ИЗВЕСТИЯ ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 89

1957 г.

ПРОГРЕВ ТЕЛ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛА

(Сообщение первое)

Г. П. БОЙКОВ

В работе рассматривается прогрев тел классической формы при граничном условии типа 2-го рода, когда теплообмен происходит по закону Стефана-Больцмана и лучистый поток симметричен.

Излагается метод зонального (во времени) расчета температурного поля при распространении тепла в одном измерении в предположении, что термические характеристики вещества неизменны.

Даются расчетные зависимости и соотношения, а также методика выбора расчетного интервала времени.

Известно, что при больших температурах источника тепла (приблизительно выше 800°С) передача тепла к нагреваемому телу происходит в основном лучистой энергией по закону Стефана-Больцмана.

Для того, чтобы определить температурное поле в теле при таком теплообмене, необходимо решить систему уравнений:

$$\frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T_{(x,\tau)}}{\partial x^2} \qquad (1)$$

$$T_{(x,o)} = T_0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial T_{(R,\tau)}}{\partial x} = \frac{\varepsilon_n \cdot C_0}{\lambda} \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{(R,\tau)}}{100} \right)^4 \right]$$
(3)

$$\frac{\partial T_{(o,\tau)}}{\partial x} = 0. \tag{4}$$

Получить решение непосредственно из системы (1)—(4) затруднительно, так как пока еще не найдено пути, который позволил бы удовлетворительно согласовать решение дифференциального уравнения (1) с граничным условием вида (3). В связи с тем, что определение температурного поля, описанного условиями (1)—(4), имеет большой практический и принципиальный интерес, приходится прибегать к искусственным приемам, которые в некотором приближении дают возможность рассчитать прогрев тел под действием лучистого тепла.

Одним из наиболее распространенных приемов решения рассматриваемого вопроса является способ сведения граничных условий типа второго рода (3) к граничным условиям типа третьего рода путем введения условного коэффициента теплоотдачи излучением. Граничное условие, выраженное законом

$$\lambda \quad \frac{\partial T_{(R,\tau)}}{\partial x} = \alpha_{u3.1} \left(T_c - T_{(R,\tau)} \right), \tag{3'}$$

г. Изв. ТПИ, т. 89

позволяет получить решение системы (1), (2), (3'), (4) в виде:

$$\frac{T_{(x,\tau)} - T_o}{T_c - T_o} = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cdot \cos\mu_n} \cdot \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{\alpha\tau}{R^2}}; \quad (5)$$

$$\left(3\text{десь } \operatorname{ctg} \mu = \frac{\mu}{Bi} \quad \mu \quad Bi = \frac{\alpha_{\mu_3A} \cdot R}{\lambda}, \text{ см. [5], [6]} \right),$$

которое в некотором приближении дает возможность вести практические расчеты.

Предлагаемая методика исследования позволяет иначе подойти к рассматриваемому вопросу и дает возможность несколько более приблизить расчетные данные к практическим. Согласно этой методике, температурное поле в пространстве рассматривается в виде непрерывной функциональной зависимости, дающей плавное изменение функции в зависимости от аргумента. Расчет же температурного поля во времени производится зонально с использованием принципа конечных разностей (см. [9], [10], [12]). Исходными данными при получении распределения температуры служат решения А. В. Лыкова для пластины, цилиндра и шара при постоянном лучистом потоке (см. [6]). Решение, например, для пластины им дано в виде:

$$T_{(x,\tau)} = T_0 + \frac{g_{\ell_1}}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R^2 - 3x^2}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2} \right].$$

$$\cdot \cos\left(\mu_n \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}}$$
(6)

(здесь $\sin \mu = 0$).

Взяв выражение (6) за исходное, полагаем, что постоянный лучистый поток g_{c_1} определяется по закону:

$$g_{c_i} = \varepsilon_n \cdot C_o \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_o}{100} \right)^4 \right]$$
(7)

и действует не на протяжении всего процесса прогрева, а лишь на протяжении малого конечного отрезка времени, равного τ_1 . Подставив τ_1 в выражение (6) вместо τ , получим распределение температуры по истечении первого отрезка времени от начала прогрева. Здесь же, заменив x на R, получим значение температуры на поверхности пластины, T_1 (R).

Имея эти данные, получаем распределение температуры по истечении второго такого же интервала времени τ_1 путем решения системы:

$$\frac{\partial T_{(x,\tau)}}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 T_{(x,\tau)}}{\partial x^2}; \qquad (8)$$

$$T_{(x,o)} = T_{o} + \frac{g_{c_{1}}}{\lambda} \left[\frac{a \tau_{1}}{R} - \frac{R^{2} - 3x^{2}}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \right]$$
$$-\frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} - \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} \right]; \qquad (9)$$

$$\frac{\partial T_{(R,\tau)}}{\partial x} = \frac{\varepsilon_n \cdot C_o}{\lambda} \cdot \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_1(R)}{100} \right)^4 \right] = \frac{g_{c_*}}{\lambda}; \quad (10)$$

$$\frac{\partial T_{(o,\tau)}}{\partial x} = 0 \tag{11}$$

и подстановкой в полученное решение:

$$T_{(x,\tau)} = T_{0} + \frac{g_{c_{1}}}{\lambda} \left[\frac{a\tau_{1}}{R} - \frac{R^{2} - 3x^{2}}{6R} + \frac{a\tau}{R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \right] \\ \cdot \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} - \frac{x}{R}\right) \cdot e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} \cdot e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau}{R^{2}}} + \frac{g_{c_{1}} - g_{c_{1}}}{\lambda} \right] \\ \cdot \left[\frac{a\tau}{R} - \frac{R^{2} - 3x^{2}}{6R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} - \frac{x}{R}\right) \right] \\ \cdot e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau}{R^{2}}} \right].$$
(12)

вместо т значения т₁ (см. [1], [2], [6], [12]).

Продолжая аналогичные рассуждения, можно убедиться, что распределение температуры в пластине по истечении *m*-го момента времени от начала прогрева имеет вид:

$$T_{m}(x) = T_{o} + \frac{a\tau_{1}}{\lambda R} \cdot \left(g_{c_{1}} + g_{c_{2}} + \dots g_{c_{m}}\right) - \frac{g_{c_{m}} \cdot (R^{2} - 3x^{2})}{6\lambda R} + R \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} \frac{x}{R}\right) \cdot \left[\frac{g_{c_{1}}}{\lambda} \cdot e^{-m\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{(g_{c_{1}} - g_{c_{2}})}{\lambda} \cdot e^{-(m-1)\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{4}}{R^{2}}} - \frac{(g_{c_{2}} - g_{c_{3}})}{\lambda} \cdot e^{-(m-2)\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} - \frac{(g_{c_{n}} - g_{c_{n}})}{\lambda} \cdot$$

или в сокращенной записи:

ź

$$\frac{T_{m}(x)}{T_{c}} = \frac{T_{o}}{T_{c}} + \frac{g_{c} \cdot R}{\lambda \cdot T_{c}} \left\{ \frac{a\tau_{1}}{R^{2}} \cdot \sum_{i=1}^{l=m} \frac{g_{ci}}{g_{c}} - \frac{gc_{m}}{g_{c}} \cdot \frac{R^{2} - 3x^{2}}{6R^{2}} + \frac{g_{ci}}{R^{2}} + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos\left(\mu_{n} \frac{x}{R}\right) \cdot \left[\frac{g_{ci}}{g_{c}} \cdot e^{-m\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{i}}{R^{2}}} - \frac{1}{6R^{2}} - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l=m-1} \frac{gc_{i} - gc_{i+1}}{g_{c}} \cdot e^{-(m-i)\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{i}}{R^{2}}} \right] \right\}$$
(14)

Последнее в критериях подобия¹) запишется в форме

$$\Theta_{m}(X) = \Theta_{o} + K_{i} \left\{ F_{0_{1}} \sum_{i=1}^{i=m} Q_{c_{i}} - Q_{c_{m}} \cdot \frac{1}{6} (1 - 3X^{2}) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot \cos \left(\mu_{n} X\right) \cdot \left[Q_{c_{1}} \cdot e^{-m\mu_{n}^{2} F_{0_{1}}} - \sum_{i=1}^{i=m-1} \left(Q_{c_{i}} - Q_{c_{(i+1)}}\right) \cdot e^{-(m-i)\mu_{n}^{2} \cdot F_{0_{1}}} \right] \right\}.$$
(15)

Для случая "тонких"²) тел ($K_i < 0,12$) вести расчет по выражениям (14) и (15) будет нерационально. В этом случае удобнее пользоваться понятием средней температуры всей массы тела, которая, например, для пластины определится из соотношения:

$$\frac{T_m^{cp}}{T_c} = \frac{1}{R_o} \int_{o}^{\infty} \frac{T_m(x)}{T_c} \cdot dx = \frac{T_o}{T_c} + \frac{g_c \cdot R}{\lambda \cdot T_c} \cdot \frac{a\tau_1}{R^2} \cdot \sum_{i=1}^{i=m} \frac{g_{c_i}}{g_c}; \qquad (16)$$

или в критериальном виде:

$$\Theta_m^{cp} = \Theta_o + K_i \cdot F_{o_i} \cdot \sum_{i=1}^{r-m} Q_{c_i} \cdot$$
(17)

i ____

Выражения [16] и [17] получены как среднее интегральное от распределений соответственно (14) и (15).

Как видно из зависимостей (14) и (16), при расчете распределения температуры требуется задаваться расчетным интервалом времени τ. Несомненно, что увеличение численного значения расчетного интервала времени т, может значительно сократить объем вычислений. С другой стороны, увеличение расчетного интервала времени влечет за собой увеличение погрешности, превышение которой сверх допустимой величины снижает ценность расчета.

Предлагаемый способ выбора расчетного интервала времени включает в себя три шага. Первый шаг заключается в предварительном определении расчетного интервала времени по приближенной зависимости

$$\tau_1 = \frac{P \cdot \lambda \cdot T_c \cdot R}{g_c \cdot a} , \qquad (18)$$

где Р – постоянное число, различное для пластины, цилиндра и шара (например, для пластины и цилиндра равное соответственно 0,03 и 0,025).

Второй шаг заключается в проверке полученного из формулы (18) расчетного интервала времени путем оценки приближения с использованием неравенства

$$\varphi_m \leqslant f(\tau_1), \tag{19}$$

¹) см. [3], [4], [11], [12]. ²) О "тонких" телах см. [7], [8].

где φ_m — действительная погрешность расчета, выраженная через лучис-

тые потоки
$$\varphi_m = \frac{g_{c_{ucm}} - g_{c_2}}{g_{c_1}}$$
,

f(τ₁) — некоторая функция, обладающая следующими особенностями: во-первых, эта функция до некоторой степени отражает действительную погрешность расчета φ_m, приближаясь к ней по своей численной величине;

во-вторых, действительная погрешность расчета φ_m всегда меньше или равна этой функции.

Функция $f(\tau_1)$ находится из анализа изменения температур и лучистых потоков на поверхности тела. Найдем эту функцию и докажем, что действительная погрешность $\varphi_m \leq f(\tau_1)$.



Рис. 1

Пусть имеем некоторую ломаную кривую $y_1 = f_1(x)$ (см. рис. 1), которая обладает следующими свойствами:

1) Перелом кривой происходит через одинаковые интервалы аргумента, имеющие какое-то значение $\Delta x_1''$.

2) При уменьшении численной величины интервала $\Delta x_1''$ до $\Delta x_1'$, Δx_1 и далее в сторону нуля и, таким образом, при увеличении числа этих интервалов в сторону бесконечности, кривая $y_1 = f_1(x)$ через ряд промежуточных ломаных кривых $y_2 = f_2(x)$; $y_3 = f_3(x)$ и т. д. стремится к некоторому пределу, который является "истиным" и представляет уже плавную кривую зависимости y = f(x).

3) Каждая последующая ломаная кривая $y_2 = f_2(x)$; $y_3 = f_3(x)$ и т. д. является более близкой к "истинной" кривой y = f(x) по сравнению с предыдущей и имеет более плавный ход.

4) Образование плавного перехода на месте перелома в любой произвольной точке говорит о том, что и точка с наибольшим переломом недалека от состояния плавности, а значит и рассматриваемая кривая недалека от наложения на истинную кривую.

Учитывая все сказанное в пунктах 1—4, рассмотрим отдельно участок рисунка 1, обозначаемый точками:



(см. рис. 1а).

Из рис. 1а видно, что кривая 0-1-2 является более близкой к истинной кривой, чем кривая 0-1'-2', так как α_1 стоит по своей величине значительно ближе к α_1 , чем α'_1 , о чем говорит более плавный ход кривой 0-1-2.



Рис. 1 б

Очевидно, что степень несовпадения кривой 0—1—2 и истинной кривой может быть оценена из соотношения

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha} \,. \tag{V}$$

Чем меньшее значение имеет этс отношение, тем кривая 0-1-2 ближе подходит к истинной и наоборот. Если ломаная кривая состоит из отдельных плавных кривых (см. рис. 16), функциональная зависимость которых известна в первых двух интервалах $[y = \varphi(x); y = \psi(x)]$, то выражение (V) может быть представлено через угловые коэффициенты:

$$\frac{\frac{d\varphi(x)_{x=\Delta x_{1}}}{dx} - \frac{d\psi(x)_{x=o}}{dx}}{\frac{d\varphi(x)_{x=\Delta x_{1}}}{dx}}.$$
(W)

Значит, для нашего случая при расчетах изменения температуры, например, на поверхности пластины, зависимость, аналогичная (W), примет вид:

$$\frac{\frac{dT_{1(R,\tau_{1})}}{d\tau} - \frac{dT_{2(R,O)}}{d\tau}}{\frac{dT_{1(R,\tau_{1})}}{d\tau}} = f(\tau_{1}) \ .$$

Здесь, согласно выражений (6) и (12),

$$T_{1(R,\tau)} = T_{0} + \frac{g_{c_{1}} \cdot R}{\lambda} \left[\frac{a\tau}{R^{2}} + \frac{1}{3} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau}{R^{2}}} \right]$$

$$T_{2(R,\tau)} = T_{0} + \frac{g_{c_{1}} \cdot R}{\lambda} \left[\frac{a\tau_{1}}{R^{2}} + \frac{1}{3} + \frac{a\tau}{R^{2}} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_{n}^{2}} \cdot e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}} \right]$$

$$e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau}{R^{2}}} + \frac{(g_{c_{n}} - g_{c_{1}})R}{\lambda} \cdot \left[\frac{a\tau}{R^{2}} + \frac{1}{3} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\mu_{n}^{2}} e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau}{R^{2}}} \right],$$

поэтому

$$f(\tau_1) = \frac{3(g_{c_1} - g_{c_2})}{g_{c_1} \left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R^2}}\right]}.$$

Сравнивая теперь

$$\varphi_{m} = \frac{g_{c_{ucm}} - g_{c_{2}}}{g_{c_{1}}} \quad \varkappa \quad \frac{3(g_{c_{1}} - g_{c_{2}})}{g_{c_{1}}\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\mu_{n}^{2} - \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}}\right]} = f(\tau_{1}),$$

заключаем, что для пластины всегда существует неравенство

$$\varphi_{m} \leq \frac{3(g_{c_{1}} - g_{c_{2}})}{g_{c_{1}}\left[1 + 2\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\mu_{n}^{2} \frac{a\tau_{1}}{R^{2}}}\right]},$$
(20)

потому что

$$g_{c_1} = \varepsilon_n C_o \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_o}{100} \right)^4 \right] \ge g_{c_{ucm}} = \varepsilon_n \cdot C_o \left[\left(\frac{T_c}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_{ucm}}{100} \right)^4 \right]$$

(так как T_o —начальная температура тела, а T_{ucm} —температура на поверхности по истечении некоторого отрезка времени от начала прогрева).

Следует отметить, что ряд от 1 до ∞ в выражениях (14) и (15) (третий член в фигурных скобках) быстро сходится, его значение с увеличением времени становится очень малым по сравнению с двумя первыми слагаемыми в фигурных скобках. Поэтому, начиная с некоторого момента времени (m > 1), им можно пренебречь. Тогда дальнейший расчет, связанный с учетом лишь первых двух слагаемых в фигурных скобках, значительно упрощается.

Удельный расход тепла для пластины может быть определен по формуле:

$$\Delta g_{s}^{(m)} = \tau_{1} \sum_{i=1}^{l=m} g_{c_{i}}.$$
 (21)

Выражения, аналогичные (14)-(21), для цилиндра имеют вид:

$$\frac{T_{m}(r)}{T_{c}} = \frac{T_{o}}{T_{c}} + \frac{g_{c} \cdot R}{\lambda \cdot T_{c}} \cdot \left\{ 2 \cdot \frac{a\tau_{1}}{R^{2}} \cdot \sum_{i=1}^{i=m} \frac{g_{c_{i}}}{g_{c}} - \frac{1}{4} \cdot \frac{g_{c_{m}}}{g_{c}} \left(1 - 2 \frac{r^{2}}{R^{2}} \right) - \frac{1}{R^{2}} \right) \left[\frac{g_{c_{i}}}{g_{c}} \cdot e^{-m\nu_{n}^{2}} \frac{g_{c_{i}}}{R^{2}} - \frac{1}{R^{2}} \right] \\
- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\nu_{n}^{2}} \cdot J_{o}(\nu_{n})} \cdot J_{o} \left(\nu_{n} \frac{r}{R} \right) \left[\frac{g_{c_{i}}}{g_{c}} \cdot e^{-m\nu_{n}^{2}} \frac{g_{c_{i}}}{R^{2}} - \frac{1}{R^{2}} \right] \right\}; \quad (14')$$

$$\Theta_{m}(R) = \Theta_{o} + K_{i} \left\{ 2F_{o_{i}} \sum_{i=1}^{i=m} Q_{c_{i}} - \frac{1}{4} Q_{c_{m}}(1 - 2R^{2}) - \frac{1}{R^{2}} \frac{2}{\nu_{n}^{2}} \cdot J_{o}(\nu_{n})} \cdot J_{o}(\nu_{n} R) \left[Q_{c_{i}} \cdot e^{-m\nu_{n}^{2}} \frac{g_{c_{i}}}{R^{2}} - \frac{1}{R^{2}} \right] \right\}; \quad (14')$$

$$- \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\nu_{n}^{2}} \cdot J_{o}(\nu_{n})} \cdot J_{o}(\nu_{n} R) \left[Q_{c_{i}} \cdot e^{-m\nu_{n}^{2}} \frac{g_{c_{i}}}{R^{2}} - \frac{1}{R^{2}} \right] \left\{ \frac{1}{R^{2}} \cdot \frac{1}{R^{2}} + \frac{1}{R^{2}} \frac{1}{R^{2}} + \frac{1}{R^{2}} \frac{g_{c} \cdot R}{R} \right\} \right\}; \quad (15')$$

$$- \frac{T_{m}^{cp}}{T_{c}} = \frac{2}{R^{2}} \cdot \int_{o}^{R} r \cdot \frac{T_{m}(r)}{T_{c}} \cdot dr = \frac{T_{o}}{T_{c}} + 2 \frac{g_{c} \cdot R}{\lambda \cdot T_{c}} + \frac{1}{R^{2}} \frac{g_{c} \cdot R}{\lambda \cdot T_{c}} + \frac{a\tau_{1}}{R^{2}} \cdot \sum_{i=1}^{i=m} \frac{g_{c_{i}}}{g_{c}}; \quad (16')$$

$$\Theta_m^{cp} = \Theta_o + 2\mathcal{K}_i \cdot F_{o_i} \sum_{i=1}^{i=m} Q_{c_i} \quad ; \qquad (17')$$

$$\varphi_m \leqslant \frac{2(g_{c_1} - g_{c_2})}{g_{c_1}\left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R^2}}\right]};$$
(20')

$$\Delta g_{v} = \frac{2}{R} \cdot \tau_{1} \cdot \sum_{i=1}^{l=m} g_{c_{i}}; \qquad (21')$$

Подобные соотношения могут быть написаны и для шара. На рис. 2 показана кривая безразмерной температуры центра цилиндра



(пунктирная линия), построенная по формуле (15') для критериев $K_i = 0,206$; $\Theta_{o} = 0,214.$

🕅 Для сравнения сплошной линией показана безразмерная расчетная кривая, построенная по графикам Шака для тех же условий.

литература

1. Дидкин В. А. и Кузнецов Н. И., -Справочник по операционному исчислению, M.—λ., 1951.

2. Карслоу Х. С. и Эгер Д. Т.— Операционные методы в прикладной математи-ке, ГИТТА, М., 1948.

3. Иванцов Г. П. — Анализ подобия нагрева металла в муфельной печи, Сборник "Промышленные печи", Металлургиздат, 1953.

4. Кирпичев М. В., Михеев М. А., Эйгенсон Л. С.—Теплопередача, ГЭИ, M., 1940.

5. Лыков А. В.—Теплопроводность нестационарных продессов, ГИТТЛ, М.—Л., 1948. 6. Лыков А. В.—Теория теплопроводности, ГИТТЛ, М., 1952.

7. Немчинский А. Л.—Тепловые расчеты термической обработки, Судпромгиз, 1953. 8. Иванцов Г. П.—Нагрев маталдов, Металлургиздат, М., 1950.

9. Тайц Н. Ю. — Технология нагрева стали, Металлургиздаг, М., 1950. 10. Шваб В. А. Нестационарные температурные поля в твердых телах при изменяю-щихся граничных условиях, Вестнык инженеров и техников, 3, 1935. 11. Эйгенсон Л. С. — Моделирование, ГИ "Советская наука", М., 1952.

12. Бойков Г. П.-Прогрев тел под действием лучистого тепла (диссертация), Томск, 1955.

основные обозначения

T — переменная температура тела, °K. T_c — температура источника тепла, °K. T_o — начальная температура тела, °K. g_c — лучистый поток от источника тепла в пустоту при степени черноты системы $\varepsilon_n, \frac{\kappa \kappa a \Lambda}{M^2 \, 4 a c}$. g_{c_i} — лучистый поток на поверхности тела в итый момент времени, направленный внутрь тела, $\frac{\kappa \kappa a \Lambda}{M^2 \, 4 a c}$. τ — время, час. *х*, *r* — текущие координаты, *M*. R— половина толщины (радиус) тела, м. λ — коэффициент теплопроводности, $\frac{\kappa \kappa a \Lambda}{\mu \, 4 a c^o}$. *е_п* — приведенная степень черноты системы. C_o — коэффициент излучения черного тела, $\frac{\kappa \kappa a \Lambda}{M^2 \, 4 a c^\circ K^1}$. $\frac{\kappa\kappa a \pi}{m^2 \, 4 a c^\circ}$. а_{изл.} — коэффициент теплоотдачи излучением, μ_n — корни характеристических уравнений: sin $\mu = 0$; J_1 (μ) = 0. a — коэффициент температуропроводности, $M^2/4ac$. $K_i = \frac{g_c R}{\lambda_c T_c} -$ критерий Кирпичева. $F_{o_1} = \frac{a\tau_1}{D^2}$ — критерий Фурье. $\Theta = -\frac{T}{T_{c}}$ – критерий безразмерной температуры. $Q_{c_i} = \frac{g_{c_i}}{g_c}$ — критерий безразмерного лучистого потока. $X = -\frac{x}{D}$ – критерий безразмерной координаты.