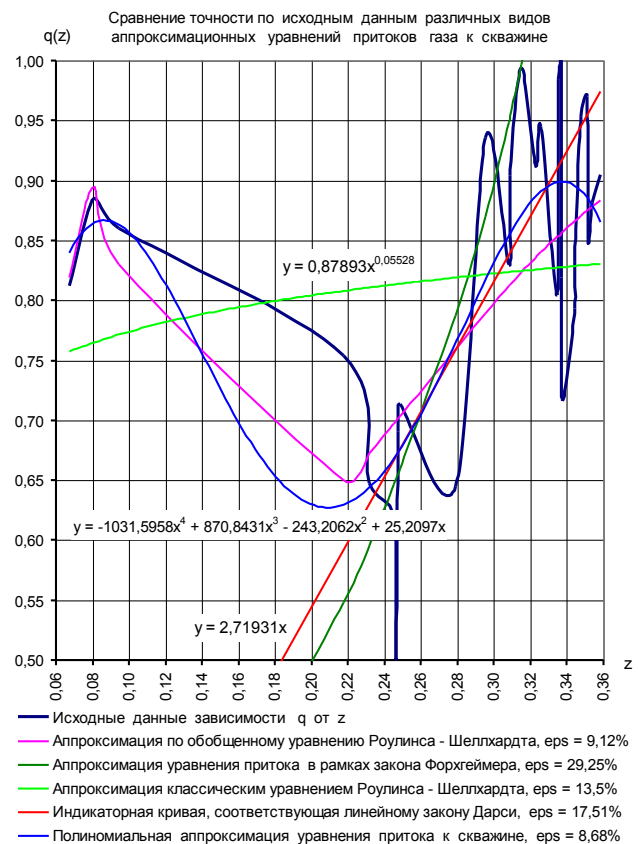


Рис. 2. Графики индикаторных кривых для различных вариантов аппроксимации уравнения притока газа к скважине. $\text{eps, \%}$ – среднее значение относительных расхождений с промысловыми данными расчетов дебитов по аппроксимационным уравнениям притоков

Fig. 2. Graphs of indicator curves for various options for approximating the equation of gas inflow to the well. $\text{eps, \%}$ – the average value of the relative discrepancies with the field data of the calculation of flow rates according to the approximation equations of inflows

Чтобы определить, какому из классических законов фильтрации подчиняется приток газа к скважине N , авторы на рис. 2 строили по заданным исходным промысловым данным графики индикаторных кривых.

торных кривых в предположении, что фильтрация подчиняется либо закону Дарси, либо закону Форхгеймера [2], либо классическому уравнению Роулинса–Шеллхардта [3]. Однако, как видно из графиков рис. 2, аппроксимации промысловой индикаторной кривой с позиций классических законов фильтрации Дарси, Форхгеймера, Роулинса–Шеллхардта монотонными кривыми приводят к явному несоответствию исходной промысловой кривой и к большим погрешностям оценки дебитов даже на этапе истории.

Для того чтобы повысить качество аппроксимации промысловых данных как на рис. 2, так и в других аналогичных ситуациях, авторы делают вывод, что индикаторные кривые притока газа к скважине могут быть не только монотонными, но и немонотонными. Только так можно объяснить, почему дебит скважины, судя по промысловой индикаторной кривой на рис. 2, может падать с ростом депрессии на пласт.

Объяснение обнаруженных фактов, почему дебит скважины может падать с ростом депрессии на пласт, дают научные публикации, в которых описываются исследования о влиянии напряженно-деформированного состояния горных пород на фильтрационный процесс и дебит скважин [4, 5].

В экспериментальных и теоретических исследованиях в [6] доказано, что на дебит скважин, работающих в горных породах, большое влияние оказывают действующие в породе напряжения, изменения которых могут приводить как к увеличению проницаемости, так и к ее уменьшению. Поэтому исследования о влиянии напряженно-деформированного состояния горных пород на фильтрационный процесс и дебит скважин, начатые с 1999 г., продолжают в настоящее время многими отечественными и зарубежными авторами. В [7] изучалось влияние напряженно-деформированного состояния призабойных зон пласта (ПЗП) на дебит скважин баженовской свиты. В [4–6] проводились теоретические и экспериментальные исследования о влиянии деформаций терригенного коллектора в процессе снижения забойного и пластового давления на проницаемость ПЗП и на продуктивность скважины. В [5] разработана математическая модель влияния на продуктивность скважины напряженно-деформированного состояния ПЗП при щелевой перфорации эксплуатационной колонны в терригенном коллекторе. Здесь также выявляется зависимость проницаемости от эффективных напряжений, действующих в ПЗП, что снова подтверждает возможность падения проницаемости с ростом депрессии. В [8, 9] разработаны прокси-модели при прогнозировании параметров разработки скважин нефтяных залежей, а в [10, 11] – методы выбора оптимальных режимов работы нефтяных скважин. В [12] исследовались

методы оптимизации работы скважин с учетом влияния на их продуктивность напряженно-деформированного состояния ПЗП на месторождении НГДУ «Доссормунайгаз».

Исследования в области геомеханического моделирования уплотнения коллектора и снижения проницаемости, вызванного уплотнением, проводились в работах [13–16].

В [17] изучено влияние геомеханического фактора на продуктивность нефтяных скважин при вскрытии призабойной зоны щелевой перфорацией и влияние щелевой перфорации на снижение пористости и проницаемости коллектора в ПЗП. В [18] на примере геотермального водохранилища Мальм на юге Германии описана чувствительность пористости и проницаемости к напряжениям породы в ПЗП при изменении гидростатического напряжения для различных типов карбонатных пород. В [9] выполнены исследования чувствительности сети многогрупповых фильтрационных трещин в нефтяных пластах к изменению забойного давления. В [19] исследовались изменения пористости и проницаемости ПЗП, вызванные перфорацией обсадной трубы скважины, работающей в зоне уплотнения песчаного коллектора. В [20] проводилось сравнение различных моделей проницаемости при техногенном уплотнении песчаного коллектора.

Краткий обзор приведенных научных публикаций о влиянии напряженно-деформированного состояния горных пород на фильтрационный процесс и дебит скважин позволяет сделать следующие выводы.

Плотные крепко сцементированные мелкозернистые песчаники, аргиллиты, доломиты и т. п. деформируются под действием приложенных напряжений упруго. Их проницаемость по мере роста напряжений уменьшается, но обратимо. Для скважин, пробуренных в таких породах, влияние напряжений на фильтрационные характеристики пласта не велико и может не учитываться при выборе режимов работы скважины. Индикаторные кривые для скважин в таких породах имеют монотонно возрастающий с ростом депрессии характер.

Мелко- и среднезернистые песчаники с небольшим содержанием глины, алевролиты и известняки при небольших депрессиях деформируются упруго, их проницаемость при этом незначительно уменьшается. При достижении депрессией определенной величины проницаемость таких пород значительно уменьшается (на десятки процентов и даже в разы), что приводит к снижению дебита скважины. При дальнейшем увеличении депрессии такая порода начинает растрескиваться и разрушаться, что сопровождается резким увеличением ее проницаемости даже по сравнению с первоначальным значением и росту дебита скважины.

В глинисто-песчаных коллекторах с большим содержанием глины уже незначительные депрессии вызывают резкое падение проницаемости и, как следствие, падение дебита скважины.

Для скважин, пробуренных в мелко- и среднезернистых песчаниках с небольшим содержанием глины, алевролитах и известняках, а также в глинисто-песчаных коллекторах с большим содержанием глины, под действием возникающих в ПЗП касательных напряжений проницаемость ПЗП снижается. Это, в свою очередь, может приводить к значительному падению дебита даже при увеличении депрессии на забое в окрестности открытого либо перфорированного ствола скважины. Так, при освоении скважины №7197 Сыморьяхского месторождения ООО «ЛУКОЙЛ-Западная Сибирь» [6] последовательно создавались депрессии 30, 60 и 90 атм, и после каждой депрессии рассчитывалась продуктивность скважины. После создания на забое депрессии 60 атм продуктивность скважины упала примерно в полтора раза по сравнению с продуктивностью, определенной при депрессии 30 атм. Когда депрессию довели до 90 атм, продуктивность скважины значительно выросла и после освоения превысила первоначальную при 30 атм в четыре раза.

Таким образом, представленные в обзоре научных публикаций теоретические и экспериментальные исследования позволяют сделать вывод о том, что индикаторные кривые скважин могут представлять собой графики положительных (дебит добывающей скважины не может быть отрицательным) немонотонных функций. В настоящей статье предлагается возможный вариант построения по исходным накопленным геолого-промысловым данным немонотонной индикаторной кривой и её применение для расчета прогнозных дебитов скважины.

Обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта

Для построения немонотонной индикаторной кривой авторы предлагают обобщение классического уравнения Роулинса–Шеллхардта. На рис. 2 представлен вид немонотонной индикаторной кривой, построенной по обобщенному классическому уравнению Роулинса–Шеллхардта. По сравнению с монотонными индикаторными кривыми, построенными по классическим уравнениям фильтрации (Дарси, Форхгеймер, классическое уравнение Роулинса–Шеллхардта), немонотонная индикаторная кривая, построенная по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта, точнее описывает свойства исходных промысловых данных. Конечно, можно было бы попытаться немонотонные индикаторные кривые строить с помощью полиномиальной аппроксимации. На этом пути, на этапе истории удаётся, как видно из графиков на рис. 2, повысить

точность аппроксимации промысловых данных. Но за пределами этапа истории, в области расчета прогнозных дебитов, появляются отрицательные значения прогнозных дебитов, что указывает на неприемлемость применения полиномиальной аппроксимации. Именно поэтому для построения немонотонных индикаторных кривых рекомендуется применять предлагаемое авторами обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта:

$$q(z) = Az^{c_1+c_2(\ln z)+c_3(\ln z)^2+c_4(\ln z)^3+\dots+c_n(\ln z)^{n-1}}. \quad (3)$$

В частном случае из уравнения (3), когда $c_2=c_3=\dots=c_n=0$, вытекает известное уравнение Роулинса–Шеллхардта $q(z)=Az^{c_1}$. Поэтому уравнение (3) будем называть обобщенным уравнением Роулинса–Шеллхардта.

Если воспользоваться методом логарифмирования

$$\begin{aligned} \ln q(z) &= \ln A + \\ &+ [c_1 + c_2(\ln z) + c_3(\ln z)^2 + \dots + c_n(\ln z)^{n-1}] \cdot \ln z = \\ &= \ln A + c_1 \ln z + c_2(\ln z)^2 + c_3(\ln z)^3 + \dots + c_n(\ln z)^n, \end{aligned} \quad (4)$$

все коэффициенты $\ln A, c_2, c_3, \dots, c_n$ в уравнении (3) можно будет найти методом наименьших квадратов [21].

Для расчета коэффициентов уравнения (3) по исходным данным в табл. 1 предварительно в среде MSExcel [21] строился график зависимости $\ln q(z)$ от $\ln z$, приведенный на рис. 3. Затем для графика зависимости $\ln q(z)$ от $\ln z$ средствами MSExcel строились линии тренда 3, 4 и 5 степеней. Когда линии тренда предыдущей и следующей линии практически совпадут, построение линий тренда прекращается. Для рассматриваемого тестового примера с исходными промысловыми данными скважины N такой линией тренда оказалась полиномиальная линия 5-й степени, приведенной с выводом на печать её уравнения на рис. 3.

В табл. 2 перечислены найденные с помощью полиномиального тренда 5 степени коэффициенты уравнения (4).

Таблица 2. Коэффициенты уравнения

Table 2. Equation coefficients

$\ln A$	A	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
-0,0562	0,94535	1,5418	5,185	5,9325	2,6291	0,3954

Далее с помощью найденных коэффициентов $\ln A, c_2, c_3, \dots, c_5$ по уравнению (3) построили немонотонную индикаторную кривую, представленную на рис. 4.



Рис. 3. Расчет коэффициентов уравнения (4)
Fig. 3. Calculation of the coefficients of equation (4)

Для наглядной оценки точности расчетов прогнозных дебитов скважины N по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта с помощью уравнения (3) рассчитали их теоретические значения и сравнили с наблюдавшимися промысловыми данными. Результаты этих расчетов в координатах (z, q) представлены в виде графиков на рис. 4, а на этапе истории – в координатах (t, q) на рис. 5.

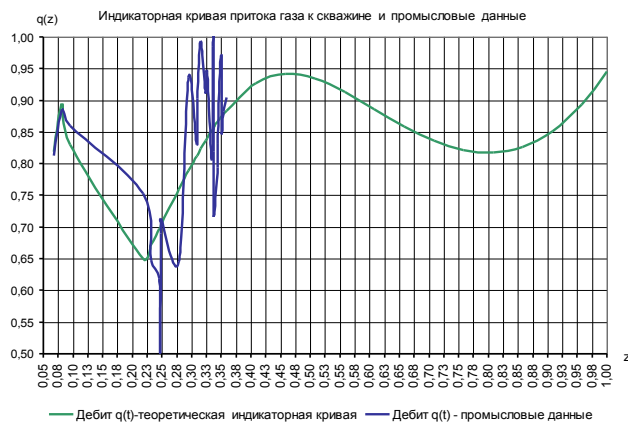


Рис. 4. Немонотонная индикаторная кривая, построенная по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта

Fig. 4. Non-monotonic indicator curve constructed according to the generalized Rawlinс–Shellhardt equation

Сравнение с исходными данными показало, что в среднем на этапе истории относительная ошибка расчетов дебитов по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта составила 9,12%. Полиномиальная аппроксимация позволяет на этапе истории повысить точность до 6,67%. Но обобщенное уравнение позволяет делать прогнозные расчеты за пределами этапа истории, а полиномиальная аппроксимация в силу особенностей экстраполирования нет.



Рис. 5. Восстановление истории работы скважины по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта

Fig. 5. Recovery of the well operation history using the generalized Rawlinс–Shellhardt equation

Для подтверждения достоверности применения предложенного обобщенного уравнения Роулинса–Шеллхардта к описанию притока газа к скважине авторы также проанализировали на этапе истории корреляционное поле, отражающее тесноту связи модельных дебитов по Роулинсу–Шеллхардту (ось Y) и промысловых значений дебитов (ось X). Пользуясь функцией `MSExcel KOPPEL (массив1; массив2)` [21], где в качестве `массив1` выбирались промысловые значения дебитов, а в качестве `массива2` – модельные дебиты по Роулинсу–Шеллхардту, был вычислен коэффициент корреляции Пирсона [22] модельных дебитов с наблюдаемыми промысловыми значениями. Коэффициент корреляции r_{xy} , количественно отражающий тот факт, что изменчивость одного признака Y находится в согласованном соответствии с изменчивостью другого X , оказался равным значению $r_{xy}=0,585703$. Согласно принятой в [22] общей классификации корреляционных связей связь считается:

- *сильной, или тесной*, при коэффициенте корреляции $|r_{xy}| \geq 0,70$;
- *средней* при $0,50 \leq |r_{xy}| \leq 0,70$;
- *умеренной* при $0,30 \leq |r_{xy}| < 0,49$;
- *слабой* при $0,20 \leq |r_{xy}| < 0,29$;
- *очень слабой* при $|r_{xy}| < 0,19$.

Вычисленное значение $r_{xy}=0,585703$ коэффициента корреляции позволяет сделать вывод о средней силе корреляционной связи рассчитываемых дебитов скважины N по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта с наблюдаемыми промысловыми значениями дебитов этой скважины. Заметим, что на точность расчетов дебитов скважин по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта

большое влияние оказывает качество предоставляемых исходных данных. Из рис. 1 было видно, что изменения во времени дебита скважины и депрессии на пласт, на этапе истории имеют большое «зашумление», так как есть много участков, на которых наблюдается спонтанное несоответствие между изменениями дебитов и депрессии. Именно это для данной конкретной скважины N обусловило относительную ошибку расчетов дебитов в 9,12 % и значение коэффициента корреляции $r_{xy}=0,585703$. Тем не менее, на примере скважины N сопоставление фактических и модельных значений дебитов позволяет сделать вывод о работоспособности обобщенного уравнения Роулинса–Шеллхардта при расчетах прогнозных дебитов скважин.

Применение обобщенного уравнения Роулинса–Шеллхардта для расчета прогнозных дебитов скважины

В качестве примера применения обобщенного уравнения Роулинса–Шеллхардта проведем расчеты прогнозных дебитов скважины N для трех разных режимов её эксплуатации с тремя разными постоянными депрессиями. Первый режим эксплуатации с депрессией $D=30$ атм, второй – с депрессией $D=25$ атм, и третий – с депрессией $D=20$ атм. Алгоритм расчета прогнозных дебитов газовых скважин по обобщенному уравнению Роулинса–Шеллхардта точно такой же, как и по степенной аппроксимационной математической модели Роулинса–Шеллхардта [1]. Разница лишь в том, что вместо классического уравнения Роулинса–Шеллхардта в расчетах применяется обобщенное уравнение (3). Именно поэтому далее все промежуточные детали расчетов будут опускаться и приводиться лишь окончательные результаты в табличном и графическом виде.

Расчеты прогнозных дебитов начинаем с определения по исходным данным в столбцах 4 и 5 табл. 1 уравнения для расчета пластового давления по накопленному объему извлеченного газа. Такое уравнение в виде уравнения линии тренда приведено на рис. 6.

Затем выбираем конкретный отрезок значений $0 \leq x \leq x_{\text{прпн}} \approx 2,1$. Этот отрезок разбиваем равномерно распределенными точками деления на несколько частей. В табл. 3 равномерно распределенные по отрезку $0 \leq x \leq x_{\text{прпн}} \approx 2,1$ точки деления x_i занесены в 1 столбец.

В каждой точке деления x_i по формуле уравнения для расчета пластового давления, приведенного на рис. 6, вычисляем прогнозные значения пластового давления и заносим результаты в столбец 2 табл. 3.

По вычисленному пластовому давлению и заданным депрессиям вычисляем забойные давления, занесенные в столбцы 3–5.

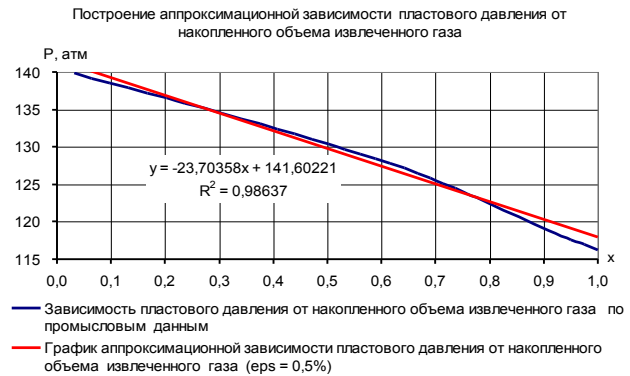


Рис. 6. Определение по исходным данным этапа истории уравнения зависимости пластового давления в зоне дренирования от накопленного объема извлеченного газа

Fig. 6. Determination of the equation for the dependence of reservoir pressure in the drainage zone on the accumulated volume of extracted gas based on the initial data of the stage of history

По значениям пластового и забойного давлений вычисляются квадратичные депрессии z_1 , z_2 и z_3 , а по ним по уравнению (3) с коэффициентами из табл. 2 – прогнозные дебиты q_1 , q_2 и q_3 . Последние в табл. 3 перечислены в столбцах 6–8 соответственно.

По вычисленным прогнозным дебитам в координатах (x, q) (табл. 3, столбец 1, 6–8) находим уравнения подходящих линий трендов для прогнозных дебитов $q=q(x)$.

На рис. 7 такие уравнения прогнозных дебитов $q=q(x)$ приведены.

Обнаружилось, что общим является то, что для всех рассматриваемых эксплуатационных режимов уравнения прогнозных дебитов $q(x)$ имеют общий вид

$$q(x) = a - bx \quad (5)$$

и отличаются только коэффициентами. Поэтому из дифференциального уравнения (2) для расчета времени t , в которое прогнозный дебит принимает значение $q(x)$, получаем формулу

$$\tau = t - t_1 = \frac{1}{\delta} \int_{x_1}^x \frac{dx}{q(x)} = \frac{1}{\delta} \int_{x_1}^x \frac{dx}{a - bx} = \frac{1}{\omega} \ln \left(\frac{a - bx_1}{a - bx} \right), \quad (6)$$

где $\omega = \delta b$.

Далее из уравнения (6) находим явную зависимость извлекаемых объемов газа $x=x(t)$ от времени t :

$$x = x_{\text{прпн}}(\tau) = \frac{a}{b} - \left(\frac{a}{b} - x_1 \right) e^{-\omega \tau}. \quad (7)$$

Далее по формуле находим (2) аналитическое выражение зависимости прогнозного дебита от времени:

$$q_{\text{прн}}(t) = \frac{1}{\delta} = \frac{dx_{\text{прн}}(t)}{dt} = (a - bx_1)e^{-\omega t}. \quad (8)$$

По формуле (6) были рассчитаны времена прогнозных дебитов, занесенные в столбцы 9–11 в табл. 3.

По формулам (7), (8) были построены показанные на рис. 8 графики прогнозных дебитов скважины и прогнозных объемов извлекаемого ею газа для эксплуатации в режиме трех разных постоянных депрессий. Выбор на практике конкретного режима эксплуатации будет осуществляться по результатам технико-экономического анализа построенных графиков.

Таблица 3. Результаты расчетов прогнозных дебитов для режимов эксплуатации скважины с тремя разными постоянными депрессиями

Table 3. Calculation results of forecast flow rates for well operation modes with three different constant drawdowns

x	p_пл(x) p_res(x)	p_заб1(x) p_bot1(x)	p_заб2(x) p_bot2(x)	p_заб3(x) p_bot3(x)	q=q1(x)	q=q2(x)	q=q3(x)	t1	t2	t3
	atm/atm							mec/month		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1,05	116,71	86,71	91,71	96,71	0,82	0,74	0,65	37,64	37,83	38,08
1,1	115,53	85,53	90,53	95,53	0,81	0,73	0,65	39,30	39,68	40,17
1,15	114,34	84,34	89,34	94,34	0,81	0,73	0,64	40,97	41,54	42,27
1,2	113,16	83,16	88,16	93,16	0,80	0,72	0,64	42,65	43,41	44,37
1,25	111,97	81,97	86,97	91,97	0,79	0,71	0,64	44,35	45,30	46,48
1,3	110,79	80,79	85,79	90,79	0,79	0,71	0,63	46,06	47,20	48,60
1,35	109,60	79,60	84,60	89,60	0,78	0,70	0,63	47,79	49,11	50,72
1,4	108,42	78,42	83,42	88,42	0,77	0,70	0,63	49,53	51,04	52,86
1,45	107,23	77,23	82,23	87,23	0,77	0,69	0,62	51,29	52,99	55,00
1,5	106,05	76,05	81,05	86,05	0,76	0,69	0,62	53,06	54,94	57,15
1,55	104,86	74,86	79,86	84,86	0,75	0,68	0,62	54,85	56,92	59,31
1,6	103,68	73,68	78,68	83,68	0,75	0,68	0,62	56,65	58,90	61,47
1,65	102,49	72,49	77,49	82,49	0,74	0,67	0,61	58,47	60,91	63,64
1,7	101,31	71,31	76,31	81,31	0,73	0,67	0,61	60,31	62,93	65,82
1,75	100,12	70,12	75,12	80,12	0,73	0,66	0,61	62,17	64,96	68,01
1,8	98,94	68,94	73,94	78,94	0,72	0,66	0,61	64,04	67,01	70,21
1,85	97,75	67,75	72,75	77,75	0,71	0,65	0,61	65,93	69,08	72,41
1,9	96,57	66,57	71,57	76,57	0,71	0,65	0,61	67,83	71,16	74,63
1,95	95,38	65,38	70,38	75,38	0,70	0,64	0,61	69,76	73,26	76,85
2	94,20	64,20	69,20	74,20	0,69	0,64	0,61	71,70	75,38	79,08
2,05	93,01	63,01	68,01	73,01	0,69	0,63	0,60	73,66	77,51	81,32
2,1	91,82	61,82	66,82	71,82	0,68	0,63	0,60	75,65	79,67	83,56
1,05	116,71	86,71	91,71	96,71	0,82	0,74	0,65	37,64	37,83	38,08
1,1	115,53	85,53	90,53	95,53	0,81	0,73	0,65	39,30	39,68	40,17
1,15	114,34	84,34	89,34	94,34	0,81	0,73	0,64	40,97	41,54	42,27
1,2	113,16	83,16	88,16	93,16	0,80	0,72	0,64	42,65	43,41	44,37
1,25	111,97	81,97	86,97	91,97	0,79	0,71	0,64	44,35	45,30	46,48
1,3	110,79	80,79	85,79	90,79	0,79	0,71	0,63	46,06	47,20	48,60
1,35	109,60	79,60	84,60	89,60	0,78	0,70	0,63	47,79	49,11	50,72
1,4	108,42	78,42	83,42	88,42	0,77	0,70	0,63	49,53	51,04	52,86
1,45	107,23	77,23	82,23	87,23	0,77	0,69	0,62	51,29	52,99	55,00
1,5	106,05	76,05	81,05	86,05	0,76	0,69	0,62	53,06	54,94	57,15
1,55	104,86	74,86	79,86	84,86	0,75	0,68	0,62	54,85	56,92	59,31
1,6	103,68	73,68	78,68	83,68	0,75	0,68	0,62	56,65	58,90	61,47
1,65	102,49	72,49	77,49	82,49	0,74	0,67	0,61	58,47	60,91	63,64
1,7	101,31	71,31	76,31	81,31	0,73	0,67	0,61	60,31	62,93	65,82
1,75	100,12	70,12	75,12	80,12	0,73	0,66	0,61	62,17	64,96	68,01
1,8	98,94	68,94	73,94	78,94	0,72	0,66	0,61	64,04	67,01	70,21
1,85	97,75	67,75	72,75	77,75	0,71	0,65	0,61	65,93	69,08	72,41
1,9	96,57	66,57	71,57	76,57	0,71	0,65	0,61	67,83	71,16	74,63
1,95	95,38	65,38	70,38	75,38	0,70	0,64	0,61	69,76	73,26	76,85
2	94,20	64,20	69,20	74,20	0,69	0,64	0,61	71,70	75,38	79,08
2,05	93,01	63,01	68,01	73,01	0,69	0,63	0,60	73,66	77,51	81,32
2,1	91,82	61,82	66,82	71,82	0,68	0,63	0,60	75,65	79,67	83,56

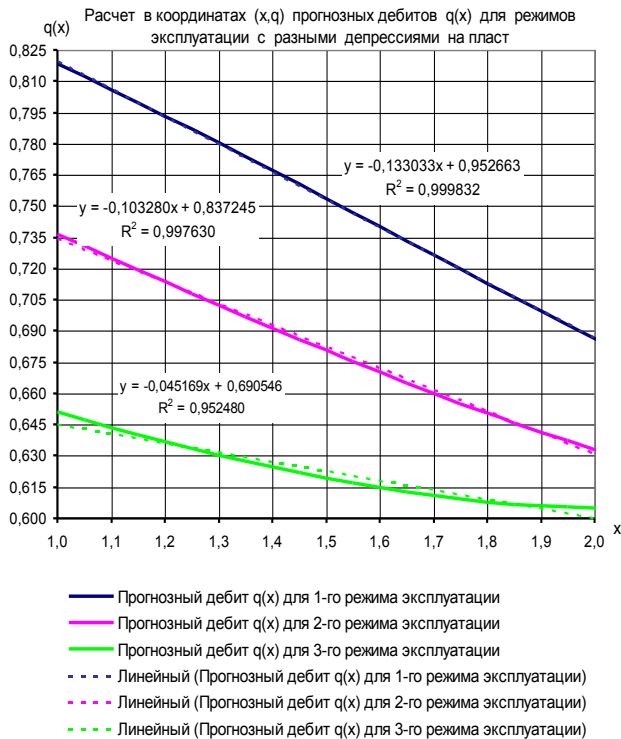


Рис. 7. Определение уравнений прогнозных дебитов в координатах (x, q) по данным табл. 3 в столбцах 1, 6–8

Fig. 7. Determination of the equations of predicted flow rates in coordinates according to Table 3 in columns 1, 6–8

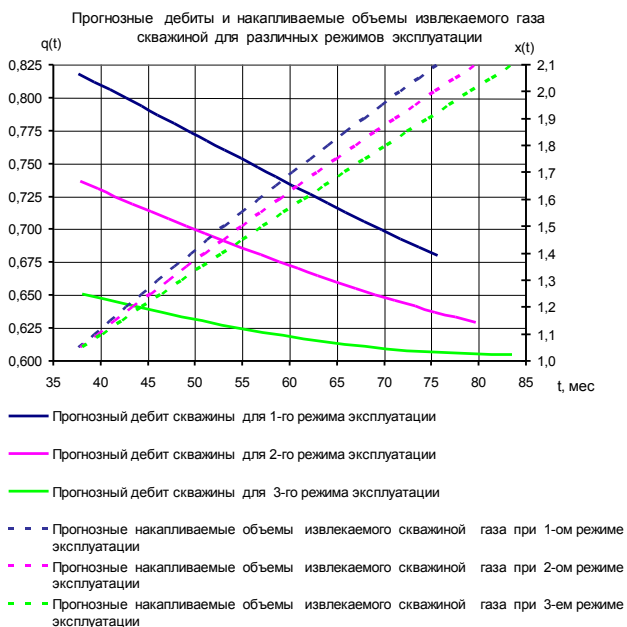


Рис. 8. Графики прогнозных дебитов скважины и прогнозных объемов извлекаемого газа для эксплуатации в режиме трех разных постоянных депрессий

Fig. 8. Plots of predicted well flow rates and predicted volumes of recoverable gas for operation in the mode of three different constant drawdowns

Заключение

Теоретическая значимость статьи в том, что в ней впервые предложено общее эмпирическое уравнение притока газа к скважинам – обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта. Впервые предложен алгоритм расчета коэффициентов этого уравнения по накопленным на этапе истории отчетным геолого-промысловым данным. На приведенном примере доказано, что в отличие от стандартных классических ситуаций, когда индикаторная кривая притока газа к скважине носит монотонный характер, обобщенное уравнение Роулинса–Шеллхардта может описывать качественно новые особенности притока газа к скважине, когда индикаторная кривая немонотонна. Последнее особенно важно для газодобывающей практики, так как современные экспериментальные исследования о влиянии напряженно-деформированного состояния горных пород на фильтрационный процесс и дебит скважин показывают, что индикаторные кривые действительно могут быть немонотонными.

Практическая значимость статьи в том, что в ней впервые предложены теоретические основы перспективного планирования объемов добычи скважинами газодобывающего предприятия природного газа на 5–7 лет вперед, как для классических ситуаций с монотонными индикаторными кривыми, так и для принципиально новых ситуаций с немонотонными индикаторными кривыми.

Впервые на конкретном примере представлен расчет прогнозных дебитов скважины по заданным исходным геолого-промысловым данным, накопленным на этапе истории, для разных технологических режимов эксплуатации. Этот подход принципиально отличается от предложенных ранее другими авторами методов расчета прогнозных дебитов, основанных на применении временных рядов, не учитывающих возможность изменения ФЕС пластов от депрессии.

Предложенный подход расчета прогнозных дебитов скважин имеет потенциал для дальнейшего развития и автоматизации, так как значительно упростит процесс планирования геолого-технических мероприятий и оптимизации разработки газовых месторождений.

Дальнейшие исследования могут быть направлены на учет других факторов, влияющих на дебиты скважин, таких как геологические особенности пласта и структурные параметры. Это позволит улучшить точность прогнозирования и адаптировать методику к конкретным геологическим условиям.

В целом предложенный подход к прогнозированию дебитов газовых скважин при изменяющихся давлениях в пласте имеет широкий потенциал для применения в газодобывающей отрасли. Он обеспечивает более надежные и точные прогнозы дебитов, что способствует оптимизации процессов добычи и увеличению эффективности использования газовых ресурсов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Толпаев В.А., Ахмедов К.С. Теоретические основы планирования объемов добычи газа скважинами газодобывающего предприятия // НТЖ «Строительство нефтяных и газовых скважин на суше и на море». – 2023. – № 4 (364). – С. 49–56. DOI: 10.33285/0130-3872-2023-4(364)-49-56.
2. Басниев К.С., Дмитриев Н.М., Розенберг Г.Д. Нефтегазовая гидромеханика. – М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 544 с.
3. Rawlins E.L., Schellhardt Am.A. Back pressure data on natural gas wells and their application to production practices. – USA: United States Bureau of Mines US BUREAU OF MINES, 1935. – Vol. 7. – 210 p.
4. Попов С.Н., Чернышов С.Е., Гладких Е.А. Влияние деформаций терригенного коллектора в процессе снижения забойного и пластового давления на изменение проницаемости и продуктивности скважины // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2022. – Т. 333. – № 9. – С. 148–157.
5. Попов С.Н., Чернышов С.Е. Численное моделирование неоднородного напряженно-деформированного состояния и прогноз изменения проницаемости при скважинной зоне при создании шелевой перфорации в терригенном коллекторе // Актуальные проблемы нефти и газа. – Вып. 4 (31). DOI: 10.29222/irng.2078-5712.2020-31.art3.
6. Карев В.И. Влияние напряженно-деформированного состояния горных пород на фильтрационный процесс и дебит скважин: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – СПб, 2010. – 34 с.
7. Прогнозирование работы скважин баженской свиты на основе модифицированной модели динамического материального баланса / И.В. Байков, О.Ю. Кашников, Р.И. Гатин, А.В. Ханов, М.Ю. Данько // ПРОНЕФТЬ. Профессионально о нефти. – 2021. – № 6 (4). DOI: 10.51890/2587-7399-2021-6-4-106-115.
8. Применение прокси-моделей при прогнозировании параметров разработки нефтяных залежей / Ж.Т. Жетруов, К.Н. Шаяхмет, К.К. Карсыбаев, А.М. Булакбай, С.Б. Кулжанова // Вестник нефтегазовой отрасли Казахстана. – 2022. – Т. 4. – № 2. DOI: 10.54859/kjogi.202242.
9. Simulation of the pressure-sensitive seepage fracture network in oil reservoirs with multi-group fractures / Y. Feng, Y. Liu, J. Chen, X. Mao // Fluid Dynamics & Material Processing. – 2022. – Vol. 18. – № 2. – P. 395–415. DOI: 10.32604/fdmp.2022.018141.
10. Оптимизация режимов работы нефтяных скважин / С.П. Абдурахманова, Н.А. Ахмедова, Э.Н. Юсупходжаева, Н.У. Ботирова // Экономика и социум. – 2022. – № 12 (103)-2. – С. 687. DOI: 18581/2020.
11. Турбаков М.С., Мордвинов В.А. Анализ и оптимизация технологических режимов работы добывающих скважин с целью повышения эффективности их эксплуатации // Вестник ПНИПУ. Геология. Нефтегазовое и горное дело. – 2005. – № 6. – С. 77–81.
12. Досказиева Г.Ш., Куангалиев З.А., Имангалиева Г.Е. Оптимизация работы скважин на месторождениях НГДУ «Доссормунгаз» // Universum: технические науки: электрон. научн. журн. – 2020. – № 3.1 (72.1). DOI:10.32743/UniTech.2020.72.1.3.1.
13. Settari A., Walters D.A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction // SPE Reservoir Simulation Symposium: Proceedings. – Houston, 1999. – P. 1–13. DOI: 10.2118/51927-MS.
14. Compaction-induced porosity/permeability reduction in sandstone reservoirs: data and model for elasticity-dominated deformation / P.M.T.M. Schutjens, T.H. Hansen, M.H.H. Hettema, J. Merour, P. de Bree, J.W.A. Coremans, G. Helliesen // SPE Reservoir evaluation & engineering. – 2004. – Vol. 7 (03). – P. 202–216. DOI: 10.2118/71337-MS.
15. Zoback M.D. Reservoir geomechanics. – Cambridge, U.K.: Cambridge University press, 2007. – 505 p.
16. Petroleum related rock mechanics / E. Fjear, R.M. Holt, P. Horsrud, A.M. Raaen, R. Risnes. – Amsterdam: Elsevier, 2008. – 492 p.
17. Chernyshov S.E., Popov S.N. The influence of geomechanical factors on the oil well productivity and the bottom-hole zone permeability of reservoir exposed by slotted perforation // Processes in GeoMedia. Vol. III. – Cham: Springer Geology, 2021. – P. 167–182. DOI: 10.1007/978-3-030-69040-3.
18. Stress sensitivity of porosity and permeability under varying hydrostatic stress conditions for different carbonate rock types of the geothermal Malm reservoir in southern Germany / D. Bohnsack, M. Potten, S. Freitag, F. Einsiedl, K. Zosseder // Geothermal Energy. – 2021. DOI: 10.1186/s40517-021-00197-w.
19. Research on the damage of porosity and permeability due to perforation on sandstone in the compaction zone / S. Xue, X. Zhu, L. Zhang, S. Zhu, G. Ye, X. Fan // CMC. – 2016. – Vol. 51. – № 1. – P. 21–42. DOI: 10.3970/cmc.2016.051.021.
20. To T., Chang C. Comparison of different permeability models for production-induced compaction in sandstone reservoir // The journal of engineering geology. – 2019. – Vol. 29. – № 4. – P. 367–381. DOI: 10.9720/kseg.2019.4.367.
21. Гарнаев А.Ю. MSExcel 2002: разработка приложений. – СПб.: БХВ-Петербург, 2004. – 768 с.
22. Математическая статистика / В.Б. Горяинов, И.В. Павлов, Г.М. Цветков и др. / под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001. – 424 с.

Информация об авторах

Курбан Сapiжyллаевич Ахмедов, доктор технических наук, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений Северо-Кавказского федерального университета, Россия, 355035, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 16; K_Akhmedov@stv.vniigaz.gazprom.ru; <https://orcid.org/0000-0002-2909-8203>

Владимир Александрович Толпаев, доктор физико-математических наук, профессор кафедры разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений Северо-Кавказского федерального университета, Россия, 355035, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 16; V_Tolpaev@stv.vniigaz.gazprom.ru; <https://orcid.org/0000-0001-5937-0151>

Поступила в редакцию: 17.04.2024

Поступила после рецензирования: 10.06.2024

Принята к публикации: 24.01.2025

REFERENCES

1. Tolpaev V.A., Akhmedov K.S. Theoretical foundations for planning gas production volumes from wells of a gas production enterprise. *NTZh "Construction of oil and gas wells on land and at sea"*, 2023, no. 4 (364), pp. 49–56. (In Russ.) DOI: 10.33285/0130-3872-2023-4(364)-49-56.
2. Basniev K.S., Dmitriev N.M., Rosenberg G.D. *Oil and gas hydromechanics*. Moscow, Izhevsk, Institute of Computer Research Publ., 2005. 544 p. (In Russ.)
3. Rawlins E.L., Schellhardt Am.A. *Back pressure data on natural gas wells and their application to production practices*. USA, United States Bureau of Mines US BUREAU OF MINES, 1935. Vol. 7, 210 p.
4. Popov S.N., Chernyshov S.E., Gladkikh E.A. The influence of deformations of a terrigenous reservoir in the process of reducing bottomhole and reservoir pressure on the change in permeability and productivity of a well. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*, 2022, vol. 333, no. 9, pp. 148–157. (In Russ.)
5. Popov S.N., Chernyshov S.E. Numerical modeling of a non-uniform stress-strain state and forecast of changes in the permeability of the near-well zone when creating slot perforation in a terrigenous reservoir. *Current problems of oil and gas*, 2020, vol. 4 (31). (In Russ.) DOI: 10.29222/ipng.2078-5712.2020-31.art3.
6. Karev V.I. *The influence of the stress-strain state of rocks on the filtration process and well flow rate*. Cand. Dis. St. Petersburg, 2010. 34 p. (In Russ.)
7. Baykov I.V., Kashnikov O.Yu., Gatin R.I., Khanov A.V., Danko M.Yu. Forecasting the performance of wells in the Bazhenov formation based on a modified dynamic material balance model. *PRONEFT. Professionally about oil*, 2021, no. 6 (4): (In Russ.) DOI: 10.51890/2587-7399-2021-6-4-106-115.
8. Zhetsuov Zh.T., Shayakhmet K.N., Karsybaev K.K., Bulakbay A.M., Kulzhanova S.B. Application of proxy models in forecasting parameters for the development of oil deposits. *Bulletin of the oil and gas industry of Kazakhstan*, 2022, vol. 4, no. 2. (In Russ.) DOI: 10.54859/kjogi.202242.
9. Feng Y., Liu Y., Chen J., Mao X. Simulation of the pressure-sensitive seepage fracture network in oil reservoirs with multi-group fractures. *Fluid Dynamics & Material Processing*, 2022, vol. 18, no. 2, pp. 395–415. DOI: 10.32604/fdmp.2022.018141.
10. Abdurakhmanova S.P., Akhmedova N.A., Yusupkhodzhaeva E.N., Botirova N.U. Optimization of operating modes of oil wells. *Economy and Society*, 2022, no. 12 (103)-2, pp. 687. (In Russ.) DOI: 18581/2020.
11. Turbakov M.S., Mordvinov V.A. Analysis and optimization of technological operating modes of production wells in order to increase the efficiency of their operation. *Bulletin of PNIPU. Geology. Oil and gas and mining*, 2005, no. 6, pp. 77–81. (In Russ.)
12. Doskazieva G.Sh., Kuangaliyev Z.A., Imangalieva G.E. Optimization of well operation at the fields of NGDU "Dossormunaigas". *Universum: technical sciences: electron. scientific journal*, 2020, no. 3.1 (72.1). (In Russ.) DOI: 10.32743/UniTech.2020.72.1.3.1.
13. Settari A., Walters D.A. Advances in coupled geomechanical and reservoir modeling with applications to reservoir compaction. *SPE Reservoir Simulation Symposium: Proceedings*. Houston, 1999. pp. 1–13. DOI: 10.2118/51927-MS.
14. Schutjens P.M.T.M., Hansen T.H., Hettema M.H.H., Merour J., De Bree P., Coremans J.W.A., Helliesen G. Compaction-Induced porosity/permeability reduction in sandstone reservoirs: data and model for elasticity-dominated deformation. *SPE Reservoir evaluation & engineering*, 2004, vol. 7 (03), pp. 202–216. DOI: 10.2118/71337-MS.
15. Zoback M.D. *Reservoir geomechanics*. Cambridge, Cambridge University press, 2007. 505 p.
16. Fjear E., Holt R.M., Horsrud P., Raaen A.M., Risnes R. *Petroleum related rock mechanics*. Amsterdam, Elsevier, 2008. 492 p.
17. Chernyshov S.E., Popov S.N. The influence of geomechanical factors on the oil well productivity and the bottom-hole zone permeability of reservoir exposed by slotted perforation. *Processes in GeoMedia. Vol. III. Cham, Springer Geology*, 2021, pp. 167–182. DOI: 10.1007/978-3-030-69040-3.
18. Bohnsack D., Potten M., Freitag S., Einsiedl F., Zosseder K. Stress sensitivity of porosity and permeability under varying hydrostatic stress conditions for different carbonate rock types of the geothermal Malm reservoir in southern Germany. *Geothermal Energy*, 2021, DOI: 10.1186/s40517-021-00197-w
19. Xue S., Zhu X., Zhang L., Zhu S., Ye G., Fan X. Research on the damage of porosity and permeability due to perforation on sandstone in the compaction zone. *CMC*, 2016, vol. 51, no. 1, pp. 21–42. DOI: 10.3970/cmc.2016.051.021.
20. To T., Chang C. Comparison of different permeability models for production-induced compaction in sandstone reservoir. *The journal of engineering geology*, 2019, vol. 29, no. 4, pp. 367–381. DOI: 10.9720/kseg.2019.4.367.
21. Garnaev A.Yu. *MS Excel 2002: application development*. St. Petersburg, BHV-Petersburg Publ., 2004. 768 p. (In Russ.)
22. Goryainov V.B., Pavlov I.V., Tsvetkov G.M. *Mathematical statistics*. Eds. V.S. Zarubin, A.P. Krishchenko. Moscow, Bauman Moscow State Technical University Publ. House, 2001. 424 p. (In Russ.)

Information about the authors

Kurban S. Akhmedov, Dr. Sc., Professor, North Caucasus Federal University, 16, Kulakov avenue, Stavropol, 355035, Russian Federation; K_Akhmedov@stv.vniigaz.gazprom.ru; <https://orcid.org/0000-0002-2909-8203>

Vladimir A. Tolpaev, Dr. Sc., Professor, North Caucasus Federal University, 16, Kulakov avenue, Stavropol, 355035, Russian Federation; V_Tolpaev@stv.vniigaz.gazprom.ru; <https://orcid.org/0000-0001-5937-0151>

Received: 17.04.2024

Revised: 10.06.2024

Accepted: 24.01.2025