

К ВОПРОСУ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ МАШИН ПЕРЕМЕННОГО ТОКА С НЕСИММЕТРИЧНЫМ РОТОРОМ

Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлено научным семинаром электромеханического факультета)

Одним из наиболее важных вопросов изучения работы машин переменного тока с несимметричным ротором (синхронных и синхронно-реактивных) является исследование устойчивости их движения. При изучении устойчивости можно выделить две проблемы: втяжение в синхронизм и колебания.

Синхронные и синхронно-реактивные двигатели обычно имеют асинхронный способ пуска, то есть они имеют на роторе специальную короткозамкнутую обмотку и, следовательно, могут работать как асинхронные. Работая как асинхронный, такой двигатель достигает скорости, близкой к синхронной, и под действием электромагнитного момента вращения втягивается при определенных условиях в синхронизм.

Наряду с втяжением в синхронизм большой интерес для практики представляют колебания синхронных и синхронно-реактивных машин. Кроме затухающих или периодических колебаний, возникающих под действием внешних периодических сил, в практике наблюдаются незатухающие или даже возрастающие колебания синхронных машин. Причины таких колебаний или качаний обусловлены свойствами самой машины, которые она приобретает при некоторых соотношениях параметров. Эти колебания называются самовозбуждающимися или автоколебаниями. Явление же это часто называют самораскачиванием.

Суть этого явления заключается в том, что машина, получив случайный толчок извне, в дальнейшем вращается с колеблющейся скоростью. Причем эти колебания не затухают, а имеют постоянную или даже возрастающую амплитуду. В последнем случае машина выпадает из синхронизма.

Для того, чтобы изучить устойчивость работы синхронной машины, необходимо составить и исследовать уравнение движения машины.

Скорость вращения ротора синхронной машины в общем случае описывается дифференциальным уравнением

$$H \frac{ds}{dt} + M = M_{cm}, \quad (1)$$

где H —механическая постоянная времени,

s —скольжение,

M —электромагнитный момент вращения,

M_{cm} —момент статический или сопротивления.

Это уравнение для синхронных (и синхронно-реактивных) машин является нелинейным дифференциальным уравнением. Оно не имеет регулярного метода решения, поэтому точный математический анализ этого уравнения вызывает большие трудности.

При работе синхронной машины в сети с постоянным напряжением и частотой вектор напряжения вращается с постоянной (синхронной) скоростью. Угол, образованный поперечной осью полюса ротора с вектором напряжения, обозначим Θ . Тогда скольжение можно определить так

$$s = \frac{d\Theta}{dt}, \quad (2)$$

а уравнение движения примет вид

$$H \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + M = M_{cm}. \quad (3)$$

Обычно при исследовании уравнения (3) принимаются следующие допущения. Электромагнитный момент вращения синхронной машины обусловлен наличием на роторе короткозамкнутых обмоток (назовем эту составляющую асинхронным моментом M_a), а также взаимодействием магнитных полей статора и ротора (назовем эту составляющую собственным моментом $f(\Theta)$).

Таким образом

$$M = M_a + f(\Theta). \quad (4)$$

При исследовании втяжения в синхронизм и колебаний обычно считают, что при небольших скольжениях ($s = 0 : 0,1$) асинхронный момент прямопропорционален скольжению [1, 2]

$$M_a = m_a s, \quad (5)$$

где m_a —коэффициент пропорциональности.

Собственный момент считают равным:

а) для синхронной машины

$$f(\Theta) = M_m \sin \Theta, \quad (6)$$

б) для синхронно-реактивной машины

$$f(\Theta) = M_m \sin 2\Theta. \quad (7)$$

Учитывая принятые допущения, уравнение движения (3) можно представить в виде

$$H \frac{d^2 \Theta}{dt^2} + m_a \frac{d\Theta}{dt} + f(\Theta) = M_{cm} \quad (8)$$

или

$$\frac{d^2 \Theta}{dt^2} + \left(-B + A \frac{d\Theta}{dt} \right) + f_1(\Theta) = 0. \quad (9)$$

Полученное уравнение нелинейно, так как восстанавливающая сила $f_1(\Theta)$ является нелинейной функцией.

В настоящее время отсутствуют регулярные методы интегрирования (решения) таких уравнений. Исследование уравнения (9) можно провести с помощью построения семейства интегральных кривых на фазовой плоскости [3, 4].

Время t не входит явно в уравнение (9), поэтому его можно свести к уравнению 1-го порядка.

Принимая скорость $s = \frac{d\Theta}{dt}$ за новую переменную, получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta}{dt} &= s; \\ \frac{ds}{dt} &= -f_1(\Theta) - \varphi(s), \end{aligned} \quad (10)$$

где $\varphi(s) = -B + As$.

Подставляя первое уравнение системы (10) во второе, получим

$$\frac{ds}{d\Theta} = \frac{-f_1(\Theta) - \varphi(s)}{s}. \quad (11)$$

Наиболее наглядно решение уравнения (11) можно представить на фазовой плоскости (в координатах s, Θ) в виде семейства интегральных кривых.

Построение вида семейства интегральных кривых (фазового портрета) возможно либо непосредственным интегрированием уравнения (11), либо графическими методами Лъенара или изоклин. Графические методы применяются тогда, когда непосредственное интегрирование уравнения (11) невозможно.

В рассматриваемом случае непосредственное интегрирование уравнения (11) невозможно, поэтому для построения фазового портрета необходимо применять графический метод.

Для качественного изучения движения системы, описываемой уравнением (11), необходимо рассмотреть поведение системы в особых точках.

Уравнение (11) можно записать в виде

$$\frac{ds}{d\Theta} = \frac{-f_1(\Theta) - \varphi(s)}{s} = \frac{P(\Theta, s)}{Q(\Theta, s)}. \quad (12)$$

Координаты особых точек (то есть точек, соответствующих состоянию равновесия системы) определяются из уравнений:

$$P(\Theta, s) = 0; \quad Q(\Theta, s) = 0.$$

Координаты особых точек равны (для синхронного двигателя):

$$\begin{aligned} C'_n \begin{cases} \Theta = \Theta_o + 2\pi n; \\ s = 0; \end{cases} \\ C''_n \begin{cases} \Theta = -\Theta_o + \pi(1 + 2n); \\ s = 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\Theta_0 = \arcsin \frac{M_{cm}}{M_m};$$

$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Для изучения поведения системы рассмотрим ее поведение в окрестности особой точки, предположив, что

$$\Theta = \Theta_0 + \xi;$$

$$s = \eta.$$

Функция двух переменных при переходе в бесконечно близкую точку (ξ, η) может быть получена разложением в ряд Тейлора:

$$P(\Theta, s) = P(\Theta_0, 0) + P'_\Theta(\Theta_0, 0) + P'_s(\Theta_0, 0) + P_1(\xi, \eta); \quad (14)$$

$$Q(\Theta, s) = Q(\Theta_0, 0) + Q'_\Theta(\Theta_0, 0) + Q'_s(\Theta_0, 0) + Q_1(\xi, \eta),$$

где $P'_\Theta, P'_s, Q'_\Theta, Q'_s$ — частные производные,

$P(\Theta_0, 0), Q(\Theta_0, 0)$ — значение функции в особой точке,

$P_1(\xi, \eta), Q_1(\xi, \eta)$ — функции от ξ, η порядка выше единицы.

Совместив начало координат с особой точкой, уравнение (12) можно представить в виде

$$\frac{P(\Theta, s)}{Q(\Theta, s)} = \frac{a\xi + b\eta + P_1(\xi, \eta)}{c\xi + d\eta + Q_1(\xi, \eta)}, \quad (15)$$

где

$$a = P'_\Theta(\Theta_0, 0); b = P'_s(\Theta_0, 0); c = Q'_\Theta(\Theta_0, 0); d = Q'_s(\Theta_0, 0).$$

Исследование этого уравнения позволяет определить состояние системы в особых точках.

а) Особые точки C'_n .

Исследования показывают, что эти точки представляют собой устойчивый узел или устойчивый фокус в зависимости от соотношений параметров, входящих в уравнение (15).

б) Особые точки C''_n .

Исследования показывают, что эти точки представляют собой седло.

Таким образом, исследование поведения синхронной машины, движение которой описывается уравнением (8), в особых точках показывает, что в этом случае автоколебания возникнуть не могут.

Качественное исследование уравнения (8) на фазовой плоскости показывает, что возможны следующие режимы работы синхронного (синхронно-реактивного) двигателя.

1. Если $M_{cm} > M_m$, то имеет место асинхронный режим работы при любых начальных условиях. В этом случае синхронный двигатель работает с определенным скольжением.

2. Если $M_{cm} < M_m$, то возможны два случая. При определенных начальных условиях синхронный двигатель втянется в синхронизм и будет работать нормально. При некоторых начальных условиях будет иметь место асинхронный режим, то есть двигатель не сможет втянуться в синхронизм.

3. Если $M_{cm} = 0$, то при любых начальных условиях синхронный двигатель будет втягиваться в синхронизм.

4. В синхронном двигателе, движение которого описывается уравнением (8), возможно только возникновение затухающих колебаний. Явление самораскачивания при помощи этого уравнения объяснено быть не может.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что, используя наиболее распространенное уравнение движения синхронных машин (8), можно исследовать устойчивость движения этих машин только частично. Можно исследовать вопросы втяжения двигателя в синхронизм и вынужденные колебания. Однако явление самораскачивания в этом случае объяснено быть не может. Следовательно, допущения (5) и (6), принятые при составлении уравнения, не всегда могут быть оправданы, в частности при изучении автоколебаний синхронных и синхронно-реактивных машин.

ЛИТЕРАТУРА

1. Белюстина Л. Н. Об устойчивости режима работы явнополюсного синхронного двигателя. Известия АН СССР, № 10, 1954.
2. Ланген А. М. Определение максимально допустимого момента входа в синхронизм реактивного электродвигателя, ВЭП, № 12, 1956.
3. Андронов А. А., Хайкин С. Э. Теория колебаний, ОНТИ, 1937.
4. Стокер Дж. Нелинейные колебания в механических и электрических системах, М., 1953.