

ЗАВИСИМОСТЬ ТОКА ОТ ВРЕМЕНИ ПРИ ПУСКЕ КЗ ДВИГАТЕЛЕЙ НОРМАЛЬНОГО ИСПОЛНЕНИЯ

КУЛЕЕВ И. Г.

Доцент, кандидат технических наук

Зависимость тока от времени при пуске без нагрузки

При определении зависимости тока от времени будем исходить из уравнения разбега двигателя, который при пуске без нагрузки имеет вид

$$M = -J\omega_1 \frac{ds}{dt}. \quad (1)$$

Подставляя

$$M = \frac{m_2 r_2 I_2^2}{\omega_1 s},$$

получим

$$\frac{m_2 r_2 I_2^2}{9,81 \omega_1 s} = -J\omega_1 \frac{ds}{dt}. \quad (2)$$

Зависимость s от I_2 может быть найдена следующим образом.

Из отношения пускового момента

$$M_n = \frac{m_2 r_2 I_{2n}^2}{9,81 \cdot \omega_1} \quad (3)$$

к моменту вращения на валу находим

$$\frac{M_n}{M} = \frac{I_{2n}^2 S}{I_2^2}. \quad (4)$$

Здесь I_{2n} — ток ротора при пуске.

Поделив числитель и знаменатель левой части уравнения (4) на $M_{\max}$, получим

$$\frac{M_n}{M} = \frac{\frac{M_n}{M_{\max}}}{\frac{M}{M_{\max}}}. \quad (5)$$

Заменяя $\frac{M_n}{M_{\max}}$ и $\frac{M}{M_{\max}}$ их значениями из уравнения Клосса, получим

$$\frac{M_n}{M} = \frac{S_m^2 + S^2}{(S_m^2 + 1)S}. \quad (6)$$

Подставляя значение $\frac{M_n}{M}$ в уравнение (4), получим

$$\frac{I_{2n}^2 S}{I_2^2} = \frac{S_m^2 + S^2}{(S_m^2 + 1) S}. \quad (7)$$

Уравнение (7) является квадратным уравнением вида

$$S^2[I_{2n}^2(1 + S_m^2) - I_2^2 - I_2^2 S_m^2] = 0, \quad (8)$$

откуда

$$S = \pm \frac{S_m I_2}{\sqrt{I_{2n}^2(1 + S_m^2) - I_2^2}}; \quad (9)$$

$$ds = \pm \frac{S_m dI_2 \sqrt{I_{2n}^2(1 + S_m^2) - I_2^2}}{I_{2n}^2(1 + S_m^2) - I_2^2} + \frac{S_m I_2^2 dI_2}{[I_2^2(1 + S_m^2) - I_2^2]^{3/2}} \quad (10)$$

(+ относится к моторному, — к генераторному режиму).

Приведя к общему знаменателю, найдем

$$ds = \frac{I_{2n}^2(S_m + S_m^3) dI_2}{[I_{2n}^2(1 + S_m^2) - I_2^2]^{3/2}}. \quad (11)$$

Подставляя значение S из уравнения (9) и ds из уравнения (10) в уравнение (2), найдем выражение зависимости тока от времени в виде

$$t_1 = \frac{9,81 J \omega_1 S_m^2}{m_2 r_2} \int_{I_{2n}}^{I_2} \frac{I_{2n}^2(1 + S_m^2) dI_2}{I_2 [I_{2n}^2(1 + S_m^2) - I_2^2]^2}. \quad (12)$$

Интегрирование дает

$$t = - \frac{9,81 J \omega_1^2 S_m}{2 m_2 r_2} \left[\frac{1}{\epsilon} \ln \frac{S_m^2 I_2^2}{\epsilon - I_2^2} + \frac{I_2^2 - I_{2n}^2}{I_{2n}^2 S_m (\epsilon - I_2^2)} \right], \quad (13)$$

где

$$\epsilon = I_{2n}^2(1 + S_m^2).$$

Зависимость тока от времени при пуске под нагрузкой $M_c = \text{const.}$

В этом случае уравнение моментов, действующих на вал двигателя, будет иметь вид

$$M = \frac{m_2 r_2 I_2^2}{9,81 \omega_1 S} = M_c - J \omega_1 \frac{ds}{dt}. \quad (14)$$

Заменяя в уравнении (14) s и ds их значениями из уравнений (9) и (10), получим

$$- J \omega_1 \frac{S_m \epsilon dI_2}{dt (\epsilon - I_2^2)^{3/2}} = \frac{m_2 r_2 I_2^2 \sqrt{\epsilon - I_2^2}}{9,81 \omega_1 S_m} - M_c, \quad (15)$$

откуда зависимость тока от времени

$$t = - J \omega_1^2 S_m^2 \epsilon \int_{I_{2n}}^{I_2'} \frac{dI_2}{(\epsilon - I_2^2)^{3/2} \left(\frac{r_2 I_2 m_2 \sqrt{\epsilon - I_2^2}}{9,81} - M_c \omega_1 S_m \right)} \quad (16)$$

Интегрирование дает

$$t = -\frac{J\omega_1 S_m}{M_c} \left[-\frac{I_2'}{a_1 a_2 \sqrt{\varepsilon - I_2'^2}} + \frac{I_{2n}}{a_1 a_2 \sqrt{\varepsilon - I_{2n}^2}} + \right. \\ \left. + \frac{a_1 + a_2}{a_1^2 a_2^2} \ln \frac{I_{2n} \sqrt{\varepsilon - I_2'^2}}{I_2' \sqrt{\varepsilon - I_{2n}^2}} - \frac{a_1^2 + 1}{a_1^2 (a_2 - a_1)} \ln \frac{I_{2n} (\sqrt{\varepsilon - I_2'^2} - I_2' a_1)}{I_2' (\sqrt{\varepsilon - I_{2n}^2} - I_{2n} a_1)} + \right. \\ \left. + \frac{a_2^2 + 1}{a_2^2 (a_2 - a_1)} \ln \frac{I_{2n} (\sqrt{\varepsilon - I_2'^2} - I_2' a_2)}{I_2' (\sqrt{\varepsilon - I_{2n}^2} - I_{2n} a_2)} \right], \quad (17)$$

где
$$a_{12} = \frac{H\varepsilon}{2M_c} \pm \sqrt{\left(\frac{H\varepsilon}{2M_c}\right)^2 - 1}; \quad H = \frac{m_2 r_2}{9,31 \omega_1 S_m}.$$

Зависимость тока от времени при пуске под нагрузкой

$$M_c = k' \omega_2^2$$

В этом случае уравнение моментов, действующих на вал двигателя будет иметь вид

$$\frac{m_2 r_2 I_2^2}{9,81 \omega_1 S} - k(1 - S)^2 = -J \omega_1 \frac{ds}{dt}, \quad (18)$$

где

$$k = k' \omega_1'.$$

Подставляя значения s и ds из уравнений (9,10) в уравнение (18) получим

$$\frac{m_2 r_2 I_2 \sqrt{\varepsilon - I_2^2}}{9,81 \cdot \omega_1 S_m} - k \left(1 - \frac{S_m I_2}{\sqrt{\varepsilon - I_2^2}} \right)^2 = -J \omega_1 \frac{S_m \varepsilon dI_2'}{dt (\varepsilon - I_2^2)^{3/2}},$$

откуда зависимость тока от времени

$$t = -J \omega_1 S_m \varepsilon \int_{I_{2n}}^{I_2'} \frac{dI_2}{(\varepsilon - I_2^2)^{3/2} \left[I_2 H \sqrt{\varepsilon - I_2^2} - k \left(1 - \frac{S_m I_2}{\sqrt{\varepsilon - I_2^2}} \right)^2 \right]},$$

где

$$H = \frac{m_2 r_2}{9,81 \cdot \omega_1 S_m}.$$

Приведя к общему знаменателю, получим

$$t = -J \omega_1 S_m \varepsilon \int_{I_{2n}}^{I_2'} \frac{dI_2}{(\varepsilon - I_2^2)^{3/2} \{ I_2 H (\varepsilon - I_2^2)^{3/2} - k [(\varepsilon - I_2^2) - 2S_m I_2 \sqrt{\varepsilon - I_2^2} + S_m^2 I_2^2] \}} \quad (19)$$

Интеграл, входящий в правую часть уравнения (19), решается посредством подстановки нового переменного.

Пусть $\varepsilon - I_2^2 = Z^2 I_2^2$, тогда (20)

$$-2I_2 dI_2 = I_2^2 2Z dZ + Z^2 2I_2 dI_2,$$

откуда

$$-dl_2 = \frac{l_2 Z dZ}{1 + Z^2}$$

Из уравнения (20) находим

$$l_2^2 = \frac{E}{1 + Z^2}.$$

Подставляя значения l_2 и dl_2 в уравнение (19), получим

$$t = J\omega_1 S_m \varepsilon \int_{l_{2n}}^{l_2'} \frac{(1 + Z^2) dZ}{HZ^3 \varepsilon^2 - k(1 + Z^2)(Z^2 \varepsilon - 2S_m Z \varepsilon + S_m^2 \varepsilon)}.$$

После приведения подобных и вынесения $\frac{1}{\varepsilon k}$ за знак интеграла, будем иметь

$$t = -\frac{J\omega_1 S_m}{k} \int_{l_{2n}}^{l_2'} \frac{(1 + Z^2) dZ}{Z^4 - Z^3 \left(\frac{H\varepsilon}{k} + 2S_m \right) + Z^2 (1 + S_m^2) - 2Z S_m + S_m^2}. \quad (21)$$

С целью сокращения записей обозначим $\frac{H\varepsilon}{k} + 2S_m$ через h , $1 + S_m^2$ через g , тогда уравнение (21) примет вид

$$t = -\frac{J\omega_1 S_m}{k} \int_{l_{2n}}^{l_2} \frac{(1 + Z^2) dZ}{Z^4 - Z^3 h + Z^2 g - 2Z S_m + S_m^2}. \quad (22)$$

Подинтегральное выражение представляет рациональную дробь, интегрирование которой возможно при разложении знаменателя на простые множители.

$$\text{Положив } Z = x + \frac{h}{4},$$

получим

$$Z^4 - Z^3 h + Z^2 g - 2Z S_m + S_m^2 = x^4 + px^2 + qx + r. \quad (23)$$

Здесь

$$p = -\frac{3}{8} h^2 + g, \quad q = -\frac{1}{8} h^3 + \frac{gh}{2} - 2S_m,$$

$$r = -\frac{3}{256} h^4 + \frac{gh^2}{16} - \frac{S_m h}{2} + S_m^2.$$

Для нахождения корней уравнения (23) необходимо прежде решить следующее уравнение третьей степени

$$y^3 + 2py^2 + (p^2 - 4r)y - q^2 = 0.$$

Положив в нем $y = S - \frac{2p}{3}$, получим приведенное кубическое уравнение вида

$$S^3 + p'S + q' = 0, \quad (24)$$

где

$$p' = -\frac{1}{3} p^2 - 4r,$$

$$q' = -\frac{2}{27} p^3 + \frac{8}{3} pr - q^2.$$

Определив корни уравнения (24) S_1 , S_2 и S_3 по формулам Кардана, найдем корни уравнения (23)

$$x_1 = \frac{f}{2} + d; \quad x_2 = \frac{f}{2} - d; \quad x_3 = -\frac{f}{2} + je; \quad x_4 = -\frac{f}{2} - je$$

где

$$d = \sqrt{-\frac{u+v}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{u^2 - uv + v^2}},$$

$$je = \sqrt{-\frac{u+v}{4} - \frac{1}{2} \sqrt{u^2 - uv + v^2}}, \quad f = \sqrt{u+v}.$$

Подставляя значения x_1 , x_2 , x_3 , x_4 в уравнение (22), получим

$$t = -\frac{J\omega_1 S_m}{k} \int_{I_{2n}}^{I_2'} \frac{(1+Z^2) dZ}{(Z - \frac{f}{2} - d)(Z - \frac{f}{2} + d)(Z^2 + Zf + \frac{f^2}{4} + e^2)} \quad (25)$$

Интегрирование дает

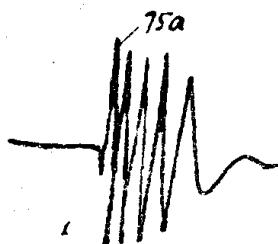


Рис. 1

$$t = -\frac{J\omega_1 S_m}{k} \left[A \ln \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon}{I_2^2} - 1} - \frac{f}{2} - d}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{I_{2n}^2} - 1} - \frac{f}{2} - d} + \right.$$

$$+ B \ln \frac{\sqrt{\frac{\varepsilon}{I_2^2} - 1} - \frac{f}{2} + d}{\sqrt{\frac{\varepsilon}{I_{2n}^2} - 1} - \frac{f}{2} + d} +$$

$$+ \frac{C}{2} \ln \frac{\frac{\varepsilon}{I_2^2} - 1 + f \sqrt{\frac{\varepsilon}{I_2^2} - 1} + \frac{f^2}{4} + e^2}{\frac{\varepsilon}{I_{2n}^2} - 1 + f \sqrt{\frac{\varepsilon}{I_{2n}^2} - 1} + \frac{f^2}{4} + e^2} +$$

$$\left. + \frac{2D - Cf}{2e} \left(\operatorname{arctg} \frac{2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{I_2^2} - 1} + f}{2e} - \operatorname{arctg} \frac{2 \sqrt{\frac{\varepsilon}{I_{2n}^2} - 1} + f}{2e} \right) \right]$$

где

$$A = \frac{1 + \frac{f^2}{4} + f^2 d + d^2}{2d(f^2 + 2fd + d^2 + e^2)}; \quad B = \frac{1 + \frac{f^2}{4} - fd + d^2}{2d(f^2 - 2fd + d^2 + e^2)};$$

$$D = 1 - A \left(1 + \frac{f}{2} \right) + B \left(d - \frac{f}{2} + cf \right); \quad C = -A - B$$

Значение I при пуске двигателя, полученное по формулам (13, 17, 26) и взятые из осциллограмм 1, 2, 3 для одних и тех же моментов времени, приводятся в нижеследующей таблице:

Таблица

$M_c = 0$			$M_c = \text{Const}$			$M_c = k'\omega_2^2$		
По форм.	Из осциллограм.	t	По формуле	Из осциллограм.	t	По формуле	Из осциллограм.	t
75	75	0,01	75	75	0,01	75	75	0,01
70	73	0,05	74	75	0,05	74	73	0,05
35	42	0,1	73	70	0,1	72	72	0,1
20	20	0,18	70	70	0,2	70	68	0,2
			21	21	0,36	20,6	20,6	0,36

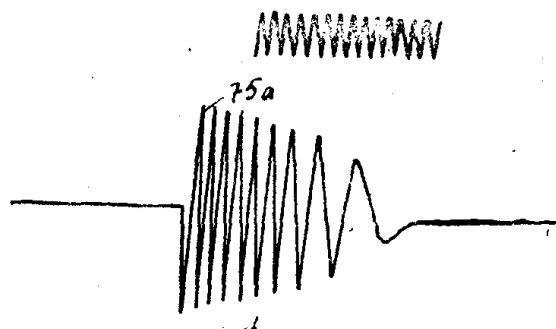


Рис. 2

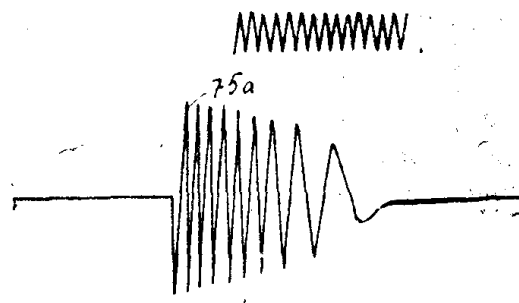


Рис. 3

Подсчеты и осциллографические записи произведены для двигателя имеющего следующие данные: тип Т-750, $U_1 = 220$ в, $E_2 = 145$ в, $I_1 = 38$ а, $I_2 = 45,5$ а; $n = 715$ об/мин, $\cos \varphi = 0,8$, $r_1 = 0,4$ ома, $r_2 = 0,08$ ома, $r_k = 1,1$ ома, $x_1 = 1,35$ ома, $x_2 = x_1$, $Z_k = 2,92$ ома, $S_m = 0,213$, $J = 0,05$ кгмсек². $M_k = 11$ кгм., $M_{\max} = 30$ кгм, $M_c = 6,6$ кгм.

ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
89	Рис. 3	(Рисунок перевернут)	
92	7 снизу	i_{02}	$-i_{02}$
95	19 снизу	Z	Z_T
97			В уравнении (27) α является показателем степени
98	19 снизу	$Z_m \Delta$	$Z_m V$
101	15 снизу	окружающей	окружностей
178	17 снизу	$s = \frac{n}{n}$	$s = \frac{n}{n_0}$
193	4 сверху	$I_2^2 = \frac{E}{1 + Z^2}$	$I_2^2 = \frac{\varepsilon}{1 + Z^2}$
203	12 сверху	$I = I_m \left(1 - e^{-\frac{\Gamma_m}{L_m} t} \right) = \dots$	$I = I_m \left(1 - e^{-\frac{\Gamma_m}{L_m} t} \right) = \dots$
203	17 снизу	закрывающихся	закрывающийся
214	8 снизу	(28)	(26)
221	4 сверху	$\dots \frac{i_0^2 - i''_a}{i_{01} - i''_a}$	$\dots \frac{i_{02} - i''_a}{i_{01} - i''_a}$
318	Подпись к рис. 5	Потери тепла неполноты горения.	Потери тепла от неполноты горения.
318	14 снизу	(рис. 3)	(рис. 4)
323	1 сверху	аттуру	пературу
323	1 сверху	$r = 58$	$r = 587$
325	На рис. 6	$q'_{\text{вод}}$ и $q''_{\text{вод}}$	$q'_{\text{вод}}$ и $q''_{\text{вод}}$
326	33 сверху	$/2 \cdot 3 + 25 = 293 \text{ K},$	$/273 + 25 = 293 \text{ K},$