

К ТЕОРИИ НАРУШЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ИОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

В. А. ЧУЕНКОВ

Вопрос об электрической прочности является одним из актуальных вопросов физики диэлектриков. Изучение процессов, происходящих в твердых диэлектриках, помещенных в сильное электрическое поле, представляет большой интерес как с практической, так и с теоретической точки зрения.

Существующие экспериментальные данные [1] показывают, что электрический пробой твердых диэлектриков происходит вследствие ионизации атомов диэлектрика электронным ударом и образования электронной лавины.

Б. М. Вул показал [2], что в явлении электрического пробоя твердых диэлектриков необходимо различать две стадии, а именно, стадию нарушения электрической прочности (нарушение стационарного режима электропроводности) и стадию разрушения материала. Потеря электрической прочности является началом пробоя и вместе с тем причиной, обуславливающей все последующие процессы. Поэтому первой и основной задачей теории электрического пробоя является определение условия нарушения электрической прочности. Анализ современных теорий показывает [1], что наиболее строгий критерий нарушения электрической прочности может быть получен на основе соответствующего интегро-дифференциального уравнения Больцмана.

Рассмотрим однородный диэлектрик с бесконечной шириной зоны проводимости. Пусть электрическое поле направлено по оси z . Интегро-дифференциальное уравнение для определения функции распределения электронов проводимости запишется в этом случае в виде [3].

$$\frac{\partial f}{\partial t} + eE \frac{\partial f}{\partial p_z} = b - a, \quad (1)$$

где f — функция распределения, e — заряд электрона, p_z — составляющая импульса электрона по оси z , E — напряженность внешнего электрического поля, t — время, $b - a$ — изменение функции распределения в единицу времени вследствие столкновений. В твердых телах электроны могут испытывать следующие виды столкновений: рассеяние на колебаниях решетки, ионизационные столкновения, рекомбинационные и столкновения, связанные с возникновением возбужденных состояний.

В ионных кристаллах обычно имеется всего один уровень возбуждения, незначительно отличающийся от потенциала ионизации (ширины запрещенной зоны). Например, в NaCl потенциал ионизации $I = 9,6$ эв, а потенциал возбуждения $I_s = 7,8$ эв, в KBr имеем $I = 8,3$ эв, $I_s = 6,55$ эв [4]. Если принять к тому же, по аналогии с газами, что вероятность возбуждения составляет всего лишь несколько процентов от вероятности ионизации [5], то столкновениями, приводящими к возникновению возбуж-

денных состояний в твердом теле, можно пренебречь по сравнению с ионизационными.

Рекомбинация электронов играет существенную роль лишь в малой окрестности нуля энергий в фазовом пространстве. Действительно [6, 7], локализация электрона в решетке может произойти лишь в том случае, когда время пролета электрона мимо дефекта больше периода колебаний решетки, т. е. при $\frac{l}{v} > \frac{2\pi}{\omega}$, где l — размеры дефекта, v — скорость электрона, ω — частота колебаний решетки. При $\omega \sim 10^{13}$ сек $^{-1}$, $l \sim 10a$ (a — постоянная решетки) получим, что рекомбинация электрона возможна при энергии $\epsilon \lesssim 10^{-4}$ эв $\ll \frac{h}{2\pi} \omega$.

Следовательно, всюду, за исключением малой окрестности нуля энергий, рекомбинационным членом в кинетическом уравнении можно пренебречь. Основным процессом, препятствующим накоплению электронами в сильном электрическом поле энергии, необходимой для ионизации, является рассеяние на колебаниях решетки, к рассмотрению которого мы и перейдем. Для кристаллов щелочно-галогидного типа смещение ионов из положения равновесия при колебании с волновым числом $\bar{L}$ ¹⁾ можно записать в виде [3] (стр. 435 и 438)

$$\bar{u}_{+, \bar{L}} = \frac{1}{V M_+ N} \left[a_{\bar{L}}(t) \bar{\zeta}_{+, \bar{L}} e^{2\pi i (\bar{L} \bar{r})} + a_{\bar{L}}^*(t) \bar{\zeta}_{+, \bar{L}}^* e^{-2\pi i (\bar{L} \bar{r})} \right], \quad (2)$$

$$\bar{u}_{-, \bar{L}} = \frac{1}{V M_- N} \left[a_{\bar{L}}(t) \bar{\zeta}_{-, \bar{L}} e^{2\pi i (\bar{L} \bar{r})} + a_{\bar{L}}^*(t) \bar{\zeta}_{-, \bar{L}}^* e^{-2\pi i (\bar{L} \bar{r})} \right], \quad (3)$$

где M_+ и M_- — массы, соответственно, положительного и отрицательного ионов, N — число элементарных ячеек в кристалле, $\bar{\zeta}_{+, \bar{L}}$ и $\bar{\zeta}_{-, \bar{L}}$ — амплитуды; звездочкой обозначены сопряженные величины. Возникающая при этом поляризация равна

$$\bar{P}_{\bar{L}} = \frac{e_{\bar{L}}^*}{2a^3} \left(\bar{u}_{+, \bar{L}} - \bar{u}_{-, \bar{L}} \right) = \frac{e_{\bar{L}}^*}{2a^3 V N} \left[\frac{a_{\bar{L}}(t)}{V M_+} e^{-2\pi i (\bar{L} \bar{r})} + \frac{a_{\bar{L}}(t)}{V M_-^*} e^{-2\pi i (\bar{L} \bar{r})} \right], \quad (4)$$

где a — постоянная решетки, $e_{\bar{L}}^*$ — эффективный заряд иона [1]

$$\frac{1}{V M_{\bar{L}}} = \frac{\bar{\zeta}_{+, \bar{L}}}{V M_+} - \frac{\bar{\zeta}_{-, \bar{L}}}{V M_-}. \quad (5)$$

Энергия взаимодействия электрона с поляризационными волнами равна

$$V = e \sum_{\bar{L}} V_{\bar{L}}, \quad (6)$$

где величина $V_{\bar{L}}$, определяемая из уравнения Пуассона,

$$\nabla^2 V_{\bar{L}} = 4\pi \operatorname{div} \bar{P}_{\bar{L}}, \quad (7)$$

¹⁾ Буквы с жирной чертой наверху — векторные величины.

равна

$$V_{\bar{L}} = \frac{e_{\bar{L}}^*}{a_3 i \bar{L} \sqrt{N}} \left[\frac{a_{\bar{L}}(t)}{\sqrt{M_{\bar{L}}}} e^{2\pi i (\bar{L} \cdot \bar{r})} - \frac{a_{\bar{L}}^*(t)}{\sqrt{M_{\bar{L}}^*}} e^{-2\pi i (\bar{L} \cdot \bar{r})} \right]. \quad (8)$$

Из (8) видно, что рассеяние на поперечных волнах невозможно ($\bar{\zeta}_{+, \bar{L}}$ и $\bar{\zeta}_{-, \bar{L}} \perp \bar{L}$).

Записав гамильтониан всей системы и волновую функцию невозмущенной системы, соответственно, в виде

$$H = H_{ocq} + \varepsilon + V, \quad (9)$$

$$\Psi = \psi(\bar{r}, \bar{k}) \cdot \prod_{\bar{L}} y(b_{\bar{L}}, n_{\bar{L}}) \cdot e^{-\frac{U}{\hbar} t}, \quad (10)$$

где

$$H_{ocq} = \frac{1}{2} \sum_{\bar{L}} \left(b_{\bar{L}}^2 + \omega_{\bar{L}}^2 b_{\bar{L}}^2 \right); b_{\bar{L}}(t) = \frac{a_{\bar{L}}(t) + a_{\bar{L}}^*(t)}{\sqrt{2}};$$

$$b_{\bar{L}}^*(t) = \frac{a_{\bar{L}}(t) - a_{\bar{L}}^*(t)}{i\sqrt{2}}; \varepsilon = \frac{p^2}{2m^*};$$

$$U = \sum_{\bar{L}} \left(n_{\bar{L}} + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}} + \varepsilon_{\bar{L}}; \psi(r, \bar{K}) = \frac{1}{2\pi^{3/2}} e^{2\pi i (\bar{K} \cdot \bar{r})},$$

$y(b_{\bar{L}}, n_{\bar{L}})$ — волновая функция осциллятора с квантовым числом $n_{\bar{L}}$, m^* — эффективная масса электрона, и, считая V малым возмущением, получим для вероятности поглощения $P_{\bar{L}}^a$ и вероятности испускания $P_{\bar{L}}^e$ в единицу времени электроном фонона с энергией $\frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}}$ и импульсом $\hbar \bar{L}$ следующие выражения:

$$P_{\bar{L}}^a = \frac{e^2 e_{\bar{L}}^{*2} n_{\bar{L}}}{Na^6 \frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}} L^2 M_{\bar{L}}} \frac{\sin \zeta_a t}{\zeta_a} \delta(\bar{K} - \bar{K}' \pm \bar{L}),$$

$$P_{\bar{L}}^e = \frac{e^2 e_{\bar{L}}^{*2} (n_{\bar{L}} + 1)}{Na^6 \frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}} L^2 M_{\bar{L}}} \frac{\sin \zeta_e t}{\zeta_e} \delta(\bar{K} - \bar{K}' \pm \bar{L}). \quad (11)$$

Здесь

$$n_L = \frac{1}{e^{\frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}} / kT} - 1}, \quad \frac{\hbar}{2\pi} \zeta_e = \varepsilon' - \varepsilon + \frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}}, \quad \frac{\hbar}{2\pi} \zeta_a = \varepsilon' - \varepsilon - \frac{\hbar}{2\pi} \omega_{\bar{L}}, \quad (12)$$

причем ε и ε' , соответственно, энергия электрона до и после рассеяния.

Величина $(b-a)$ в случае рассеяния на колебаниях решетки щелочно-галогидного типа (в дальнейшем только об этих кристаллах и будет идти речь) равна (мы учитываем акустические и оптические продольные колебания):

$$(b-a)^P = 2a^3 N \int (b-a)^P_{\bar{L}} L^2 dL \sin \alpha d\alpha d\varphi, \quad (13)$$

где

$$(b-a)^P_{\bar{L}} = f(\varepsilon', \theta') \cdot P^e_{\bar{L}on} + f(\varepsilon'_1, \theta'_1) \cdot P^e_{\bar{L}ak} + f(\varepsilon'', \theta''_1) \cdot P^a_{\bar{L}on} + f(\varepsilon''_1, \theta''_1) \cdot P^a_{\bar{L}ak} - f(\varepsilon, \theta) (P^e_{\bar{L}on} + P^e_{\bar{L}ak} + P^a_{\bar{L}on} + P^a_{\bar{L}ak}), \quad (14)$$

$$\varepsilon' = \varepsilon + \frac{h}{2\pi} \omega_{\bar{L}}^{on} + \frac{h}{2\pi} \zeta_e^{on}, \quad \varepsilon'_1 = \varepsilon + \frac{h}{2\pi} \omega_{\bar{L}}^{ak} + \frac{h}{2\pi} \zeta_e^{ak}, \quad (15)$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon - \frac{h}{2\pi} \omega_{\bar{L}}^{on} + \frac{h}{2\pi} \zeta_a^{on}, \quad \varepsilon''_1 = \varepsilon - \frac{h}{2\pi} \omega_{\bar{L}}^{ak} + \frac{h}{2\pi} \zeta_a^{ak},$$

$2a^3 N$ — плотность состояний в пространстве волновых чисел $\theta, \theta', \theta'_1, \theta'', \theta''_1$ — углы между направлением электрического поля и скоростями электрона v, v', v'_1, v'', v''_1 , α — угол между $\bar{L}$ и $\bar{v}$ (за полярную ось принято направление $\bar{v}$). Различие между $P^e_{\bar{L}on}$ и $P^e_{\bar{L}ak}$ заключается в том, что величины $e^*_{\bar{L}}, \omega_{\bar{L}}, n_{\bar{L}}, M_{\bar{L}}, \zeta_a$ и ζ_e по-разному зависят от $\bar{L}$ в случае оптических и акустических колебаний. Интегрирование по α в (13) легко осуществляется, если учесть, что при больших t

$$\frac{\sin \zeta t}{\zeta} \approx \pi \delta(\zeta), \quad (16)$$

где $\delta(\zeta)$ — дельта функция, и что

$$\sin \alpha d\alpha = \pm \frac{d\zeta}{2\pi v L}, \quad (17)$$

где плюс соответствует испусканию электроном энергии, а минус — поглощению. Соотношение (17) легко получается из законов сохранения энергии и импульса

$$\varepsilon' = \varepsilon \pm \frac{h}{2\pi} \omega + \frac{h}{2\pi} \zeta, \quad (18)$$

$$\bar{K}' = \bar{K} \pm \bar{L}. \quad (19)$$

После интегрирования выражения (13) по α величины $\varepsilon', \theta', \varepsilon'_1, \theta'_1, \varepsilon'', \theta'', \varepsilon''_1, \theta''_1$ будут равны, соответственно, $\varepsilon'_0, \theta'_0, \varepsilon'_{10}, \theta'_{10}, \varepsilon''_0, \theta''_0, \varepsilon''_{10}, \theta''_{10}$, что соответствует $\zeta_a^{on} = \zeta_a^{ak} = \zeta_e^{on} = \zeta_e^{ak} = 0$.

Согласно одной из формул сферической тригонометрии

$$\cos \theta'_0 = \cos \theta \cos \beta'_0 + \sin \theta \sin \beta'_0 \cos \varphi, \quad (20)$$

где β_0 является углом между $\bar{v}$ и $\bar{v}'$, косинус которого при $\varepsilon \gg \frac{h}{2\pi} \omega$ равняется, согласно формуле (19),

$$\cos \beta'_0 \approx 1 - \frac{\left(\frac{h^2}{2\pi}\right)^2 L^2}{2 m^{*2} v^2}. \quad (21)$$

Аналогичные выражения получаются для углов θ'_{10} , θ''_{10} , θ'''_{10} , β'_{10} , β''_{10} , β'''_{10} . Представив f в виде ряда по полиномам Лежандра

$$f(\varepsilon, \theta) = f_0(\varepsilon) + f_1(\varepsilon) \cos \theta + f_2(\varepsilon) \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) + \dots \quad (22)$$

проведя в (13) интегрирование по α и φ с учетом (20) и (21) и в предположении, что $\varepsilon \gg \frac{h}{2\pi} \omega$, получим вместо (13)

$$\begin{aligned} & (\varepsilon - a)^p \int_{L_{min}}^{L_{max}} \left\{ \frac{2\pi e^2}{a^3 v L} \left(\frac{e_{L_{on}}^2}{M_L^{on}} + \frac{e_{L_{ak}}^2}{M_L^{ak}} \right) \frac{df_0}{d\varepsilon} + \right. \\ & + \frac{\pi e^2}{a^3 v L} \frac{h}{2\pi} \left[\frac{(2n_L^{on} + 1) \omega_L^{on} e_{L_{on}}^2}{M_L^{on}} + \frac{(2n_L^{ak} + 1) \omega_L^{ak} e_{L_{ak}}^2}{M_L^{ak}} \right] \frac{d^2 f_0}{d\varepsilon^2} - \\ & - \frac{2\pi^2 e^2 h L}{a^3 m^{*2} v^3} \left[\frac{(2n_L^{on} + 1) e_{L_{on}}^2}{M_L^{on} \omega_L^{on}} + \frac{(2n_L^{ak} + 1) e_{L_{ak}}^2}{M_L^{ak} \omega_L^{ak}} \right] f_1(\varepsilon) \cos \theta - \frac{\pi^2 e^2 h L}{a^3 m^{*2} v^3} \\ & \left. \left[\frac{(2n_L^{on} + 1) e_{L_{on}}^2}{M_L^{on} \omega_L^{on}} + \frac{(2n_L^{ak} + 1) e_{L_{ak}}^2}{M_L^{ak} \omega_L^{ak}} \right] f_2(\varepsilon) \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right) \right\} dL. \end{aligned} \quad (23)$$

Заметим, что коэффициент при f_2 вычислен приближенно, так как в дальнейшем нам потребуется лишь порядок его величины. Интегрирование по L в (23) невозможно, так как зависимость величин n_L^{on} , n_L^{ak} , ω_L^{on} , ω_L^{ak} , M_L^{on} , M_L^{ak} , e_L^{on} , e_L^{ak} от L в общем случае неизвестна. Однако, это интегрирование может быть проведено приближенно на основании следующих соображений. Положим [1], что при $L \leq \frac{1}{10a}$ $\omega_L = \omega_0$, $e_L = e^*$, а при $L \geq \frac{1}{10a}$ $\omega_L = \omega_t$, $e_L = e$, где ω_t — определяемая из опыта частота поперечных оптических колебаний, совпадающая с частотой коротковолновых продольных оптических колебаний, ω_0 и e^* — определяемые по формулам

$$\omega_0^2 = \frac{2\pi e^{*2}}{Ma^3} \frac{x_0 x}{x - x_0}, \quad (24)$$

$$\frac{\omega_0^2}{\omega_t^2} = \frac{x}{x_0}; \quad (25)$$

частота длинноволновых продольных оптических колебаний и эффективный заряд иона, соответственно, M — приведенная масса ионов, x_0 — квадрат показателя преломления света, x — статическая диэлектрическая постоянная. Рассмотрим далее продольные колебания линейной цепочки ионов, находящихся на одинаковом расстоянии a . Массы ионов будем

считать попеременно равными M_+ и M_- . В этом случае [8] частоты и амплитуды колебаний определяются из уравнений

$$\omega_L^2 = \frac{q_0}{M_+ M_-} \left[M_+ + M_- \pm \sqrt{(M_+ + M_-)^2 - 4 M_+ M_- \sin^2 2\pi L a} \right], \quad (26)$$

$$\frac{\bar{\zeta}_{-,L}}{\bar{\zeta}_{+,L}} = - \frac{2 q_0 \sqrt{\frac{M_-}{M_+}} \cos 2\pi L a}{M_- \omega_L^2 - 2 q_0}, \quad (27)$$

$$\bar{\zeta}_{+,L}^2 + \bar{\zeta}_{-,L}^2 = 1, \quad (28)$$

где q_0 — упругая постоянная связи, действующей между двумя соседними частицами. В уравнении (26) знак плюс соответствует оптическим колебаниям, знак минус — акустическим; уравнение (28) выражает условие нормировки. Из уравнений (26)–(28) следует, что величины $\frac{1}{M_L^{on}}$ и $\frac{1}{M_L^{ak}}$ (см. (5)) равны

$$\frac{1}{M_L^{on}} = \begin{cases} \frac{1}{M} & \text{при } L \ll \frac{1}{2\pi a} \\ \frac{1}{M_+} & \text{при } L \rightarrow L_0 = \frac{1}{4a}, \end{cases} \quad (29)$$

$$\frac{1}{M_L^{ak}} = \begin{cases} 0 & \text{при } L \ll \frac{1}{2\pi a} \\ \frac{1}{M} & \text{при } L \rightarrow L_0 = \frac{1}{4a}, \end{cases}$$

$$\frac{\omega_t}{\omega_{ak}^{max}} = \sqrt{\frac{M_-}{M_+}},$$

где L_0 есть максимальное волновое число, соответствующее колебанию с наименьшей для данной цепочки атомов длиной волны, ω_{ak}^{max} — максимальная частота акустических колебаний. Предельные соотношения (29) справедливы и в случае трехмерной модели кристалла.

Определив из формул (18) и (19) величины L_{max} и L_{min} , равные при $\varepsilon \gg \frac{\hbar}{2\pi} \omega$

$$L_{max} \approx 2K, \quad (30)$$

$$L_{min} \approx \frac{K \frac{\hbar}{2\pi} \omega_0}{2\varepsilon},$$

и проведя с помощью соотношений (24), (25), (29) приближенное интегрирование по L в (23), получим

$$(b-a)^p = \frac{a_1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{df_0}{d\varepsilon} + \frac{b_1}{\varepsilon^{1/2}} \frac{d^2 f_0}{d\varepsilon^2} - \frac{r_1}{\varepsilon^{1/2}} f_1 \cos \theta - \frac{3r_1}{\varepsilon^{1/2}} f_2 \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right), \quad (31)$$

где

$$\begin{aligned}
 a_2 &= \frac{\pi \sqrt{2 m^*} e^2}{M a^3} \left(e^{*2} \ln \frac{2\pi \sqrt{2\varepsilon}}{10 a \omega_0 \sqrt{m^*}} + e^2 \ln 10 \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \right), \\
 b_2 &= \frac{\pi e^2 \frac{h}{2\pi} \sqrt{m^*}}{\sqrt{2} M a^3} \left(e^{*2} \omega_0 \frac{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_0}{\kappa T}} + 1}{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_0}{\kappa T}} - 1} \ln \frac{2\pi \sqrt{2\varepsilon}}{10 a \omega_0 \sqrt{m^*}} + \right. \\
 &\quad \left. + e^2 \omega_t \frac{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} + 1}{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} - 1} \ln 10 \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \right), \\
 r_2 &= \frac{\pi^2 \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} e^4 h}{2 \sqrt{2 m^*} M a^5 \omega_t} \frac{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} + 1}{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} - 1}.
 \end{aligned} \tag{38}$$

Изменение функции распределения вследствие ионизационных столкновений можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 (b - a)_1^{ион} &= 2\beta_1 N_1 Q(I + \\
 &+ 2\varepsilon) \sqrt{\frac{2(I + 2\varepsilon)}{m^*}} \int_0^\pi f_3(I + 2\varepsilon, \theta) \sin \theta d\theta \quad \text{при } \varepsilon \leq I,
 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 (b - a)_3^{ион} &= 2\beta_1 N_1 Q(I + 2\varepsilon) \sqrt{\frac{2(I + 2\varepsilon)}{m^*}} \int_0^\pi f_3(I + 2\varepsilon, \theta) \sin \theta d\theta - \\
 &- \beta_1 N_1 Q(\varepsilon) \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m^*}} \cdot f^3(\varepsilon, \theta) \quad \text{при } \varepsilon \geq I,
 \end{aligned} \tag{40}$$

где $f^3(\varepsilon, \theta)$ — функция распределения при $\varepsilon \geq I$, $Q(\varepsilon)$ — полное эффективное сечение ионизации, β_1 — число электронов на внешней оболочке ионизуемого атома, N_1 — число ионизуемых атомов в единице объема. При написании (39) и (40) предполагалось [9] (мы имеем в виду дело с энергиями порядка потенциала ионизации), что эффективное сечение ионизации изотропно как по отношению к направлению движения выбитого электрона, так и по отношению к направлению движения ионизирующего электрона после акта ионизации. Кроме того, предполагалось, что после акта ионизации и выбитый и ионизирующий электроны имеют одинаковую энергию. Последнее предположение вполне правдоподобно при $\varepsilon \sim I$. При последующих расчетах будет сделано также предположение о том [5], что

$$Q(\varepsilon) = S_0(\varepsilon - I), \tag{41}$$

где $S_0 = \text{const.}$

Перейдем теперь к решению кинетического уравнения. Всю совокупность значений ε разобьем на четыре области.

$$1. \quad 0 \leq \varepsilon \leq \frac{h}{2\pi} \omega_0.$$

где

$$\begin{aligned}
 a_2 &= \frac{\pi \sqrt{2 m^*} e^2}{M a^3} \left(e^{*2} \ln \frac{2\pi \sqrt{2\varepsilon}}{10 a \omega_0 \sqrt{m^*}} + e^2 \ln 10 \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \right), \\
 b_2 &= \frac{\pi e^2 \frac{h}{2\pi} \sqrt{m^*}}{\sqrt{2} M a^3} \left(e^{*2} \omega_0 \frac{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_0}{\kappa T}} + 1}{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_0}{\kappa T}} - 1} \ln \frac{2\pi \sqrt{2\varepsilon}}{10 a \omega_0 \sqrt{m^*}} + \right. \\
 &\quad \left. + e^2 \omega_t \frac{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} + 1}{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} - 1} \ln 10 \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \right), \\
 r_2 &= \frac{\pi^2 \left(\frac{3}{4\pi} \right)^{1/3} e^4 h}{2 \sqrt{2 m^*} M a^5 \omega_t} \frac{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} + 1}{e^{\frac{\frac{h}{2\pi} \omega_t}{\kappa T}} - 1}.
 \end{aligned} \tag{38}$$

Изменение функции распределения вследствие ионизационных столкновений можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 (b - a)_1^{ион} &= 2\beta_1 N_1 Q(I + \\
 &+ 2\varepsilon) \sqrt{\frac{2(I + 2\varepsilon)}{m^*}} \int_0^\pi f_3(I + 2\varepsilon, \theta) \sin \theta d\theta \quad \text{при } \varepsilon \leq I,
 \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned}
 (b - a)_3^{ион} &= 2\beta_1 N_1 Q(I + 2\varepsilon) \sqrt{\frac{2(I + 2\varepsilon)}{m^*}} \int_0^\pi f_3(I + 2\varepsilon, \theta) \sin \theta d\theta - \\
 &- \beta_1 N_1 Q(\varepsilon) \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m^*}} \cdot f^3(\varepsilon, \theta) \quad \text{при } \varepsilon \geq I,
 \end{aligned} \tag{40}$$

где $f^3(\varepsilon, \theta)$ — функция распределения при $\varepsilon \geq I$, $Q(\varepsilon)$ — полное эффективное сечение ионизации, β_1 — число электронов на внешней оболочке ионизуемого атома, N_1 — число ионизуемых атомов в единице объема. При написании (39) и (40) предполагалось [9] (мы имеем в виду дело с энергиями порядка потенциала ионизации), что эффективное сечение ионизации изотропно как по отношению к направлению движения выбитого электрона, так и по отношению к направлению движения ионизирующего электрона после акта ионизации. Кроме того, предполагалось, что после акта ионизации и выбитый и ионизирующий электроны имеют одинаковую энергию. Последнее предположение вполне правдоподобно при $\varepsilon \sim I$. При последующих расчетах будет сделано также предположение о том [5], что

$$Q(\varepsilon) = S_0(\varepsilon - I), \tag{41}$$

где $S_0 = \text{const.}$

Перейдем теперь к решению кинетического уравнения. Всю совокупность значений ε разобьем на четыре области.

$$1. \quad 0 \leq \varepsilon \leq \frac{h}{2\pi} \omega_0.$$

Решение уравнения в этой области затруднительно ввиду невозможности разложения по малому параметру и отсутствию выражения для эффективного сечения рекомбинации. Это решение в дальнейшем нам не требуется.

$$2. \frac{\hbar}{2\pi} \omega_0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon'.$$

Функцию распределения в этой области обозначим через $f^1(\varepsilon, \theta)$. Подставив (22), (31) и (39) в уравнение (1), умножив затем полученное уравнение последовательно на $\sin \theta d\theta$, $\cos \theta \sin \theta d\theta$, $\left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2}\right) \sin \theta d\theta$ и проведя интегрирование по θ , получим в стационарном случае следующие три уравнения для определения f_0^1 , f_1^1 , f_2^1 :

$$\frac{d}{d\varepsilon} \left[\frac{1}{3} \left(\frac{2}{m^*} \right)^{1/2} e E \varepsilon f_1^1 - a_1 f_0^1 - b_1 \frac{df_0^1}{d\varepsilon} \right] = \varepsilon^{1/2} (b - a)_1^{\text{uon}}, \quad (42-1)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{m^*} \right)^{1/2} e E \varepsilon^{1/2} \frac{df_0^1}{d\varepsilon} + \frac{2}{5} \left(\frac{2}{m^*} \right)^{1/2} e E \varepsilon^{1/2} \frac{df_1^1}{d\varepsilon} + \\ & + \frac{6}{5} \left(\frac{1}{2m^*} \right)^{1/2} \frac{eE}{\varepsilon^{1/2}} f_2^1 = \frac{-r_1}{\varepsilon^{1/2}} f_1^1, \end{aligned} \quad (42-2)$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{2}{m^*} \right)^{1/2} e E \varepsilon^{1/2} \frac{df_1^1}{d\varepsilon} - \frac{2}{3} \left(\frac{1}{2m^*} \right)^{1/2} \frac{eE}{\varepsilon^{1/2}} f_1^1 = - \frac{3r_1}{\varepsilon^{1/2}} f_2^1. \quad (42-3)$$

Отбрасывая в левой части уравнения (42-2) два последние члена и решая после этого уравнения (42-1) и (42-2), получим (мы пренебрегли слабой зависимостью коэффициентов a_1 и b_1 от ε)

$$\begin{aligned} f_0^1 &= C_1 + C_2 y_1(\varepsilon) - \frac{1}{a_1} \int \varepsilon^{1/2} (b - a)_1^{\text{uon}} d\varepsilon + \\ & + \frac{y_1(\varepsilon)}{a_1} \int \frac{\varepsilon^{1/2} (b - a)_1^{\text{uon}}}{y_1(\varepsilon)} d\varepsilon, \end{aligned} \quad (43)$$

$$f_1^1 = - \frac{e \sqrt{\frac{2}{m^*}} E}{r_1} \varepsilon \frac{df_0^1}{d\varepsilon}, \quad (44)$$

где

$$y_1(\varepsilon) = \exp \left(- \int_0^\varepsilon \frac{a_1 d\varepsilon}{b_1 + p_1 E^2 \varepsilon^2} \right), \quad (45)$$

$$p_1 = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^* r_1}. \quad (46)$$

Оценим предел применимости нашего приближения. Отмечая, что по порядку величины $\frac{df_1^1}{d\varepsilon} \approx \frac{f_1^1}{\varepsilon}$ и $\frac{df_2^1}{d\varepsilon} \approx \frac{f_2^1}{\varepsilon}$, получим, что наше приближение справедливо при

$$|f_2^1| \ll \left| \varepsilon \frac{df_0^1}{d\varepsilon} \right|. \quad (47)$$

Из (42—3) и (44) получим

$$|f_1^2| \approx \left| \frac{2 e^2 E^2 \varepsilon}{9 m^* r_1^2} \frac{df_0^1}{d\varepsilon} \right|,$$

после чего условие (47) запишется в виде

$$E \ll \left| \frac{3 \sqrt{m^*} r_1}{\sqrt{2} e} \right|, \quad (48)$$

что дает для NaCl, например, $E \ll 3,4 \cdot 10^7 \frac{\text{в}}{\text{см}}$.

3. $\varepsilon'' \ll \varepsilon \leq I$,

Допустим, что функция распределения $f^3(\varepsilon, \theta)$ так резко убывает с ростом разности $\varepsilon - I$, что членом $(b-a)_1^{\text{ион}}$ в области $\varepsilon'' \ll \varepsilon \leq I$ можно пренебречь (ε'' для NaCl равна 1,83 эв). Решая при этом предположении уравнение (1) в стационарном случае с учетом (22) и (37), получим (функцию распределения в области $\varepsilon'' \ll \varepsilon \leq I$ обозначим через $f^2(\varepsilon, \omega)$)

$$f_0^2 = - \frac{j}{2 \pi (2 m^*)^{3/2} Q_2} + C_3 y_2(\varepsilon), \quad (49)$$

$$f_1^2 = - \left(\frac{2}{m^*} \right)^{1/2} \frac{e E}{r_2} \varepsilon^2 \frac{df_0^2}{d\varepsilon}, \quad (50)$$

где

$$j = \frac{8 \pi}{3} m^* e E \varepsilon f_1^2 - 2 \pi (2 m^*)^{3/2} \left(a_2 f_0^2 + b_2 \frac{df_0^2}{d\varepsilon} \right) = \text{const} \quad (51)$$

есть поток электронов в энергетическом пространстве,

$$y_2(\varepsilon) = \exp \left(- \int_{\varepsilon''}^{\varepsilon} \frac{a_2 d\varepsilon}{b_2 + p_2 E^2 \varepsilon^3} \right), \quad p_2 = \frac{2 e^2}{3 m^* r_2}. \quad (52)$$

Уравнения (49) и (50) справедливы при

$$E \ll \frac{3 \sqrt{m^*} r_2}{\sqrt{2} e \varepsilon}, \quad (53)$$

что для NaCl, даже при $\varepsilon = I$, дает $E \ll 6,3 \cdot 10^6 \frac{\text{в}}{\text{см}}$.

4. $\varepsilon \gg I$.

В этой области значений ε можно пренебречь столкновениями электронов на колебаниях решетки по сравнению с ионизационными столкновениями¹⁾, а также, вследствие резкого убывания $f^3(\varepsilon, \theta)$ с ростом ε (ниже это будет показано) той частью ионизационного члена (40), которая учитывает приход электронов из областей более высоких значений $\varepsilon \geq 2I$.

¹⁾ Число ионизационных столкновений в единицу времени, например для NaCl, равно $\beta_1 \cdot N_1 \cdot v \cdot Q(\varepsilon) \approx 2 \cdot 10^{14}$ при $\beta_1 = 6$, $N_1 = \frac{1}{2 a^3} = 2,25 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$, $v = \sqrt{\frac{2I}{m}} = 1,88 \cdot 10^8 \frac{\text{см}}{\text{сек}}$, $S_0 = 2,4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{сек}^2}{2}$, $\varepsilon - I = 2 \text{ эв}$, в то время как число столкновений

на колебаниях решетки при $\varepsilon \approx I$ равно $\frac{1}{\tau} = \frac{r_2}{I^{3/2}} \approx 4 \cdot 10^{13}$ ((38), (41) и табл. 1).

Следовательно, уравнение (1) при $\frac{\partial f^3}{\partial t} = 0$ запишется в этом случае приближенно в виде (см. (40) и (41))

$$eE \frac{\partial f^3}{\partial p_z} = -\beta_1 N_1 S_0 \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m^*}} (\varepsilon - I) \cdot f^3(\varepsilon, \theta) \quad (54)$$

или

$$\begin{aligned} eE \sqrt{\frac{2}{m^*}} \cdot \varepsilon^{1/2} x \frac{\partial f^3}{\partial \varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{2m^*}} eE \frac{1-x^2}{\varepsilon^{1/2}} \frac{\partial f^3}{\partial x} = \\ = -\beta_1 N_1 S_0 \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m^*}} (\varepsilon - I) \cdot f^3(\varepsilon, \theta), \end{aligned} \quad (55)$$

где $x = \cos \theta$.

Решая уравнение в частных производных (55) в предположении, что при $\varepsilon = I$ $f^3(\varepsilon, \theta) = f^2(\varepsilon, \theta)$ получим

$$\begin{aligned} f^3(\varepsilon, x) = f^2(I, \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}) \times \\ \times \exp \left\{ -\frac{2q}{E} \left[y(\varepsilon, x) - y \left(I, \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \text{где } y(\varepsilon, x) = \frac{1}{2} \varepsilon^2 x + \frac{3}{4} \varepsilon^2 x(1-x^2) - I \varepsilon x + \\ + \frac{3}{8} \varepsilon^2 (1-x^2)^2 \ln \frac{1+x}{1-x} - \frac{I\varepsilon}{2} (1-x^2) \ln \frac{1+x}{1-x}, \end{aligned} \quad (57)$$

$$q = \frac{\beta_1 N_1 S_0}{2e}, \quad (58)$$

$$\begin{aligned} y \left(I, \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} \right) = -\frac{1}{2} I^2 \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} - \\ - \frac{3}{4} \varepsilon I (1-x^2) \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} + I^2 \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} + \\ + \frac{3}{4} \varepsilon^2 (1-x^2)^2 \ln \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}} - \\ - \frac{\varepsilon I}{2} (1-x^2) \ln \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}}. \end{aligned} \quad (59)$$

Из (49) и (50) имеем

$$f^2 \left(I, \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} \right) = -\frac{j}{2\pi(2m^*)^{3/2} a^2} +$$

$$+ C_3 y_2(I) \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a^2 e E I^2}{r_2(b_2 + p_2 E^2 I^3)} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)} \right]. \quad (60)$$

Заметим, что $\sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}$ надо брать со знаком плюс для дырок и знаком минус для электронов. Формулы (59) и (60) написаны для электронов.

Из решения (56) следует, что значения углов θ между направлением скорости и направлением $e\vec{E}$ для электронов с данной энергией ε заключены в интервалах $0 \leq \theta \leq \theta_m$ и $\pi - \theta_m \leq \theta \leq \pi$, где

$$\theta_m = \arcsin \sqrt{\frac{I}{\varepsilon}}, \quad (61)$$

так как при углах, не попадающих в эти интервалы, решение становится мнимым. Более того, первый из этих интервалов для электронов (второй для дырок) также не следует учитывать, так как в этом случае решение (56) расходится при $\varepsilon \rightarrow \infty$. Таким образом, при $\varepsilon > I$ электроны могут двигаться лишь под острыми углами к направлению действия силы $e\vec{E}$, что согласуется с нашими предположениями об отсутствии в этой области значений ε столкновений, перераспределяющих электроны по углам.

Итак, мы определили функцию распределения электронов проводимости при всех значениях ε за исключением $\varepsilon \sim 0$. Однако нам неизвестны значения постоянных C_1 , C_2 , C_3 , и j . Значения трех из этих постоянных могут быть определены из условий сравнения функций f^1_0 и f^2_0 и их первых производных при $\varepsilon = \varepsilon'$ и из условия равенства в стационарном случае потока электронов j в энергетическом пространстве через границу $\varepsilon = I$ числу ионизаций в единицу времени N_i , что дает, если учесть (32), (38), (41), (43), (45), (46), (49), (52) и пренебречь при $\varepsilon = \varepsilon''$ двумя последними членами в (43),

$$C_1 = - \frac{j}{2 \pi (2 m^*)^{3/2} a_2}, \quad (62)$$

$$C_3 = C_2 y_1(\varepsilon''), \quad (63)$$

$$\begin{aligned} j(I) = N_i &= \beta_1 N_1 S_0 \int \sqrt{\frac{2}{m^*}} \varepsilon (\varepsilon - I) f^3(\varepsilon, \theta) dp_x dp_y dp_z = \\ &= 4\pi m^* \beta_1 N_1 S_0 \int_{\pi-\theta_m}^{\pi} \int_I^{\infty} \varepsilon (\varepsilon - I) f^3(\varepsilon, \theta) d\varepsilon \sin \theta d\theta. \end{aligned} \quad (64)$$

Заметим теперь, что при $S_0 \approx 2.10^{-6} \frac{\text{сек}^2}{2}$ (табл. 1) и $\beta_1 = 6$, $N_1 \approx 3.10^{22} \text{ см}^{-3}$ функция $f^3(\varepsilon, \theta)$ практически равна нулю уже при $\varepsilon \approx 1.5I$. Заметим также, что при $\theta \rightarrow \pi$ (см. (56)–(60)),

$$y(\varepsilon, x) = y(I, \sqrt{1 - \frac{\varepsilon}{I}(1-x^2)}) \approx - \frac{(\varepsilon - I)^2}{2}. \quad (65)$$

Принимая во внимание эти обстоятельства, интеграл в (64) можно представить с достаточной степенью точности в виде¹⁾ (величина q для электронов отрицательна)

$$\begin{aligned}
& \int_{\pi-\theta_m}^{\pi} \int_I^{\infty} \varepsilon(\varepsilon-I) f^3(\varepsilon, \theta) d\varepsilon \sin \theta d\theta = \\
& = \left[C_1 + C_2 y_1(\varepsilon'') y_2(I) \right] \int_I^{\infty} \varepsilon(\varepsilon-I) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{I}{1,3\varepsilon}} e^{\frac{q}{E}(\varepsilon-I)^2} d\varepsilon - \right. \\
& \quad \left. - C_2 \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 I^2 y_2(I) eE y_1(\varepsilon'')}{r_2(b_2 + p_2 I^3 E^2)} \int_I^{\infty} \varepsilon(\varepsilon-I) \times \right. \\
& \quad \left. \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1,3\varepsilon - I}{\sqrt{1,3\varepsilon I}} \ln \frac{1 - \sqrt{\frac{I}{1,3\varepsilon}}}{\sqrt{1 - \frac{I}{1,3\varepsilon}}} \right) e^{\frac{q}{E}(\varepsilon-I)^2} d\varepsilon \right]. \quad (67)
\end{aligned}$$

Разлагая в (67) логарифмический множитель и $\sqrt{1 - \frac{I}{1,3\varepsilon}}$ в ряд по $\frac{I}{1,3\varepsilon}$ и ограничиваясь двумя первыми членами разложения, получим после интегрирования по ε

$$\begin{aligned}
& \int_{\pi-\theta_m}^{\pi} \int_I^{\infty} \varepsilon(\varepsilon-I) f^3(\varepsilon, \theta) d\varepsilon \sin \theta d\theta = \\
& = -\frac{IE}{5,2q} \left[C_1 + C_2 y_1(\varepsilon'') y_2(I) - C_2 y_2(I) \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 I^2 eE y_1(\varepsilon'')}{r_2(b_2 + p_2 I^3 E^2)} \right]. \quad (68)
\end{aligned}$$

Комбинация (62), (64) и (68) дает

$$C_1 = C_2 - \frac{eIE y_1(\varepsilon'') y_2(I)}{2,6(2m^*)^{1/2} a_2 - eIE} \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 I^2 eE}{r_2(b_2 + p_2 I^3 E^2)} \right]. \quad (69)$$

Определив функцию $f^3(\varepsilon, \theta)$ и соотношения между постоянными, мы можем оценить величину двух последних членов в (43). Используя (39),

¹⁾ Мы применили формулу (65) при всех возможных значениях углов, зависящих тем самым от результата интегрирования по θ , ибо с увеличением отклонения θ от π функция f^3 убывает. Однако это завышение мы скомпенсировали уменьшением интервала возможных значений θ , заменив формулу (61) формулой (66)

$$\theta_m = \arcsin \sqrt{\frac{I}{1,3\varepsilon}}.$$

Численное интегрирование оправдывает такую аппроксимацию.

(41), (43), (45) и проводя интегрирование по θ также, как при вычислении числа ионизаций, получим для первого из этих членов значение, равное

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a_1} \int_0^\varepsilon \varepsilon^{1/2} (b-a)_1^{uon} d\varepsilon \approx \\ & \approx C_2 \frac{2 e I E y_1(\varepsilon'') y_2(I)}{2,6 \sqrt{2 m^*} a_1} \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 I^2 e E}{r_2 (b_2 + p_2 I^3 E^2)} \right] \times \\ & \times \left(1 + \frac{e I E}{2,6 \sqrt{2 m^*} a_2 - e I E} \right) \sqrt{\frac{\varepsilon}{I + 2\varepsilon}} e^{\frac{4q}{E} \varepsilon^2}, \end{aligned} \quad (70)$$

что составляет по модулю при $S_0 = 2 \cdot 10^{-6} \frac{сек^2}{2}$, $\beta_1 = 6$, $N_1 \approx 3 \cdot 10^{22} см^{-3}$

и $E \approx 10^6 \frac{в}{см}$ около 0,2 и меньше от первого члена в (43) и еще меньшую долю от второго члена при всех значениях ε . Таким образом, влияние третьего члена в (43) на функцию распределения сравнительно мало. Четвертый член также сравнительно мал, ибо его верхний предел равен $\frac{1}{a_1} \int_0^\varepsilon \varepsilon^{1/2} (b-a)_1^{uon} d\varepsilon$, т. е. третьему члену. Заметим к тому же, что тре-

тий и четвертый члены имеют разные знаки. Вышеприведенная оценка показывает, что пренебрежение членом $(b-a)_1^{uon}$ в области $\varepsilon'' \leq \varepsilon \leq I$ является вполне оправданным (интеграл в (70) резко убывает с ростом ε).

Учитывая (62), (63) и (69), получим с точностью до нормировочной постоянной C_2 следующие выражения для функций f^1 , f^2 , f^3 (см. (43), (44), (49), (50), (56), (60)):

$$\begin{aligned} f_1 = C_2 & \left\{ \frac{e I E y_1(\varepsilon'') y_2(I)}{2,6 (2 m^*)^{1/2} a_2 - e I E} \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 I^2 e E}{r_2 (b_2 + p_2 I^3 E^2)} \right] + \right. \\ & \left. + y_1(\varepsilon) \left[1 + \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_1 e E \varepsilon}{r_1 (b_1 + p_1 E^2 \varepsilon^2)} \cos \theta \right] \right\} - \\ & - \frac{1}{a_1} \int_0^\varepsilon \varepsilon^{1/2} (b-a)_1^{uon} d\varepsilon + \frac{y_1(\varepsilon)}{a_1} \int_0^\varepsilon \frac{\varepsilon^{1/2} (b-a)_1^{non}}{y_1(\varepsilon)} d\varepsilon, \end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned} f^2 = C_2 & \left\{ \frac{e I E y_1(\varepsilon'') y_2(I)}{2,6 (m^*)^{1/2} a_2 - e I E} \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 I^2 e E}{r_2 (b_2 + p_2 I^3 E^2)} \right] + \right. \\ & \left. + y_1(\varepsilon'') y_2(\varepsilon) \left[1 + \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*}} a_2 e E \varepsilon^2}{r_2 (b_2 + p_2 \varepsilon^3 E^2)} \cos \theta \right] \right\}, \end{aligned} \quad (72)$$

$$f^3 = C_2 y_1(\epsilon'') y_2(I) \left\{ 1 + \frac{eIE}{2,6(2m^*)^{1/2} a_2 - eIE} \left[+1 \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*} a_2 I^2 eE}}{r_2(b_2 + p_2 I^3 E^2)} \right] - \right. \\ \left. - \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*} a_2 I^2 eE}}{r_2(b_2 + p_2 I^3 E^2)} \sqrt{1 - \frac{1,3\epsilon}{I} (1 - x^2)} \right\} e^{-\frac{q}{E}(\epsilon - I)^2} \quad (73)^1,$$

Соотношения (71)–(73) определяют функцию распределения в стационарном случае.

Для нахождения напряженности поля $E = E_{np}$, при которой стационарное решение невозможно, применим критерий, сформулированный впервые в работе [10]. Сущность этого критерия заключается в следующем.

Введем два характеристических значения энергии: 1) $\epsilon_{1/2}$ — такое значение энергии, в области выше которого и ниже которого приходит одинаковое число электронов после ионизации; 2) ϵ_p — такое значение энергии, при котором электрон в среднем находится в равновесии, т. е. имеет место баланс между энергией, отдаваемой в единицу времени решетке, и энергией, получаемой от поля.

Исходя из определения значения $\epsilon_{1/2}$, может быть найдено из уравнения

$$\int_0^{\epsilon_{1/2}} \int_{\pi-\theta_m}^{\pi} \int_0^{2\pi} \beta_1 N_1 \sqrt{\frac{2(I+2\epsilon)}{m^*}} Q(I+ \\ + 2\epsilon) f^3(I+2\epsilon, \theta) \frac{1}{2} (2m^*)^{3/2} \sqrt{I+2\epsilon} d(I+2\epsilon) \sin \theta d\theta d\varphi = \\ = \int_{\epsilon_{1/2}}^{\infty} \int_{\pi-\theta_m}^{\pi} \int_0^{2\pi} \beta_1 N_1 \sqrt{\frac{2(I+2\epsilon)}{m^*}} Q(I+2\epsilon) f^3(I+ \\ + 2\epsilon, \theta) \frac{1}{2} (2m^*)^{3/2} \sqrt{I+2\epsilon} d(I+2\epsilon) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (74)$$

Учитывая (41), (66) и (73) и проводя интегрирование по всем трем переменным, получим

$$\epsilon_{1/2} = \sqrt{\frac{\ln 2 \cdot |e| \cdot E}{2 \beta_1 N_1 \cdot S_0}}. \quad (75)$$

Величину ϵ_p можно определить из уравнения

$$B(\epsilon_p) = eE v_z(\epsilon_p) = eE \frac{\int_0^{\pi} f(\epsilon_p, \theta) v_p \cos \theta \sin \theta d\theta}{\int_0^{\pi} f(\epsilon_p, \theta) \sin \theta d\theta}, \quad (76)$$

¹⁾ При написании выражения (73) были учтены замечания, высказанные в примечании на стр. 57.

где $B(\epsilon_p)$ — средние энергетические потери в единицу времени для электронов с энергией ϵ_p , определяемые по формуле (см. (11), (16), (17) и т. д.)

$$B(\epsilon_p) = 4\pi a^3 N \int \frac{h}{2\pi} \omega \left(p_L^e - p_L^a \right) L^2 dL \sin \alpha d\alpha. \quad (77)$$

Проводя интегрирование в (77) и используя (71) и (72), получим вместо (76)

$$\frac{\frac{2}{3} \frac{e^2 E^2 \epsilon_p^2}{m^*}}{\left(r_1 b_1 + \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2 \epsilon_p^2}{m^*} \right) \left(1 - \frac{p_0}{y_1(\epsilon_p)} \right)} = 1 \text{ при } \epsilon_p < \epsilon'', \quad (78)$$

$$\frac{\frac{2}{3} \frac{e^2 E^2 \epsilon_p^3}{m^*}}{\left(r_2 b_2 + \frac{2}{3} \frac{e^2 E^2 \epsilon_p^3}{m^*} \right) \left(1 - \frac{p_0}{y_1(\epsilon'') y_2(\epsilon_p)} \right)} = 1 \text{ при } \epsilon'' < \epsilon_p < I, \quad (79)$$

где

$$p_0 = \frac{|e| I E y_1(\epsilon'') y_2(I)}{2,6 (2 m^*)^{1/2} a_2 + |e| I E} \left[1 + \sqrt{\frac{2}{m^*} a_2 I^2 |e| E} \right], \quad (80)$$

$a_1, b_1, r_1, y_1(\epsilon), a_2, b_2, r_2, y_2(\epsilon)$ определяются по формулам (32), (38), (45) и (52). При написании (78) мы, в соответствии с вышеприведенными оценками, отбросили в (71) два последних члена.

Расчет показывает, что $\epsilon_{1/2}$ растет, а ϵ_p убывает с ростом напряженности поля E , причем все электроны с энергией $\epsilon > \epsilon_p$ ускоряются, а электроны с энергией $\epsilon < \epsilon_p$ замедляются.

Заметим теперь, что в область $\epsilon \leq I$ вследствие ионизации приходит в единицу времени $2N_i$ электронов¹⁾ (N_i — число ионизаций в единицу времени), а уходит $j = N_i$ электронов. Следовательно, стационарное состояние возможно лишь тогда, когда в области $\epsilon \leq I$ рекомбинирует в единицу времени N_i электронов (число ионизаций должно равняться числу рекомбинаций). Можно утверждать, что последнее условие обязательно выполняется, если $\epsilon_{1/2} < \epsilon_p$. Действительно, в этом случае акт ионизации приводит в среднем к появлению меньше, чем одного электрона,

способного быть ускоренным полем и вызвать новую ионизацию (рис. 1а).

При данных обстоятельствах из появившихся в области $0 \leq \epsilon \leq I$ в результате ионизации $2N_i$ электронов тормозится решеткой и имеет возможность попасть в область малых ϵ , где возможна рекомбинация, в среднем больше, чем N_i электронов. Следовательно, в данном случае рекомбинация сможет скомпенсировать ионизацию. Поток электронов j и число ионизаций N_i при $\epsilon_p > \epsilon_{1/2}$ определяются числом флюктуационных

забросов электронов из области $\epsilon < \epsilon_p$ в область $\epsilon > \epsilon_p$ и являются постоянными величинами при данном поле и данной температуре. Итак, при $\epsilon_p > \epsilon_{1/2}$ нарушение стационарного режима электропроводности невозможно.

При $\epsilon_p < \epsilon_{1/2}$ акт ионизации приводит в среднем к появлению больше, чем

¹⁾ Ионизирующий и выбитый электроны после ионизации попадают в область $\epsilon \leq I$, так как, вследствие резкого убывания функции $f^3(\epsilon, \theta)$ с ростом ϵ , число электронов с энергией $\epsilon \geq 3I$ ничтожно мало.

одного электрона, способного быть ускоренным полем и вызвать новую ионизацию (рис. 1б). В этом случае электроны замедляются решеткой и имеется возможность рекомбинировать в среднем меньше, чем N_i электронов, и рекомбинация не может скомпенсировать ионизацию. Поток электронов через границу $\epsilon = I$ и число ионизаций непрерывно растут и приобретают цепной характер. Следовательно, в этом случае стационарное состояние электропроводности невозможно.

Из рассмотрения этих двух случаев следует, что условием нарушения электрической прочности является выполнение равенства

$$\epsilon_{1/2}(E_{np}) = \epsilon_p(E_{np}). \quad (81)$$

Комбинация уравнений (75), (78), (79) и (81) позволяет определить значение пробивной напряженности кристалла. Применим полученные результаты к щелочно-галогидным кристаллам, для которых имеется наиболее детальный экспериментальный материал по электрическому пробую.

За исключением параметра S_0 , входящего в выражение для эффективного сечения ионизации, все величины в уравнениях (75), (78), (79) могут быть вычислены по формулам (24), (25), (32), (35), (38), (45), (52), (80) при подстановке в эти формулы экспериментальных значений приведенной массы M , постоянной решетки a , диэлектрической постоянной κ , квадрата показателя преломления света κ_0 , частоты остаточного излучения ω_t , потенциала ионизации I (табл. 1¹⁾).

Зная опытные значения пробивной напряженности при комнатной температуре, мы можем из вышеуказанных уравнений определить постоянную S_0 и эффективное сечение ионизации. Результаты расчетов приведены в табл. 1. Из табл. 1 видно, что эффективные сечения ионизации для щелочно-галогидных кристаллов близки друг к другу и равны по порядку величины 10^{-16} см^2 . Заметим, что это значение очень близко к величинам эффективных сечений ионизации в газах при тех же значениях ϵ [12], что указаны в табл. 1. Поэтому значение, полученное нами для эффективного сечения ионизации, представляется вполне разумным. Результаты теоретического расчета представляются еще более обнадеживающими, если учесть, что при увеличении или уменьшении S_0 на порядок от указанного в таблице 1 значения величина E_{np} увеличивается или уменьшается, соответственно, менее чем в 2 раза по сравнению с опытным ее значением. Следовательно, теория дает правильный порядок величины пробивной напряженности для щелочно-галогидных кристаллов при значении эффективного сечения ионизации, заключенного в интервале $10^{-15} - 10^{-17} \text{ см}^2$. Расчет показывает, что пробивная напряженность растет с ростом эффективного сечения ионизации. Физически это понятно. Действительно, чем больше эффективное сечение ионизации, тем резче убывает с ростом ϵ функция распределения электронов в области $\epsilon \geq I$ (см. (73)), тем меньше средняя энергия электронов после ионизации, тем

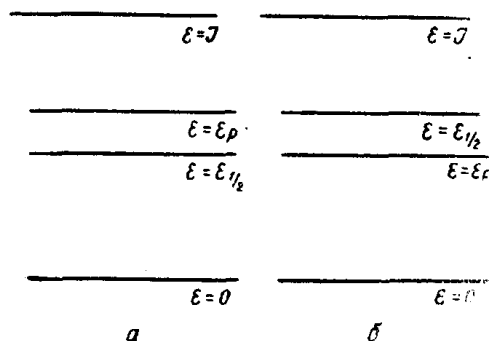


Рис. 1а и б. Половина электронов, возникших в результате ионизации, имеет энергию $\epsilon > \epsilon_{1/2}$, а вторая половина — энергию $\epsilon < \epsilon_{1/2}$. Электроны с энергией $\epsilon > \epsilon_p$ ускоряются, электроны с энергией $\epsilon < \epsilon_p$ замедляются.

¹⁾ Значения $\frac{h}{2\pi} \omega_t$, E_{np} взяты из [11], а значения κ , κ_0 из [4] (стр. 21). Значения потенциалов ионизации I кристаллов NaCl, KCl, RbCl, NaBr, KBr, RbBr определялись по положению второго максимума полосы поглощения [4] (стр. 116), а значения потенциалов ионизации кристаллов LiF, NaF, KF, NaJ, KJ, RbJ определялись по положению первого максимума полосы поглощения [11].

Таблица 1

Теоретические значения постоянной S_0 и эффективного сечения ионизации для щелочно-галогидных кристаллов

Кристал- лы	M в $z \cdot 10^{24}$	a в $\text{\AA}$	z	z_0	$\frac{h}{2\pi} \omega_t$ в эв	ϵ'' в эв	I в эв	$N_1 = \frac{1}{2a^3}$ в $\text{см}^{-3} \cdot 10^{-22}$	$E_{np} \left(\begin{smallmatrix} \text{опыт} \\ \text{при} \\ T=300^\circ\text{K} \end{smallmatrix} \right)$ в $\frac{\text{э}}{\text{см}} \cdot 10^{-6}$	$\epsilon_{1/2}(E_{np}) =$ $\epsilon_p(E_{np})$	S_0 в $\frac{\text{сек}^2}{z}$	$Q(\epsilon) \cdot 10^{16}$ при $\epsilon - 1 = 50$ эв
LiF	10,15	2,008	9,27	1,92	0,072	3,59	11,5	6,18	3,1	2,05	$0,43 \cdot 10^{-6}$	0,34
NaF	17,26	2,312	6,0	1,74	0,033	2,71	9,2	4,05	2,4	1,38	$1,12 \cdot 10^{-6}$	0,90
KF	21,23	2,669	6,05	1,85	0,03	2,03	10,4	2,63	1,8	1,13	$1,91 \cdot 10^{-6}$	1,53
NaCl	23,2	2,81	5,62	2,25	0,024	1,83	9,6	2,25	1,5	1,0	$2,4 \cdot 10^{-6}$	1,92
KCl	30,9	3,14	4,68	2,13	0,019	1,47	9,4	1,61	1,0	1,03	$2,1 \cdot 10^{-6}$	1,68
RbCl	41,7	3,27	5,0	2,19	0,017	1,35	8,9	1,43	0,83	0,94	$2,36 \cdot 10^{-6}$	1,89
NaBr	29,7	2,97	5,99	2,62	0,018	1,64	8,5	1,91	0,81	1,8	$0,47 \cdot 10^{-6}$	0,38
KBr	43,5	3,29	4,78	2,33	0,015	1,34	8,4	1,40	0,7	1,15	$1,36 \cdot 10^{-6}$	1,09
RbBr	68,9	3,42	5,0	2,33	0,011	1,24	7,9	1,25	0,63	0,92	$2,13 \cdot 10^{-6}$	1,71
NaJ	32,32	3,225	6,60	2,91	0,016	1,39	5,37	1,49	0,7	1,58	$0,67 \cdot 10^{-6}$	0,54
KJ	49,63	3,522	4,94	2,69	0,013	1,17	5,6	1,14	0,6	1,06	$1,68 \cdot 10^{-6}$	1,35
RbJ	84,66	3,664	5,0	2,63	0,0105	1,08	5,5	1,02	0,5	0,76	$3,03 \cdot 10^{-6}$	2,43

труднее вновь ускорить электроны, возникшие в результате ионизации, тем, следовательно, выше $E_{пр.}$. Однако зависимость $E_{пр.}$ от эффективного сечения ионизации, как было сказано выше, является очень слабой. Последнее обстоятельство подтверждается на опыте тем фактом, что самые разнообразные диэлектрики, состоящие из атомов с различными эффективными сечениями ионизации, имеют один и тот же порядок величины $E_{пр.}$. Температурная зависимость $E_{пр.}$ для KBr, рассчитанная по теории при $S_0 = 1,36 \cdot 10^{-6} \frac{сек^2}{2}$ (см. табл. 1), приведена на рис. 2. Таков же

характер температурной зависимости $E_{пр.}$ и для других щелочно-галогидных кристаллов. На том же рис. 2 приведена температурная зависимость $E_{пр.}$ для KBr, полученная Хиппелем и Алгером [13] на опыте при испытаниях в импульсном режиме длительностью 10^{-6} сек. Как видно из рис. 2, теория вполне удовлетворительно согласуется с опытными данными, полученными на импульсах длительностью 10^{-6} сек, когда электрический пробой не осложняется побочными эффектами типа разогрева и высоковольтной поляризации. Зависимость пробивной напряженности от параметров решетки характеризуется следующими данными.

Например, величина $E_{пр.}$ для KBr возрастает в 1,64 раза при уменьшении приведенной массы M в два раза, возрастает в 6,14 раза при уменьшении постоянной решетки в два раза и уменьшается в 2,3 раза при увеличении частоты колебаний решетки в 3 раза. Такая зависимость $E_{пр.}$ от параметров решетки вполне понятна физически. Действительно, чем меньше M , тем больше энергии отдает электрон решетке при каждом столкновении, тем труднее его ускорить до потенциала ионизации, тем выше $E_{пр.}$; чем меньше a , тем меньше длина свободного пробега, тем труднее опять-таки ускорить электрон до потенциала ионизации, тем выше $E_{пр.}$; чем больше ω , тем меньшее число колебаний возбуждены при данной температуре, тем слабее рассеяние электронов на колебаниях решетки, тем легче ускоряется электрон, тем ниже, следовательно, $E_{пр.}$.

Зависимость пробивной напряженности от потенциала ионизации в нашем случае определить затруднительно, ибо мы не знаем зависимости S_0 от I . Если же считать, что S_0 не зависит от I , то зависимость $E_{пр.}$ от I практически отсутствует.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе сделана попытка построить теорию нарушения электрической прочности ионных кристаллов на основе интегро-дифференциального уравнения Больцмана. Получен критерий нарушения электрической прочности.

Полученные с помощью этого критерия теоретические значения пробивной напряженности находятся в удовлетворительном согласии с опы-

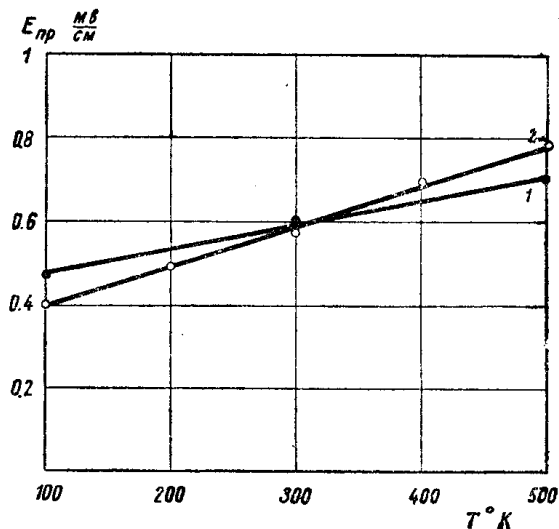


Рис. 2. Экспериментальные и теоретические кривые температурной зависимости $E_{пр.}$.

1 — опытная; 2 — теоретическая.

том при разумных значениях эффективного сечения ионизации. Теория дает согласующуюся с опытом температурную зависимость E_{np} и позволяет сделать заключение о зависимости E_{np} от различных параметров решетки. Изложенная выше теория имеет следующие границы применимости:

1. Электрическое поле должно быть однородным.
2. Толщина диэлектрика L должна быть гораздо больше длины l^* , пройдя которую, электрон приобретает энергию, необходимую для ионизации. Это необходимо для образования достаточно мощной электронной лавины, способной вызвать разрушение материала. Длина l^* может быть определена из следующих соображений.

Из формул (44) и (50), которые можно переписать в виде

$$f_1^1 = -eEl_0(\varepsilon) \frac{df_0^1}{d\varepsilon}, \quad f_2^1 = -eEl_0(\varepsilon) \frac{df_0^2}{d\varepsilon}, \quad (82)$$

следует, что длина свободного пробега электрона равна

$$l_0(\varepsilon) = \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*} - \varepsilon}}{r_1} \text{ при } \varepsilon < \varepsilon'', \quad l_0(\varepsilon) = \frac{\sqrt{\frac{2}{m^*} \varepsilon^2}}{r_2} \text{ при } \varepsilon'' < \varepsilon < I. \quad (83)$$

Усредненная в интервале от ε_1 до ε_2 длина свободного пробега принимает значение

$$\bar{l}_0(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{\int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} l_0(\varepsilon) d\varepsilon}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}. \quad (84)$$

Вероятность того, что электрон пройдет без столкновений длину l , отличную от $\bar{l}_0$, равна

$$W = e^{-\frac{l}{\bar{l}_0}}. \quad (85)$$

Двигаясь без столкновений в поле E , электрон приобретает энергию, равную разности $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ на длине

$$l_1(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{|e|E}. \quad (86)$$

Из (85) и (86) следует, что при учете столкновений ту же энергию электрон получит на длине

$$l_2(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = l_1 e^{-\frac{l_1}{\bar{l}_0}} \quad (87)$$

Выше было показано, что при нарушении электрической прочности большинство электронов совершает ионизацию при энергии $\varepsilon \approx I + 2\varepsilon_p$, а после ионизации имеет энергию $\varepsilon \approx \varepsilon_p = \varepsilon_{1/2}$. Следовательно, длина l^* , пройдя которую в условиях нарушения электрической прочности, электрон приобретает энергию, необходимую для ионизации, равна

$$l^* = l_2(I + 2\varepsilon_p, \varepsilon_p) \approx \frac{I + \varepsilon_p}{|e|E_{np}} \exp \left[-\frac{3r_2 \sqrt{\frac{m^*}{2}} (I + \varepsilon_p)^2}{(I + 2\varepsilon_p)^3 |e|E_{np}} \right], \quad (88)$$

что дает для NaCl (табл. 1) значение $l^* \approx 10^{-4}$ см. Следовательно, теория применима для толщины диэлектрика $L \gg 10^{-4}$ см. При значениях L , сравнимых с l^* , должно, повидимому, наблюдаться увеличение пробивной напряженности с уменьшением L , т. е. упрочнение диэлектриков. Действительно, на опыте упрочнение диэлектриков наблюдается при $L \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ см [14].

3. Время наложения напряжения t должно быть не меньше времени распространения электронной лавины от одного электрода до другого. Время распространения электронной лавины t_L может быть определено по формуле

$$t_L = t_0 e^{\frac{t_0}{t^*}}, \quad (89)$$

где

$$t_0 = \sqrt{\frac{2m^*L}{|e|E_{np}}} \quad (90)$$

есть время прохождения электроном в поле $E = E_{np}$ пути L при отсутствии столкновений

$$t^* = \bar{\tau} e^{\frac{t_u}{\tau}} \quad (91)$$

есть время между двумя ионизационными столкновениями при учете рассеяния на колебаниях решетки,

$$t_u = \frac{\sqrt{2(I+2\varepsilon_p)m^*}}{|e|E_{np}} \quad (92)$$

есть время между двумя ионизационными столкновениями без учета рассеяния на колебаниях решетки,

$$\bar{\tau} \approx \frac{2(I+2\varepsilon_p)^{5/2}}{5r_2(I+\varepsilon_p)} \quad (93)$$

есть среднее время (в интервале от ε_p до $I+2\varepsilon_p$) между двумя столкновениями на колебаниях решетки. При $L \approx 0,1$ см для NaCl получим $t_L = 1,56 \cdot 10^{-10}$ сек. При $t < t_L$ должно наблюдаться увеличение пробивной напряженности с уменьшением t ¹⁾. На опыте рост пробивной напряженности с уменьшением t наблюдается при $t = 10^{-8}$ сек [13]. Расхождение теоретической оценки с опытом в данном случае можно объяснить следующим образом. Во-первых, для завершения пробоя может потребоваться не одна, а несколько лавин, что приведет, естественно, к сближению теоретической оценки с опытом. Во-вторых, величина t_L весьма существенно зависит от $\bar{\tau}$. Достаточно сказать, что если вместо $\bar{\tau} = 1,43 \cdot 10^{-14}$ сек, полученного по формуле (93), взять $\bar{\tau} = 2 \cdot 10^{-14}$ сек., то получим для NaCl при $L \approx 0,1$ см величину $t_L = 1,48 \cdot 10^{-7}$ сек. Следовательно, незначительная ошибка в оценке $\bar{\tau}$ ведет к очень значительному изменению величины t_L . Учитывая сказанное, можно считать, что теоретическая оценка t_L удовлетворительно согласуется с опытом.

При выполнении названных выше трех условий пробивная напряженность совпадает с той напряженностью поля, при которой имеет место нарушение электрической прочности, т. е. нарушение стационарного

¹⁾ Опыты, проведенные Е. А. Коноровой в физическом институте им. П. Н. Лебедева АН СССР, показали, что пробивная напряженность стекла возрастает примерно в 1,5 раза при изменении L от 10^{-3} до 10^{-4} см.

режима электропроводности, а критерием пробоя является сформулированный выше критерий нарушения электрической прочности. При достаточно малых толщинах диэлектрика (сравнимых с l^*) и достаточно малых временах наложения напряжения (меньших 10^{-8} сек) достаточно мощной электронной лавины, способной вызвать разрушение диэлектрика, может не получиться даже при выполнении условия нарушения электрической прочности. В этом случае для разрушения диэлектрика может потребоваться несколько большее поле, чем то, при котором происходит нарушение электрической прочности. Следовательно, при малых толщинах диэлектрика и малых временах наложения напряжения критерий пробоя может быть иным, отличным от полученного выше критерия нарушения электрической прочности. Изложенная выше теория не дает количественного описания физических процессов, происходящих при второй стадии пробоя—разрушении диэлектрика. Вместе с тем ряд качественных соображений о протекании второй стадии пробоя здесь можно высказать. Нам кажется, что разрушение диэлектрика неразрывно связано с предшествующим процессом потери электрической прочности и условиями прохождения электронной лавины в твердом теле. Можно предполагать, что условия прохождения электронной лавины в твердых телах очень похожи на те условия, которые имеют место при пробое газов, находящихся при больших давлениях [15] (известно, что сжатые газы и твердые тела имеют один и тот же порядок величины пробивной напряженности; например, табл. 1 в [1]).

Продвигающаяся от катода к аноду электронная лавина оставляет за собой положительный объемный заряд неподвижных ионов, который, возрастая по своей величине одновременно с ростом электронной лавины, в конце концов приостанавливает ее дальнейшее развитие. Однако тот же самый положительный объемный заряд, сосредоточенный в основном у головки заторможенной электронной лавины, способствует образованию у катода новой электронной лавины (поле, созданное объемным зарядом в направлении катода, складывается с внешним полем, а в направлении анода—вычитается из него). Вторая лавина, подойдя к положительному объемному заряду со стороны катода и достигнув размеров первой лавины, компенсирует его и дает возможность первой электронной лавине продвигаться дальше к аноду. Вместе с тем размерыдвигающейся к аноду первой электронной лавины с этого момента остаются неизменными из-за тормозящего действия непрерывно „преследующего“ ее положительного объемного заряда.

Вторая электронная лавина оставляет за собой, в свою очередь, положительный объемный заряд, компенсирующийся третьей лавиной, и т. д. Этот процесс ведет к образованию высокопроводящего канала, растущего как в направлении анода, так и в направлении катода. Поперечное сечение канала определяется размерами головки первой электронной лавины,двигающейся к аноду.

Когда высокопроводящий канал достигает анода и катода, осуществляется короткое замыкание, в результате чего происходит быстрый переход диэлектрика в высокопроводящее состояние, сопровождающийся выделением больших количеств энергии в малых объемах и за малые времена. Можно думать, что истинная причина разрушения диэлектрика связана именно с этими процессами, приводящими к возникновению ударной волны аналогично тому, что происходит при пробое газов, находящихся при больших давлениях. Ударная волна „выдувает“ участки диэлектрика, где связи между атомами (ионами) были ослаблены в результате прохождения электронной лавины, вследствие чего после пробоя образуется узкий канал, пронизывающий всю толщу диэлектрика от одного электрода до другого.

Некоторые авторы (например, Франц [16]) считают, что при заключительной (второй) стадии электрического пробоя твердых диэлектриков происходит обычное проплавление кристалла электронным током. Электрический пробой, по Францу, происходит тогда, когда электронный ток нагреет кристалл до температуры плавления.

Ввиду того, что заключительная стадия электрического пробоя твердых диэлектриков совсем не изучена, трудно отдавать предпочтение тому или иному механизму. Заметим только, что в работе Франца имеется ряд неточностей. Во-первых, у Франца изменение функции распределения вследствие рассеяния на колебаниях решетки выражается через симметричную часть функции распределения и ее производные.

При корректном расчете в выражение для изменения функции распределения вследствие столкновений на колебаниях решетки сама по себе симметричная часть функции распределения не должна входить (входят лишь ее производные; см. (31), (37)). Следовательно, есть основание думать, что расчет функции распределения электронов проведен Францем неверно, что может сказаться весьма существенно на всех результатах. Кроме того, если в основе критерия пробоя лежит его заключительная стадия, как это сделано у Франца, то теория должна оперировать с той частью объема диэлектрика, которая заключена в канале пробоя, объяснить образование этого канала и его размеры. Это существенно, ибо при пробое разрушается лишь незначительная часть всего объема диэлектрика, имеющая вполне определенные размеры. Теория Франца не учитывает конечных размеров канала пробоя. Это обстоятельство также может привести к ошибкам.

В заключение заметим, что для дальнейшего развития теории электрического пробоя необходим расчет эффективного сечения ионизации электронным ударом в твердом теле, расчет эффективного сечения рекомбинации и учет рассеяния на колебаниях решетки медленных электронов. Таким образом, дальнейшее развитие теории электрического пробоя требует разрешения ряда общих проблем твердого тела.

Пользуюсь случаем выразить благодарность Э. И. Адировичу за ряд советов и обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Чуенков. УФН, LIV, 185 1954.
2. Б. М. Вул, ЖТФ, 2, 1 1932.
3. Ф. Зейтц, Современная теория твердого тела, 1949.
4. Мотт и Герни. Электронные процессы в ионных кристаллах, стр. 116—117, 1950.
5. Н. А. Капцов. Электрические явления в газах и вакууме, стр 195—196, 1947.
6. Д. И. Блохинцев. ЖЭТФ, 6, 1053 1936.
7. Э. И. Адирович. Некоторые вопросы теории люминесценции кристаллов. стр. 297 1951.
8. М. Борн и М. Гепперт-Мейер. Теория твердого тела, 1938.
9. Л. Ландау и Е. Лифшиц. Квантовая механика, ч. I, стр. 496—497, 1948.
10. В. А. Чуенков. Диссертация, ФИАН, глава II, 1953.
11. А. А. Воробьев, ЖТФ, 10, 1183, 1940.
12. Taro Kinara. Rev. of. Modern Physics 24, 45 1952
13. A. Hippel and P. S. Alger. Phys. Rev., 76, 127 1949.
14. A. E. W. Austen and S. Whitehead. Proc. Roy. Soc., A 176, 44, 1940.
15. Л. Леб. Основные процессы электрических разрядов в газах, 1950.
16. W. Franz. Ergebn. Exakt. Naturwiss., 27, 1—55 1953.

Москва, Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР.

ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Следует читать
5	15 сверху	Зинерман	Зингерман
9	2 снизу	пробивкой напряженности	пробивной напряженностью
13	4 сверху	$\varepsilon_m \cong 4 \frac{h}{2\pi}$	$\varepsilon \cong 4 \frac{h}{2\pi} \omega$
24	подпись под рисунком	рис.	рис. 9.
50	14 сверху	$\frac{1}{M_L^{a\kappa}} = \left\{ \frac{1}{M} \right.$	$\frac{1}{M_L^{a\kappa}} = \left\{ \frac{1}{M_-} \right.$
53	10 сверху	$\frac{df^{1/2}}{d\varepsilon}$	$\frac{df^{1/2}}{d\varepsilon}$
57	5 сверху	$\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{1,3\varepsilon}}\right) e^{-\frac{q}{E}(\varepsilon - I)^2}$	$\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{1,3\varepsilon}}\right) e^{-\frac{q}{E}(\varepsilon - I)^2}$
64	Уравнение (87)	$l_2(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = l_1 e^{-\frac{1}{l_0}}$	$l_2(\varepsilon_2, \varepsilon_1) = l_1 e^{-\frac{l_1}{l_0}}$
65	18 снизу	$I \div 2\varepsilon_p$	$I + 2\varepsilon_p$
85	7 снизу	$10^{14} \cdot \frac{\pi \cdot 0,52 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 10^{-}$	$10^{14} \cdot \frac{\pi \cdot 0,52 \cdot 10^{-2}}{4} \cdot 10^{-2}$
111	2 сверху	производимости	проводимости
111	8 и 10 сверху	активизации	активации
120	5 сверху	прочности химического	прочности от химического
135	литерат. 6	стр. . .	стр. 113
147	11 снизу	$\varepsilon \cong 1000$	$\varepsilon \approx 1000$
148	подпись к рис. 4.	<i>Иразр. Ипроб.</i>	<i>Иразр. / Ипроб.</i>
204	рис. 1	KbBr	RbBr
253	подпись к рис. 6	$2 - f = 4 \cdot 10^3 \text{ гц}; 3 - f = 10^2 \text{ гц}$	$2 - f = 4 \cdot 10^2 \text{ гц}; 3 - f = 10^3 \text{ гц}$
273	7 сверху	KCl	KCl
290	подпись к рис. 4	210 ⁵	2.10 ⁵
294	1 снизу	от 10	от 10 ⁻⁴ при $f = 2 \cdot 10^7$ до 6 10
282		таблица	таблица 2
324	3 сверху	стр. 269	стр. 251
336	16 снизу	[3,4]	[3]
337	10 сверху	[5]	[4]
337	4 снизу	[6]	[5]
337	1 снизу	[7]	—
338	2 сверху	[8]	[6]
338	4 и 5 сверху	[9,10]	[7,8]
339	8 снизу	[11,12]	[9,10]
340	14 сверху	[13]	[11]
347	23 снизу	[14]	[12]
347	3,4 снизу	[15]	—
348	17 снизу	[16]	[13]
350	4 сверху	$\psi_\varphi [M] x = \text{Const}$	$\psi_\varphi [M] x = \text{Const}$
451	1 снизу	механический	технический