

**ИССЛЕДОВАНИЕ АСТАТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ
ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ИНТЕГРАЛЬНОЙ КОРРЕКЦИЕЙ
ПО ОТКЛОНЕНИЮ СРЕДНЕКВАДРАТИЧНОГО ЗНАЧЕНИЯ
РЕГУЛИРУЕМОЙ ВЕЛИЧИНЫ**

И. П. ТРОФИМУК

(Рекомендована научным семинаром кафедры ЭПП)

В замкнутой системе автоматического регулирования при непрерывном воздействии случайных возмущений появляется ошибка среднеквадратичного значения регулируемой величины. В некоторых случаях, например, в системе управления режимом дуговой сталеплавильной печи, такая ошибка недопустима. Отсутствие полной информации о характере возмущений приводит к необходимости применять для управления режимом дуговой печи замкнутую самонастраивающуюся систему с интегральной коррекцией. Исследование такой системы и получение критериев оценки качества регулирования представляет практический интерес, между тем в литературе подобные системы не рассматривались.

Поскольку интегральный корректирующий элемент весьма медленно изменяет параметры системы регулирования, инерционностью основного регулятора можно пренебречь и рассматривать основной контур регулирования как содержащий единственное интегрирующее звено — исполнительный двигатель.

Структурная схема рассматриваемой системы приведена на рис. 1.

В данной системе, кроме регулируемой величины X , приходится одновременно рассматривать переменный коэффициент усиления U цепи обратной связи основного контура.

При условии линейности всех элементов поведение системы описывается в относительных единицах дифференциальными уравнениями вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= a(1 - xy) \\ \frac{dy}{d\tau} &= x^2 - 1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где τ — приведенное время, a — приведенный коэффициент усиления разомкнутой системы.

Способ приведения к относительным единицам широко распространен для четкого выявления математической структуры системы регулирования. Не рассматривая детали способа приведения, укажем, что значение a приведенного коэффициента усиления определяется величи-

ной частного от деления коэффициента усиления разомкнутой петли основного контура на коэффициент усиления интегрального корректирующего устройства, с учетом базовых значений регулируемых величин.

В отличие от систем регулирования нелинейных в связи с особенностями передаточных характеристик отдельных элементов, система вида (1) имеет переменную структуру. Характеристическое уравнение для

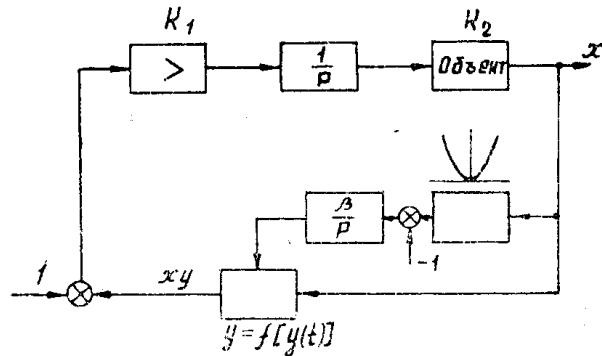


Рис. 1.

регулируемой величины в этой системе не приводится к линейному степенному многочлену. В связи с этим при анализе оказываются неприменимы обычные методы кусочно-линейной аппроксимации и не может быть использована фазовая плоскость $(x, \dot{x})$. Анализ можно проводить в особой фазовой плоскости, где по осям координат откладываются значения x регулируемой величины и y переменного коэффициента усиления. Невозмущенному движению в плоскости (x, y) соответствует особая точка $(1, 1)$. По характеру возмущенного движения изображающей точки можно судить о поведении системы; замкнутый предельный цикл плоскости (x, y) будет соответствовать наличию автоколебаний в системе регулирования. Недостатком анализа плоскости (x, y) является необходимость из всей совокупности начальных условий выбирать условие с нулевыми начальными значениями скоростей изменения величин x и y .

Математический анализ системы (1) в первом квадранте фазовой плоскости в малом и большом (по критерию Бендиксона) показал, что данная система устойчива и не содержит замкнутых решений. Дальнейшие исследования проводились графоаналитическим методом и на аналоговой машине МН-7. Характер движения, изображающей точки при наличии люфта, ограничения скорости исполнительного двигателя и наличия верхнего и нижнего пределов для коэффициента усиления y , приведен на рис. 2.

В части фазовой плоскости, находящейся между гиперболой $xy = 1$ (2) и линией люфта $y = f(x, a, \Delta)$, происходит процесс выборки люфта, изображающая точка движется вертикально. В остальной части фазовой плоскости, находящейся между гиперболами,

$$\left. \begin{aligned} xy_r &= 1 + \frac{|\dot{x}_M|}{a} \\ xy_r &= 1 - \frac{|\dot{x}_M|}{a} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\dot{x}_M$ — максимальная скорость двигателя, ход интегральных кривых определяется уравнением

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - 1}{a(1 - xy)} \quad (4)$$

Линия люфта $y = f(x, a, \Delta)$ между гиперболами (3) определяется по уравнению

$$y = \frac{1}{x} \left(1 + \operatorname{sign} \alpha \cdot \sqrt{\frac{2\Delta|\alpha|}{a}} \right), \quad (5)$$

где $\alpha = x(x^2 - 1)$, Δ — приведенный люфт. Вне гипербол (3) уравнение линии люфта принимает вид

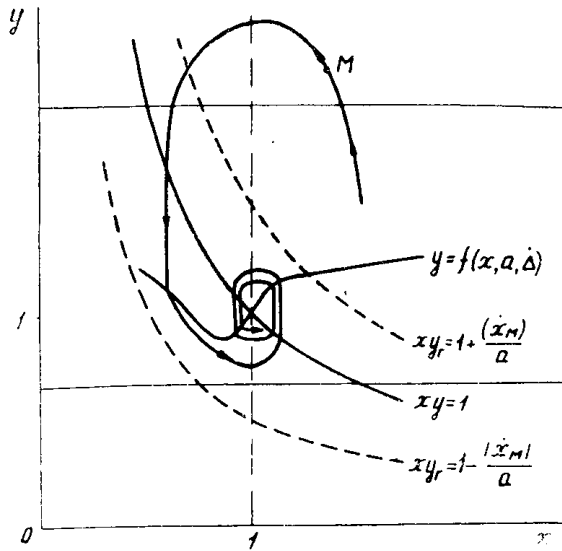


Рис. 2.

$$y = y_r + \frac{\operatorname{sign} \alpha}{x|x_M|} \left(\Delta|a| - \frac{x_M^2}{2a} \right), \quad (6)$$

где y_r определяется по (3).

Вне части фазовой плоскости, находящейся между гиперболами (3), изображающая точка движется по интегральным кривым

$$y = \frac{x^3}{3x_M} - \frac{x}{x_M} + C, \quad (7)$$

где постоянная C определяется из начальных условий.

Для учета ограниченности пределов изменения переменного коэффициента y вводилась вспомогательная переменная величина y^* по следующему соотношению:

$$\left. \begin{aligned} y^* &= y \text{ при } y_{\min} < y < y_{\max}, \\ \frac{dy^*}{dx} &= x^2 - 1 \text{ при } y = y_{\text{экст}}, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где $y_{\text{экст}}$ — одно из экстремальных значений коэффициента усиления.

В фазовой плоскости (x, y^*) при $y = y_{\text{экст}}$ изображающая точка в области между гиперболами (3) движется по интегральным кривым вида

$$y = \frac{1}{a} \left[-\frac{x^2}{2y_{\text{экст}}} - \frac{x}{y_{\text{экст}}^2} + \frac{y_{\text{экст}}^2 - 1}{y_{\text{экст}}^3} \cdot \ln |y_{\text{экст}} \cdot x - 1| \right] + C_1. \quad (9)$$

Вне области, ограниченной гиперболами (3), изображающая точка движется по (7) до встречи с вертикалью $x = 1$; дальнейшее движение происходит по (9).

Исследованием выявлено, что наличие люфта вызывает появление устойчивого предельного цикла. Параметры предельных циклов находились методом точечных преобразований. Амплитуда автоколебаний без учета ограничения скорости может быть вычислена по приближенной зависимости:

$$(x_{ц\text{ макс}} - 1) \approx \frac{0,7 \cdot \Delta}{\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{e^a}}. \quad (10)$$

с погрешностью не более 5% от относительного отклонения.

Выражение (10) справедливо и при ограничении скорости до $x = 0,375$ и люфте до $\Delta = 0,25$. Большее ограничение скорости может вызвать автоколебания с изменением регулируемой величины от

$$x_{\text{мин}} = \frac{1}{y_{\text{макс}}} \text{ до } x_{\text{макс}} = \frac{1}{y_{\text{мин}}}.$$

Найдено, что увеличение приведенного параметра a способствует стабилизации системы коррекции. Физически это объясняется тем, что увеличение a соответствует уменьшению скорости влияния интегрального корректирующего устройства. Следует отметить, что увеличение a за счет увеличения коэффициента усиления основного контура нежелательно, так как уменьшит устойчивость основной системы.

При значениях $a > 8$ процесс интегральной коррекции имеет не более одного перерегулирования.

Выводы

1. Устранение систематической ошибки средне-квадратичного значения регулируемой величины требует наличия системы интегральной коррекции.
2. Система интегральной коррекции может быть исследована в фазовой плоскости (x, y) , где x — регулируемая величина, y — переменный коэффициент усиления.
3. Система коррекции структурно устойчива, но наличие люфта и ограничений вызывает автоколебания. Амплитуду автоколебаний можно определить аналитически в общем виде по (10).
4. Увеличение параметра a системы увеличивает устойчивость процесса коррекции.
5. Проведенный анализ позволяет выбрать параметры системы при инженерном расчете.

ЛИТЕРАТУРА

1. Основы автоматического регулирования. Под редакцией Солодовникова В. В. Машгиз, 1954.
2. А. А. Фельдбаум. Вычислительные устройства в системах автоматического регулирования. Физматгиз, 1959.
3. В. В. Немыцкий и В. В. Степанов. Качественная теория дифференциальных уравнений. ГИТТЛ, 1949.
4. Н. М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд. Ленинградского университета, 1955.