

## ВЛИЯНИЕ РАДИАЛЬНОЙ ФАЗОВОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НА КОНФИГУРАЦИЮ МАГНИТНОГО ПОЛЯ В УСКОРИТЕЛЯХ

И. Г. ЛЕЩЕНКО

(Представлено научным семинаром физико-технического факультета)

Для обеспечения надлежащей радиальной и аксиальной фокусировки заряженных частиц в ускорителях типа бетатрон и синхротрон необходимо, чтобы магнитное поле в зоне ускорения спадало по радиусу обратно пропорционально величине  $r^n$ .

Значение  $n$  определяется, как известно, соотношением

$$n = - \frac{r \cdot dH_z}{H_z \cdot dr}, \quad (1)$$

справедливым в любой точке магнитного поля как для амплитудного, так и для мгновенного значений напряженности магнитного поля.

Действительно, мгновенное значение напряженности магнитного поля в какой-либо точке междуполюсного пространства при синусоидальном его изменении без учета сдвига по фазе по отношению к радиусу равновесной орбиты  $r_0$

$$H_t = H_m \cdot \sin \omega t = H_{om} \cdot e^{\int_{r_0}^r \frac{n}{r} dr} \sin \omega t, \quad (2)$$

где  $H_m = f(H_{om})$  получено из выражения (1).

Если уравнение (2) продифференцировать по радиусу и полученное уравнение разделить на уравнение (2), то найдем

$$n = - \frac{r}{H_t} \cdot \frac{dH_t}{dr}. \quad (3)$$

Это значение показателя спада напряженности магнитного поля (без учета влияния радиальной фазовой неоднородности) в дальнейшем будем обозначать через  $n_r$ .

Однако в течение процесса ускорения электронов величина  $n$  может меняться и в значительных пределах. Причинами этого является наличие различных неоднородностей магнитного поля и насыщение полюсных накопителей в сильных магнитных полях. Вполне очевидно, что при наличии неоднородностей магнитного поля, вызванных неравномерно распределен-

ными потерями в электромагните от вихревых токов и потерями на гистерезис, выражение для показателя спадания должно быть таким, которое учитывало бы эти фазовые неоднородности.

С учетом радиальной фазовой неоднородности, при непрерывном питании электромагнита переменным синусоидальным напряжением, выражение для мгновенного значения напряженности магнитного поля можно представить как:

$$H_t = H_{ом} \cdot e^{-\int_{r_0}^r \frac{n_c}{r} dr} \cdot \sin(\omega t - \varphi), \quad (4)$$

где  $\varphi$  — угол сдвига фазы потока на каком-либо радиусе.

Для определения влияния радиальной фазовой неоднородности магнитного поля на его конфигурацию, т. е. на величину  $n$ , в любой момент времени, в различных точках зоны ускорения электронов, из выражения (4) найдем мгновенное значение показателя спадания магнитного поля.

После дифференцирования выражения (4) по радиусу

$$\frac{dH_t}{dr} = -H_{ом} \cdot e^{-\int_{r_0}^r \frac{n_c}{r} dr} \cdot \left( \frac{n_c}{r} \cdot \sin(\omega t - \varphi) + \cos(\omega t - \varphi) \frac{d\varphi}{dr} \right)$$

и деления на уравнение (4) получим:

$$\frac{dH_t}{H_t \cdot dr} = -n_c \cdot \frac{1}{r} - \frac{d\varphi}{\operatorname{tg}(\omega t - \varphi) dr},$$

откуда

$$n_t = n_c + \frac{r}{\operatorname{tg}(\omega t - \varphi)} \cdot \frac{d\varphi}{dr}, \quad (5)$$

или

$$n_t = n_c + n_\varphi, \quad (6)$$

где под  $n_\varphi$  следует понимать

$$n_\varphi = \frac{r}{\operatorname{tg}(\omega t - \varphi)} \cdot \frac{d\varphi}{dr}. \quad (7)$$

Судить о влиянии  $n_\varphi$  на мгновенное значение показателя спадания магнитного поля  $n_t$  в ускорителях можно при наличии экспериментально снятой зависимости  $\varphi = f(r)$ . Практически определяется значение сдвига по фазе не абсолютное, а относительно какой-либо точки, в которой также имеется сдвиг по фазе за счет потерь в электромагните.

Правильный выбор начала отсчета времени (начала координат) имеет существенное значение.

Как известно, в индукционных ускорителях момент инжекции электронов в ускорительную камеру зависит от напряжения на инжекторе и от соответствующей ему напряженности магнитного поля на равновесной орбите ( $H_{i0}$ ), а при наличии сдвига по фазе учитывается и абсолютное значение сдвига по фазе потока на орбите.

Из известных выражений

$$H_{i0} = \frac{3,46 \sqrt{U_i}}{r_0} \quad \text{и} \quad H_{i0} = H_{ом} \cdot \sin \omega t_i \quad (8)$$

для фазы инжекции, не превышающей четырех электрических градусов, когда  $\sin \omega t_i = \omega t_i$ , значение  $t_i$  определяется, как

$$t_i = \frac{3,46 \sqrt{U_i}}{\omega \cdot r_0 \cdot H_{om}}. \quad (9)$$

Заменяя в знаменателе

$$\omega = 2\pi f \quad \text{и} \quad r_0 H_{om} = \frac{A}{300 \sin \alpha},$$

получим:

$$t_i \approx \frac{150 \sqrt{U_i}}{f \cdot A}, \quad (10)$$

где  $U_i$  — напряжение на инжекторе в вольтах,  
 $r_0$  — радиус равновесной орбиты в см,  
 $f$  — частота изменения магнитного поля в гц,  
 $A$  — максимальная энергия ускоренных частиц (электронов) в Мэв,  
 $\alpha$  — фаза сброса частиц с равновесной орбиты ( $65^\circ - 85^\circ$ ).

При наличии сдвига по фазе на равновесной орбите необходимая напряженность магнитного поля в момент инжекции, соответствующая напряжению на инжекторе, может быть выражена в виде:

$$H_{i0} = H_{om} \cdot \sin(\omega t - \varphi_0), \quad (11)$$

где  $\omega t - \varphi_0$  — фаза инжекции, которая должна удовлетворять условиям (8) и (10), т. е.

$$\omega t_i = \omega t - \varphi_0.$$

Таким образом, выражение (7) для  $n_\varphi$  на радиусе равновесной орбиты может быть представлено, как:

$$n_\varphi = \frac{r_0}{\text{tg } \omega t_i} \cdot \frac{d\varphi_0}{dr_0}, \quad (12)$$

т. е. на радиусе равновесной орбиты и азимуте, где располагается инжектор, следует относительный сдвиг по фазе считать равным нулю.

Итак, временное начало координат соответствует точке, лежащей на кривой  $\varphi = f(r)$  на радиусе равновесной орбиты.

При выводе уравнения (5) был рассмотрен общий случай сдвига по фазе без учета знаков в каждом конкретном случае.

Аналогично показателю спадания магнитного поля  $n_c$  (без учета фазовой неоднородности) знак „плюс“ перед  $n_\varphi$  берется на участке, где  $\varphi$  увеличивается в сторону отставания по фазе с ростом радиуса, и знак „минус“, где сдвиг по фазе уменьшается.

Знак перед  $\varphi$  в знаменателе выражения (7) соответствует знаку сдвига, при отстающем поле „—“, при опережающем „+“.

Для обычных напряжений на электронной пушке (30—60 кВ) при  $f = 50$  гц для ускорителей на энергию от единиц до сотен Мэв и выше фаза инжекции изменяется в пределах от десятков до единиц микросекунд, что соответствует менее 1—2 электрических градусов. Сдвиг по фазе обычно еще меньше фазы инжекции ( $\omega t_i$ ), поэтому выражение (7), как для малых углов с погрешностью менее 0,1%, можно заменить другим:

$$n_\varphi = \frac{r}{\omega t - \varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dr}. \quad (13)$$

1) Подобное выражение можно получить из уравнения (4), учитывая, что  $\sin(\omega t - \varphi) = \omega t - \varphi$  для углов менее четырех электрических градусов с погрешностью менее 0,1%.

Как известно из условия колебаний электронов в начале ускорения в бетатронном режиме за счет азимутальной фазовой неоднородности магнитного поля,  $\varphi$  допускаются меньше  $0,1 \omega t_i$  [3], поэтому для последующего анализа уравнение (14) может быть представлено в виде

$$n_t = n_c + \frac{r}{\omega t_i} \cdot \frac{d\varphi}{dr}. \quad (14)$$

Для выражения

$$n_{\varphi i} = \frac{r}{\omega t_i} \cdot \frac{d\varphi}{dr}$$

легко заметить, что при одних и тех же сдвигах по фазе  $d\varphi/dr$  и напряжениях на инжекторе,  $n_{\varphi i}$  увеличивается пропорционально квадрату радиуса равновесной орбиты

$$n_{\varphi i} = \frac{r_0}{3,46 \sqrt{U_i}} \cdot \frac{d\varphi}{dr} = \frac{H_0 r_0^2}{3,46 \sqrt{U_i}} \cdot \frac{d\varphi}{dr} \approx r_0^2, \quad (15)$$

где  $n_{\varphi i}$  — значение  $n_{\varphi}$  в момент инжекции.

Для ускорителей с небольшими радиусами равновесной орбиты, когда впуск электронов в ускорительную камеру происходит при  $t = t_i$ , которое обычно равно (из уравнения 10) нескольким десяткам микросекунд, и при  $d\varphi \ll \omega t_i$ , значение  $n_{\varphi}$  очень близко к нулю.

В этом случае  $n_{\varphi}$  может не учитываться при настройке и запуске ускорителей. Практически это бетатроны и синхротроны до 25 Мэв ( $n_{\varphi} < 0,1 n_c$ ).

Когда вопрос о конфигурации магнитного поля касается ускорителей с большими радиусами, величина  $n_{\varphi}$  может оказаться весьма значительной, на много превышающей статическое (необходимое) значение показателя спадания магнитного поля  $n_c$ .

При отстающих значениях сдвига по фазе ( $-\varphi$ ), когда разность  $\omega t - \varphi$  стремится к нулю,  $n_{\varphi}$  стремится к бесконечности и, следовательно, полностью нарушается необходимая картина распределения магнитного поля в зоне ускорения. Указанное изменение поля в большей степени касается области радиусов у наружного обода полюсов, где сдвиг по фазе значительно больше, чем на  $r_0$ .

Экспериментально влияние радиальной фазовой неоднородности на конфигурацию магнитного поля нами было определено для бетатрона с радиусом  $r_0 = 50$  см [9].

Зависимость  $n_c = f(r)$  (рис. 1) была получена измерением показателя спадания магнитного поля прибором  $n$ -метром, который практически почти не учитывает  $n_{\varphi}$  [8].

Для определения  $n_{\varphi}$  была измерена микрофазометром радиальная фазовая неоднородность на том же азимуте (рис. 2).

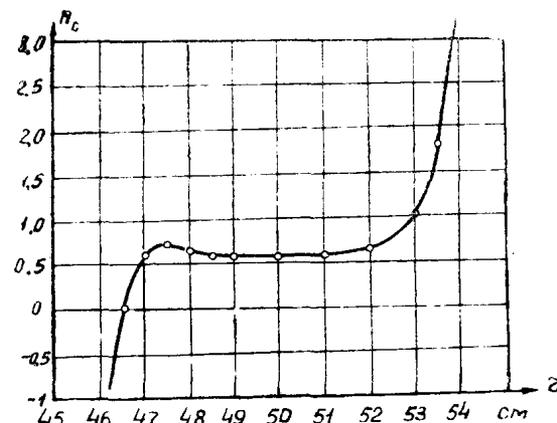


Рис. 1

Из полученной кривой  $\varphi = f(r)$ , подобно определению  $n_r$  графоаналитическим методом, подсчитывалось значение  $n_\varphi$  на радиусах от 47 до 53 см для разных моментов времени от начала ускорения по выражению

$$n_\varphi = \frac{r}{(t - \varphi)} \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta r} \quad (16)$$

полученному из (13) при переходе к конечным приращениям  $d\varphi$  и  $dr$ .

Поскольку сдвиг по фазе микрофазометром измеряется в микросекундах, фаза  $\omega t$  в уравнении (13) также принята в микросекундах.

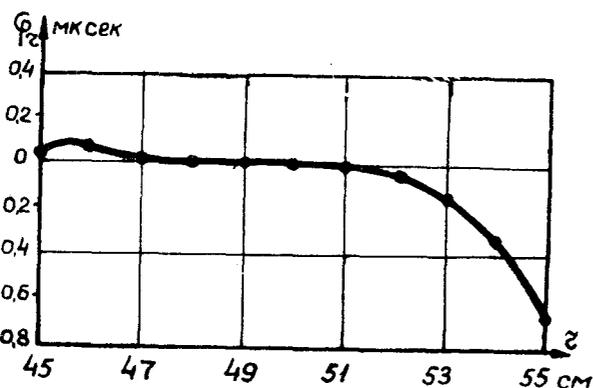


Рис. 2

Результаты определения  $n_t = f(r, t)$  подтверждены экспериментально и представлены на рис. 3. Такое распределение магнитного поля в зазоре между полюсного пространства в начале ускорения приводит к значительному сокращению рабочей области между полюсами.

Теоретические и экспериментальные данные позволяют утверждать о весьма серьезном влиянии радиальной фазовой неоднородности на изменение конфигурации магнитного поля в начальный момент ускорения частиц.

Сооружение и запуск ускорителей на большие энергии (сотни и тысячи Мэв) при наличии даже незначительной фазовой неоднородности по радиусу всегда будет нуждаться в исправлении топографии магнитного поля в начальный момент ускорения.

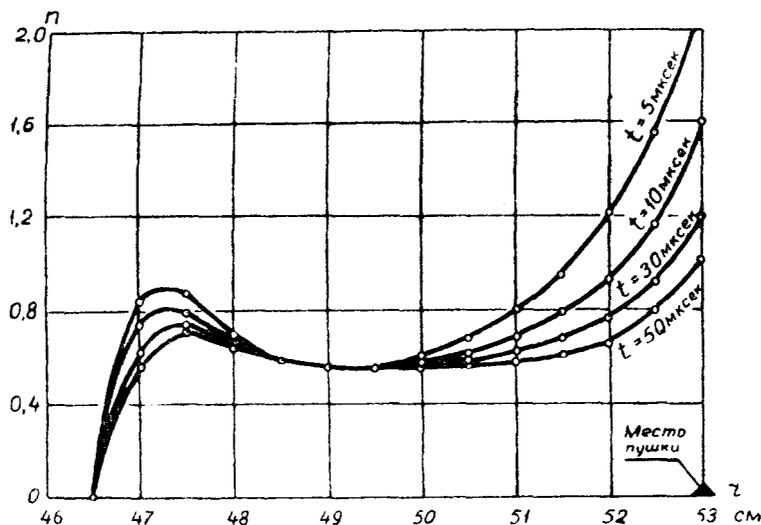


Рис. 3

Для ослабления влияния радиальной фазовой неоднородности на конфигурацию магнитного поля необходимо:

- 1) применять повышение напряжения на электронной пушке, поскольку  $t_i$  пропорционально  $\sqrt{U_i}$ ;
- 2) переходить к пониженной частоте питания электромагнита, так как  $t_i$  обратно пропорционально частоте  $f$  (уравнение 10);

3) снижать величину фазовой неоднородности за счет правильного выбора конструкции и технологии изготовления электромагнита.

О влиянии радиальной фазовой неоднородности на процесс ускорения частиц кратко сообщалось в иностранной литературе.

Имеется сообщение [4] о вредном действии вихревых токов в плоской модели 3500 Мэв протонного синхротрона на магнитное поле зазора. Вихревые токи в 12,7 мм пластинах, из которых собрана модель, влияют на конфигурацию поля в течение первых 30 мсек, в то время, как ускорение протонов должно продолжаться 1 сек, при этом, по мере увеличения радиуса,  $n$  возрастает.

Приведена кривая  $n_t = f(t)$ . Исправление поля проводилось concentрическими катушками, расположенными на разных радиусах в рабочей зоне междуполюсного пространства.

В 300 Мэв синхротроне Массачузетского технологического института [5] для устранения вредного действия вихревых токов над и под ускорительной камерой размещались обмотки, по девяти виткам которых пропусклся определенный ток.

В указанной литературе [4, 5] и статье [6], посвященным магнитным проблемам космотрона на 1000 Мэв, не приводится уравнений и метода определения показателя спадания магнитного поля с учетом наличия радиальной фазовой неоднородности магнитного поля.

Выведенные нами уравнения позволяют без большого труда определить динамику влияния фазовых неоднородностей на конфигурацию магнитного поля во всей области междуполюсного пространства, т. е.  $n_t = f(r, z, t)$ .

Выражение (5, 16 и др.) для определения динамики конфигурации магнитного поля справедливы в определенных границах:

а) при непрерывном режиме питания электромагнита от  $t = 0$  до  $t = t_n$ .  $t_n$  соответствует моменту, при котором начинает заметно изменяться показатель спадания магнитного поля от насыщения полюсных корректирующих зубцов;

б) при импульсном режиме питания электромагнита от  $t = t_{вх}$  до  $t = t_n$ , где  $t_{вх}$  — время установления вихревых токов в стали (время установления сдвига по фазе  $\varphi$ ).

При  $t < t_{вх}$  сдвиг по фазе  $\varphi$  является величиной, зависящей не только от радиуса, но и от времени. Практически это будет относиться к области переходных магнитных процессов, при которых  $n_t$  будет выражаться весьма сложной функцией. Кроме того, вместе с изменением конфигурации магнитного поля в зоне ускорения происходит нарушение условия 2:1 для бетатронного режима ускорения [7]. Следовательно, и с этой точки зрения нежелательно, чтобы в ускорителе, работающем на импульсах, момент инжекции ускоряемых частиц был меньше  $t_{вх}$ .

Величина времени установления вихревых токов может быть определена по выражениям, приведенным в литературе [1, 2, 7]. Так, для листовой стали марки Э41 — 0,35 с 4,6% содержанием кремния  $t_{вх} = 6 \cdot 8$  мсек. Итак, время установления вихревых токов является начальной границей рассмотрения динамики процесса изменения  $n_t$  на частных циклах. Это же время определяет необходимое минимальное напряжение на электронной пушке, например, в бетатроне на 100 Мэв напряжение на пушке должно быть не менее

$$U_i = \left( \frac{t_{вх} \cdot f \cdot A}{150} \right)^2 = \left( \frac{7 \cdot 50 \cdot 100}{150} \right)^2 \approx 55 \text{ кв.}$$

В заключение отметим, что при непрерывном питании электромагнита радиальная фазовая неоднородность, особенно на ободах магнитных полюсов, в значительной степени зависит от намагничивающих обмоток. На

частных циклах влияние намагничивающих обмоток на радиальную фазовую неоднородность снижается за счет того, что время установления вихревых токов в меди, как правило, много больше времени установления вихревых токов в стали. Поэтому аналитический расчет динамики конфигурации магнитного поля необходимо проводить при известной радиальной фазовой неоднородности магнитного поля для данного режима работы установок. При известной динамике радиальной фазовой неоднородности на частных циклах границами применимости выражений (5), (14) и др. являются  $t = 0$  и  $t = t_H$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ицхоки Я. С. Импульсная техника, Советское радио, 1949.
2. Аркадьев В. К. Электромагнитные процессы в металлах, ч. II, ОНТИ СССР, 1936.
3. Goward F. K. Effect of azimuthal inhomogeneities in the Magnetic Field of a Betatron or Synchrotron, *Proc. Phys. Soc.*, **61**, 345, 284—293, 1948.
4. Livingston M. S., Blewett I. P., Green G. K. and Haworth L. I. Design study for three-Bev Proton Accelerator, *Rev. Sci. Instr.*, **21**, 1, 7—22, 1950.
5. The 300-Mev Synchrotron at the Massachusetts Institute of Technology, *Eng.*, **191**, 4967, 440—442, 1951.
6. Blewett M. H., Eddy-Current Phenomena in the Cosmotron, *Rev. Sci. Instr.*, **24**, 9, 856—860, 1953.
7. Kerst D. W., Adams G. D., Koch H. W. and Robinson C. S., An 80-Mev Model of a 300-Mev Betatron, *Rev. Sci. Instr.*, **21**, 5, 462—480, 1950.
8. Лещенко И. Г. Методы измерения показателя спадания магнитного поля в ускорительных установках, Известия ТПИ, т. 87, 1957.
9. Лещенко И. Г. Расчет, сооружение и экспериментальное исследование электромагнита бетатрона на 100 Мэв. Диссертация, ТПИ. 1955.