

## ОБРАЩЕННАЯ КРУГОВАЯ ДИАГРАММА СИНХРОННО- РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Б. П. ГАРГАНЕЕВ

(Рекомендована научным семинаром кафедр электрических машин и аппаратов и общей электротехники.)

Синхронно-реактивные двигатели (СРД), имея определенные технико-экономические преимущества и высокую эксплуатационную надежность, находят широкое применение в промышленности [1 и др.]. Их распространение до последнего времени в основном ограничивалось маломощными приводами. В последние годы проведена большая работа по улучшению эксплуатационных характеристик СРД и приближению их к асинхронным. Усовершенствованные СРД за рубежом успешно конкурируют с другими типами синхронных двигателей при мощности до  $30 \div 35 \text{ квт}$  [2 и др.].

Однако в вопросах теории и проектирования СРД много нерешенных вопросов. Построению круговых диаграмм синхронного режима СРД (далее в данной статье просто круговых диаграмм), как наиболее наглядной и всеобъемлющей форме расчета, посвящен ряд работ [1  $\div$  5 и др.]. Возможность построения круговой диаграммы тока СРД известна давно. Так как момент СРД жестко связан с углом рассогласования продольной оси явнополюсного ротора с магнитным потоком, то все исследования, особенно в начальный период развития теории СРД, проводились в зависимости от угла рассогласования продольной оси ротора и вектора тока. В этом случае, как показано автором [3], круговая диаграмма вектора тока СРД получается обращенной. В [3] отражено только принципиальное решение вопроса, исследований с учетом особенностей СРД не проведено. Большое практическое значение имеет при расчетах СРД учет потерь в меди и стали, насыщения стали, а также учет потоков рассеяния.

Круговая диаграмма СРД вида, широко применяемого в асинхронных машинах, получается, если аргументом принять угол между э. д. с. (полной или без учета потока рассеяния) и поперечной осью или напряжением и поперечной осью. Наиболее фундаментально круговая диаграмма этого вида с учетом потерь в меди, стали и потоков рассеяния разработана [4]. Авторами получены сравнительно простые выражения для ординат центра круга и радиус-вектора. Но так как они приняли за аргумент угол  $\Theta'$  (при индуктивных сопротивлениях, включающих и реактивные сопротивления от потоков рассеяния), то расчетами допускается некоторая неточность, потому что в этом случае линия нулевых моментов не проходит через точки  $\Theta' = 0$  и  $\Theta' = \pi/2$ . В самом деле, в случае идеального холостого хода, когда ротор расположен строго по магнитному потоку и тем более в режиме «короткого замыкания», когда ротор расположен перпендикулярно магнитному потоку, а ток достигает максимальной величины, всегда есть поток

рассеяния, а следовательно, и э. д. с., и угол  $\Theta'$ . В этой работе учит потерь в стали произведен вектором, параллельным э. д. с., а не вектору напряжения, что также налагает некоторую дополнительную погрешность.

Последующие работы [1, 2, 5 и др.] принципиально ничего нового не внесли. Некоторые неточные положения [5] из-за принятия аргументом угла  $\Theta$  (между поперечной осью и вектором напряжения) показаны в дискуссии автором [1]. Кроме того, по нашему мнению, введение пропорциональной зависимости потерь в стали от величины тока, как это произведено в [5] соответствующим изменением активного сопротивления обмотки статора, для СРД, где магнитный поток меняется незначительно, не может дать правильных результатов. В работе [1] нет подобных недостатков, но сложность расчетов не дает возможности применить ее в качестве инженерной методики.

Наиболее фундаментально теория СРД разработана в [6], где указано следующее: «...существенным недостатком... анализа является то обстоятельство, что все показатели... найдены в функции... временно-го угла между вектором  $\dot{U}$  и  $jI_d x_{ad}$ . Однако для суждения о поведении машины... существенное значение имеют не угол  $v_e$ , а пространственный угол  $\vartheta$  между осями статорного поля и роторных полюсов, т. е. угол рассогласования».

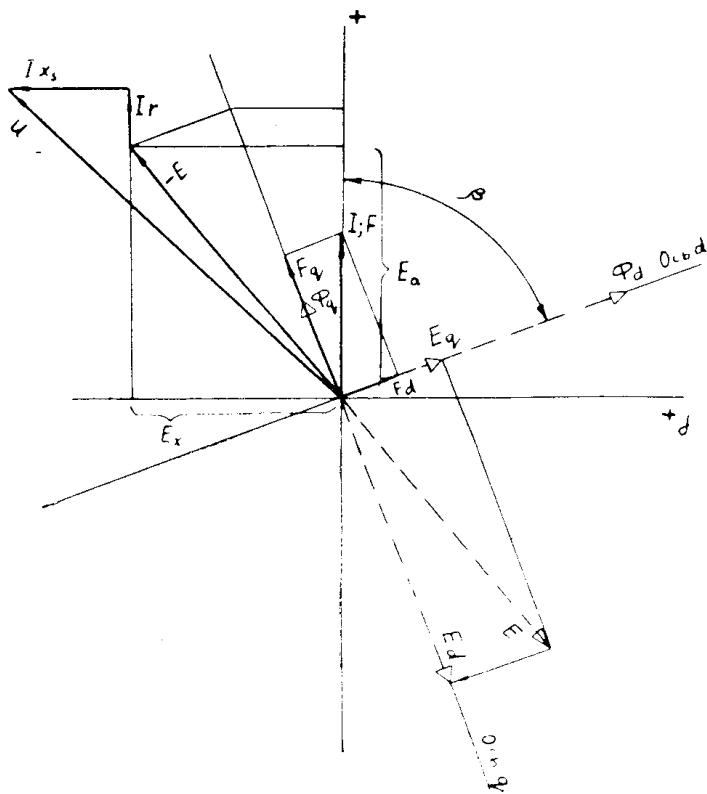


Рис. 1. Векторная диаграмма СРД.

В настоящей работе предлагается метод построения круговой диаграммы СРД, где за аргумент принят угол рассогласования между вектором тока и продольной осью ротора. Это дало возможность получить более простую схему замещения СРД и, кроме того, упростить расчеты, представить более наглядно рабочие характеристики и некоторые физические процессы, происходящие в СРД при изменении нагрузки.

Векторная диаграмма СРД представлена на рис. 1. Сопротивление и ток статора с учетом активного сопротивления фазы и сопротивления

рассеяния можно записать

$$\bar{z} = (R' + r) + j(x' + x_s). \quad (1)$$

$$i = \frac{\dot{U}}{(R' + r) + j(x' + x_s)}. \quad (2)$$

Здесь  $r$ ;  $x_s$  — активное сопротивление и сопротивление рассеяния фазы.  
 $R'$ ;  $x'$  — активное и реактивное сопротивления фазы статора, зависящие от нагрузки.

При совмещении оси вещественных с вектором тока э. д. с. от основного потока определяется как

$$\dot{E} = E_a + jE_x = i(R' + jX'). \quad (3)$$

Составляющие  $E_a$  и  $E_x$  легко определяются из векторной диаграммы, как э. д. с. от продольного и поперечного потоков через угол  $\beta$ .

$$E_a = E_d \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) + (-E_q) \cos\beta. \quad (4)$$

$$E_x = E_d \cos\beta + E_q \sin\beta. \quad (5)$$

$E_d$  и  $E_q$  определяются как и в синхронных явнополюсных машинах

$$E_d = x_a K_d I \cos\beta = x_{ad} I \cos\beta = x_{ad} I_d, \quad (6)$$

$$E_q = x_a K_q I \sin\beta = x_{aq} I \sin\beta = x_{aq} I_q, \quad (7)$$

здесь  $x_a$  — индуктивное сопротивление фазы обмотки статора в предположении, что зазор равномерен и равен минимальному;  
 $K_d$ ;  $K_q$  — коэффициенты формы поля по продольной и поперечной осям. С учетом уравнений (6, 7) из уравнений (4, 5) получаем

$$E_a = \frac{1}{2} I (x_{ad} - x_{aq}) \sin 2\beta, \quad (8)$$

$$E_x = I (x_{ad} \cos^2 \beta + x_{aq} \sin^2 \beta). \quad (9)$$

Соответственно

$$R' = \frac{E_a}{I} = \frac{x_{ad} - x_{aq}}{2} \sin 2\beta, \quad (10)$$

$$X' = \frac{E_x}{I} = x_{ad} \cos^2 \beta + x_{aq} \sin^2 \beta. \quad (11)$$

По уравнению (2) ток СРД с учетом уравнений (10, 11) определяется

$$i = \frac{\dot{U}}{r + \frac{x_{ad} - x_{aq}}{2} \sin 2\beta + j(x_{ad} \cos^2 \beta + x_{aq} \sin^2 \beta + x_s)}. \quad (12)$$

Таким образом, полный комплекс сопротивления уравнения (12) содержит лишь два последовательно включенных сопротивления — активное и индуктивное:

$$R = r + \frac{x_{ad} - x_{aq}}{2} \sin 2\beta, \quad (13)$$

$$X = x_{ad} \cos^2 \beta + x_{aq} \sin^2 \beta + x_s. \quad (14)$$

При совмещении оси вещественных с вектором напряжения уравнение (12) упрощается. Несложными математическими преобразованиями

ниями знаменатель уравнения (12) приводится к виду:

$$\bar{Z} = Z_1 e^{j\varphi_1} + \frac{x_{ad} + x_{aq}}{2} e^{j\pi/2} + \frac{x_{ad} - x_{aq}}{2} e^{j(\pi/2 - 2\beta)} = \bar{A} + \bar{B} e^{j2\beta}. \quad (15)$$

Здесь  $\bar{Z}_1 = r + jx_s = Z_1 e^{j\varphi_1}$ , (16)

$$\bar{A} = Z_1 e^{j\varphi_1} + \frac{x_{ad} + x_{aq}}{2} e^{j\pi/2}, \quad (17)$$

$$\bar{B} = \frac{x_{ad} - x_{aq}}{2} e^{j\pi/2}. \quad (18)$$

Из уравнения (15) видно, что полный комплекс сопротивления представляет сумму двух векторов, один из них  $\bar{A} = \text{const}$ , а второй —  $\bar{B}$  постоянный по модулю, но в зависимости от  $\beta$  конец вектора описывает на комплексной плоскости окружность с центром на конце вектора  $\bar{A}$ , причем при изменении  $\beta$  от  $0$  до  $360^\circ$  радиус-вектор  $\bar{B}$  проходит окружность дважды, т. е. от  $0$  до  $720^\circ$ . Из теории переменных токов известно, что если построить обращенную кривую сопротивления в той же комплексной плоскости, то новая кривая будет не что иное, как проводимость. Форма ее будет подобна, т. е. конец вектора проводимости  $\bar{Y}$  будет также описывать окружность, но в зеркальном изображении относительно оси вещественных с центром обращения в начале координат. На рис. 2 показано графически проведенное обращение, при

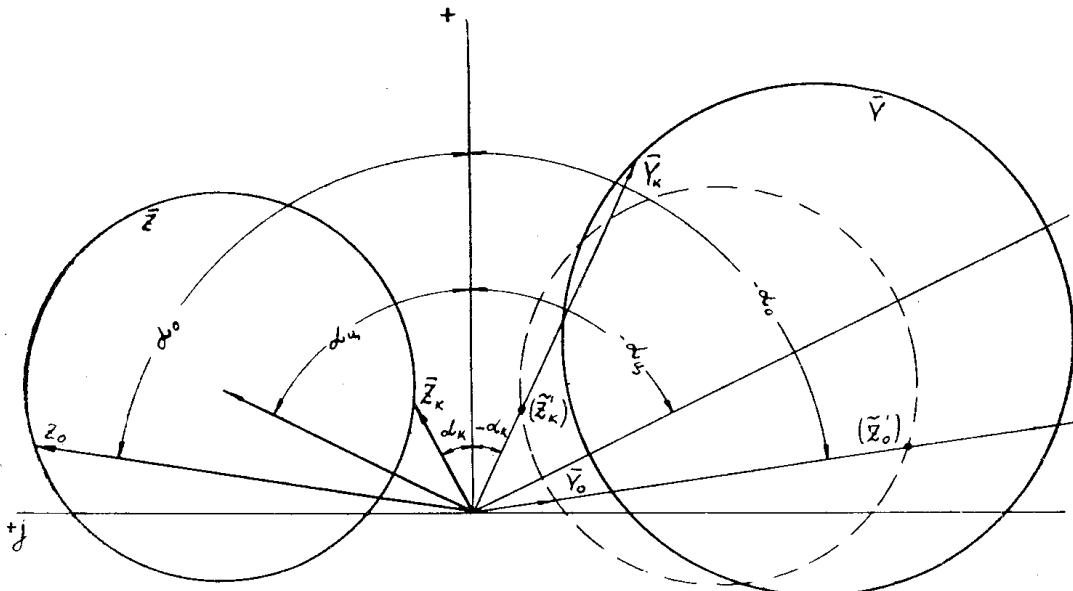


Рис. 2. Обращение в комплексной плоскости.

котором исходили из известного условия:

$$\bar{Z}\bar{Z}' = s \quad \text{или, что то же} \quad \bar{Z}\bar{Y} = s, \quad (19)$$

где  $s$  — степень обращения.

Пусть  $\bar{Z} = Ze^{j\alpha}$ ;  $\bar{Y} = Ye^{j\alpha'}$ , тогда

$$\bar{Y} = \frac{s}{\bar{Z}} = \frac{s}{Z} e^{-j\alpha}, \quad (20)$$

т. е. расстояние искомой точки от центра обращения определяется отношением степени обращения к модулю вектора, но эта точка будет

лежать на луче, являющемся зеркальным изображением в оси вещественных основного луча. Если ось вещественных совместить с вектором напряжения, то обращенная кривая будет представлять в определенном масштабе одновременно круговую диаграмму тока, ибо

$$I = U\bar{Y}. \quad (21)$$

Так как нас интересует только круговая диаграмма тока, то промежуточные диаграммы  $\bar{Z}$  и  $\bar{Y}$  строить не нужно, но в этом случае при построении круговой диаграммы тока для определения центра круга и его радиуса мы можем предположить, что все три диаграммы ( $I; \bar{Z}; \bar{Y}$ ) совмещены в одной при выполнении их в разных масштабах. Определив последнее, можно найти степень обращения  $s$ , а затем обращенные вектор  $\tilde{A}'$  и радиус-вектор  $\tilde{B}'$ . Такой путь построения сложен. Наиболее простой способ построения заключается в определении луча, проходящего через центр окружности, и двух точек, лежащих на окружности. Эти точки легко найти, например, по току холостого хода и «короткого замыкания»:

а) направление луча-вектора, проходящего через центр окружности, определяется из уравнения (17)

$$\operatorname{tg} \alpha_u = -\frac{2x_3 + x_{ad} + x_{aq}}{2r} = -\frac{x_d + x_q}{2r}; \quad (22)$$

б) модуль вектора „идеального“ холостого хода определяется из уравнения (12) для случая  $\beta = 0$ , а направление — из отношения реактивного и активного сопротивлений для этого режима

$$I_0 = \frac{U}{\sqrt{x_d^2 + r^2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_0 = -\frac{x_d}{r}; \quad (23)$$

в) модуль вектора тока „короткого замыкания“ и направление определяются подобно, но для случая  $\beta = 90^\circ$

$$I_{kz} = \frac{U}{\sqrt{x_q^2 + r^2}}; \quad \operatorname{tg} \alpha_{kz} = -\frac{x_q}{r}. \quad (24)$$

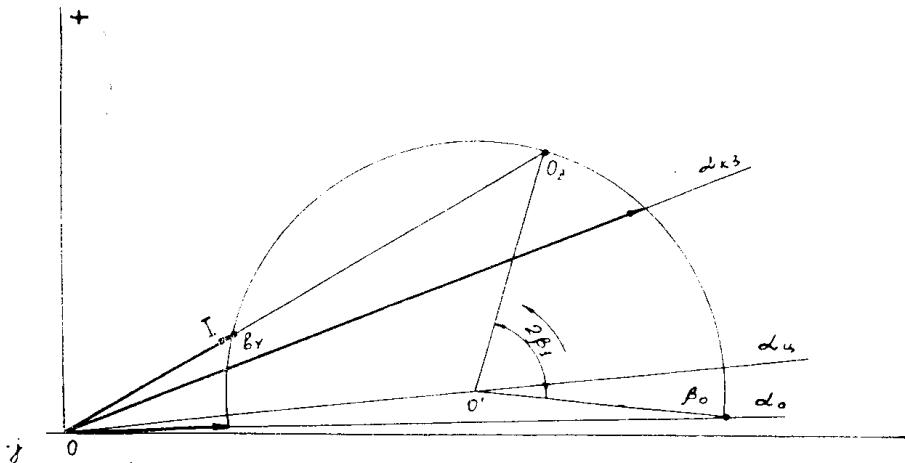


Рис. 3. Круговая диаграмма тока СРД.

На рис. 3 представлена круговая диаграмма тока, построенная вышеуказанным способом. Следует обратить внимание на некоторые особенности при работе с обращенной круговой диаграммой. Так как

основная зависимость по аргументу  $\beta$  получена для комплекса  $\bar{Z}$ , то на обращенной круговой диаграмме тока, которая по существу является диаграммой проводимости  $\bar{Y}$ , как это видно по уравнению (21),

надо отсчет угла  $2\beta$  производить по концу вектора  $\bar{Z}'$  (см. рис. 2), а величину тока — на этом же луче, но по окружности проводимости. Например, величина тока двигателя при моменте, соответствующем углу рассогласования  $\beta_1$ , находится как вектор с началом в центре обращения (начало координат), а конец в точке пересечения прямой с окружностью проводимости в точке  $\beta_y$ . Причем точка  $a_z$  находится по углу  $2\beta_1$ , отсчитываемому против часовой стрелки от линии, соединяющей центр окружности  $O'$  с точкой  $\beta = 0$ , взятой на окружности  $\bar{Z}'$ . Таким образом, отсчеты величины угла и величины тока производятся до точек пересечения луча с окружностью, причем всегда на различных сторонах.

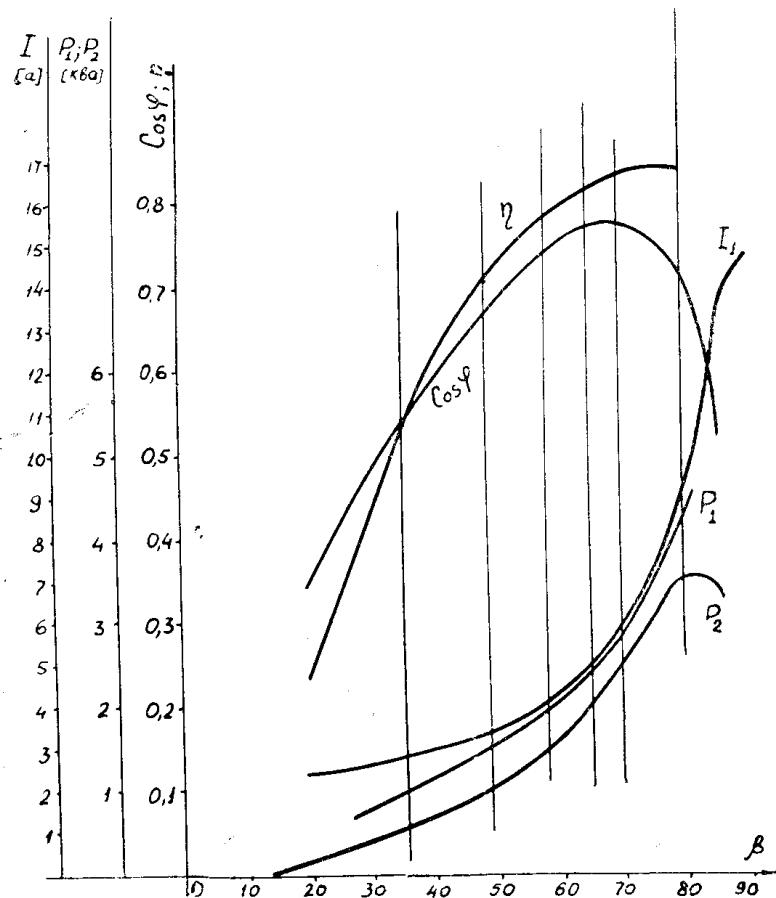


Рис. 4. Рабочие характеристики СРД, полученные из обращенной круговой диаграммы.

На рис. 4 представлены рабочие характеристики СРД с опрокидывающей мощностью 3,5 квт, полученные из круговой диаграммы. Большое значение на точность расчетов оказывает учет насыщения и потерь в стали, а также высших гармонических. В СРД в зависимости от угла рассогласования  $\beta$  меняется величина составляющих магнитного потока по продольной и поперечной осям и форма распределения индукции в зазоре. Поэтому нельзя полагать, что параметры машины остаются

неизменными. В то же время круговая диаграмма строится для неизменных параметров. Следовательно, необходимо строить семейство круговых диаграмм или выбирать какие-то усредненные параметры для различных режимов, дающие наиболее близкое совпадение, т. е. соответствующие реальной работе.

Учет насыщения стали. Как показало сравнение результатов экспериментального исследования СРД с расчетными характеристиками, пренебрежение влиянием насыщения ведет к недопустимой погрешности расчета. Вследствие того, что магнитный поток в зависимости от нагрузки изменяет свое положение по отношению к осям полюсов и учитывая, что магнитное сопротивление по продольной и поперечной осям разное, коэффициенты насыщения стали по продольной и поперечной осям не могут быть одинаковы и, кроме того, изменяются в зависимости от нагрузки. Поэтому для более точных расчетов необходимо выполнять круговую диаграмму для холостого хода и затем для «короткого замыкания». Можно рекомендовать также приближенный метод расчета, который дал удовлетворительные результаты. Он заключается в том, что точку холостого хода и точку короткого замыкания мы определяем для разных режимов (т. е. для разных  $\beta$ ), а именно:

а) При определении тока холостого хода  $I_0$  по уравнению (23), предполагая, что при малых углах  $\beta$  весь магнитный поток проходит по продольной оси, при расчете  $x_{ad}$  коэффициент магнитного насыщения определяем как

$$\kappa_{pd} = \frac{(\Sigma A W_0 - AW_{\delta d}) + AW'_{\delta d}}{AW'_{\delta d}}. \quad (25)$$

Здесь  $AW_{\delta d}$ ;  $\Sigma A W_0$  — определяются по характеристике холостого хода для э.д.с. холостого хода (т. е.  $E \approx (0,8 \dots 0,95) U$ ),

$AW'_{\delta d} = \frac{AW_{\delta d}}{K_d}$  — м.д.с. воздушного зазора, приведенная к первой гармонической потока (с учетом увеличения магнитного сопротивления за счет неравномерного зазора).

Индуктивное сопротивление по продольной оси

$$x_{ad} = \frac{x_a K_d}{\kappa_{pd}}, \quad x_d = x_{ad} + x_s; \quad (26)$$

б) При определении тока «короткого замыкания» по уравнению (24), предполагая, что при больших углах  $\beta$  основная часть магнитного потока проходит по поперечной оси, при расчете коэффициент магнитного насыщения определяем как

$$\kappa_{pq} = \frac{(\Sigma A W_0 - AW_{\delta q}) + AW'_{\delta q}}{AW'_{\delta q}}. \quad (27)$$

Здесь  $AW_{\delta q}$ ;  $\Sigma A W_0$  — определяются по характеристике холостого хода для э.д.с., соответствующей максимальной нагрузке (т. е.  $E \approx U - (I_{kz} \sqrt{x_s^2 + r^2})$ );

$AW'_{\delta q} = \frac{AW_{\delta q}}{K_q}$  — м.д.с. воздушного зазора, приведенная к первой гармонической потока.

Индуктивное сопротивление по поперечной оси

$$x_{aq} = \frac{x_a K_q}{\kappa_{pq}}; \quad x_q = x_{aq} + x_s. \quad (28)$$

Учет потерь в стали. Потери в стали в СРД при работе от сети с  $U = \text{const}$  можно считать постоянными, так как  $\Phi \approx \text{const}$ . Поэтому, определив их для номинального режима, уточнение круговой диаграммы производим смещением линии подводимой мощности  $P_1 = 0$ , как это выполняется при построении круговых диаграмм асинхронных двигателей.

Круговой диаграммой при построении рабочих характеристик пользуются методом, подобно описанным для асинхронных машин, т. е.  $\cos \varphi$ ;  $P_1$ ;  $P_2$ ;  $\eta$  и т. д. находятся так же. Например, линия нулевых моментов находится соединением концов вектора холостого хода и короткого замыкания, а линия нулевой мощности  $P_2 = 0$  — проведением параллельной линии на расстоянии, равном в масштабе мощности механическим потерям. Для определения угла можно построить шкалу, подобную шкале скольжения асинхронных машин, но так как эта шкала будет по существу  $\operatorname{tg} \beta$ , а номинальный режим и максимальные моменты обычно в зоне  $\beta > 60^\circ$ , когда  $1,5 < \operatorname{tg} \beta < \infty$ , построение шкалы нецелесообразно. Более точно определять  $\beta$  — по центральному углу круга.

### Выводы

Круговая диаграмма синхронно-реактивного двигателя, где аргументом принят угол рассогласования продольной оси ротора и вектора тока, имеет ряд преимуществ:

1. Упрощена схема замещения, в которой отсутствует намагничивающий контур. Эквивалентные сопротивления приобрели физический смысл ( $R'$  — пропорционален электромагнитному моменту).
2. Сократилось количество математических операций. В расчете необходимы непосредственно определяемые параметры двигателя  $r$ ,  $x_s$ ;  $x_{ad}$ ;  $x_{aq}$ .
3. Полученные характеристики более реально и наглядно освещают физическую картину работы СРД.
4. Учет потерь в стали и меди, насыщения стали, потоков рассеяния не вызывает особого усложнения расчета круговой диаграммы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Д. А. Завалишин, С. И. Бардинский, О. Б. Певзнер, Б. Ф. Фролов, В. В. Хрушев. Электрические машины малой мощности. Госэнергоиздат, 1963.
2. Кавамура. Синхронно-реактивные электродвигатели. Тосиба рэбю, 1959, т. 14, № 9, стр. 942—945.
3. Р. Рихтер. Электрические машины. ОНТИ НКТП СССР, 1935, т. 2.
4. П. Г. Сорокер, П. П. Клобуков. Однофазные синхронные реактивные двигатели. Вестник электропромышленности, № 3, 1938.
5. И. М. Постников. Годограф тока и универсальная схема замещения синхронных, явнополюсной и параметрической машины. Электричество, № 8, 1960.
6. Ю. С. Чечет. Электрические микромашины автоматических устройств. Госэнергоиздат, 1957.