

## ВЫХОДНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ КОЛЬЦЕВОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ ЧАСТОТЫ ДЛЯ СЛУЧАЯ МАЛЫХ ВХОДНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

Г. И. ЛЕВАШКИН

(Представлено научным семинаром радиотехнического факультета)

Анализ работы схемы кольцевого преобразователя частоты (рис. 1) рассматривался в ряде работ советских [1–4] и иностранных ученых [6].

В данной работе производится сравнение полученных выражений выходного напряжения кольцевого смесителя при аппроксимировании характеристик нелинейного элемента в виде

$$i = \frac{1}{R_0} U e^{cU} \quad (1)$$

и

$$i = \frac{1}{cR_0} (e^{cU} - 1), \quad (2)$$

где  $R_0 = \frac{dU}{di}$  при  $U = 0$ , а  $c = 1,5 \div 4 \frac{1}{\theta}$  для точечных германиевых диодов.

При соответствующем выборе величины  $c$  аппроксимация (1) дает близкое представление обратной проводимости диода, а (2) лучше отражает участок прямой проводимости при малых величинах сигнальных напряжений.

При решении задачи полагаем, что все нелинейные элементы идентичны, а трансформаторы идеальны.

Эквивалентная схема смесителя представлена на рис. 2. Обозначенные на ней величины:  $\epsilon_1 = i_6 \frac{R_a}{4}$ ;  $\epsilon'_1 = i_5 \frac{R_a}{4}$ ;  $\epsilon_2 = i_9 \frac{R_e}{4}$ ;

$\epsilon'_2 = i_8 \frac{R_e}{4}$  являются э.д.с. взаимоиндукции между половинами обмоток трансформаторов, имеющих выведенные средние точки. Уравнения Кирхгофа, составленные согласно рис. 2, имеют вид:

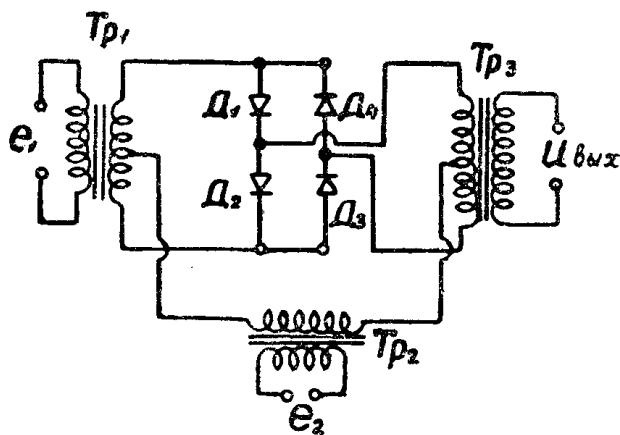


Рис. 1.

$$U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 0;$$

$$\begin{aligned} U_1 + U_2 + \frac{R_a}{2} (i_1 + i_2 - i_3 - i_4) &= e_1; \\ U_1 + U_3 + 2R_i(i_1 - i_2 + i_3 - i_4) &= 2e_2; \\ U_1 + U_4 + \frac{R_e}{2} (i_1 - i_2 - i_3 + i_4) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $U_1, U_2, U_3, U_4$  — напряжения на соответствующих диодах.

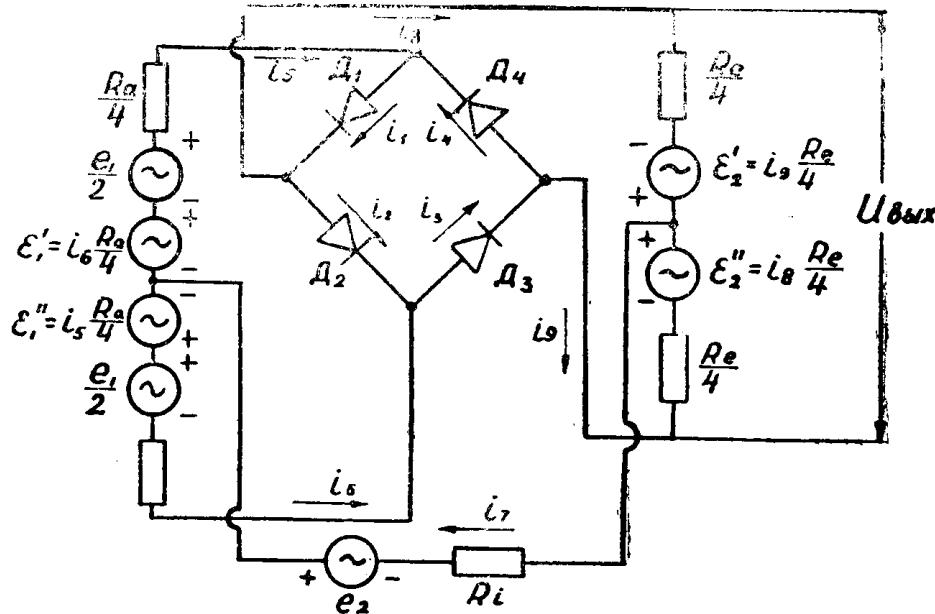


Рис. 2.

### Случай $e_1 \gg e_2$

При аппроксимации вольтамперной характеристики диода (1) из (3) получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} v_1 - v_2 + v_3 - v_4 &= 0; \\ v_1 - v_2 + \frac{3}{2} (v_1 e^{v_1} - v_2 e^{v_2} - v_3 e^{v_3} + v_4 e^{v_4}) &= e_1; \\ v_1 - v_3 + \gamma (v_1 e^{v_1} - v_2 e^{v_2} - v_3 e^{v_3} + v_4 e^{v_4}) &= 2e_{II}; \\ v_1 - v_4 + \frac{\alpha}{2} (v_1 e^{v_1} - v_2 e^{v_2} - v_3 e^{v_3} + v_4 e^{v_4}) &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } v_j = cU_j; \quad \alpha = \frac{R_e}{R_0}; \quad \beta = \frac{R_a}{R_0}; \quad \gamma = \frac{2R_i}{R_0}; \quad e_1 = ce_1; \quad e_{II} = ce_2. \quad (5)$$

Выражение для управляющего напряжения на диоде находим, решая систему (4) приближенным методом Ньютона-Рафсона [5]. При ограничении вторым приближением имеем:

$$v_1 = \frac{cE_1}{2(1+\beta)} \left[ 1 - \frac{3c^2 E_1^2 \beta}{32(1+\beta)^3} \right] \cos \omega_1 t - \frac{\beta c^3 E_1^3}{64(1+\beta)^4} \cos 3\omega_1 t. \quad (6)$$

Предполагая далее, что сопротивление нелинейных элементов можно заменить линейными, но изменяющимися во времени по закону  $r_1 = \frac{R_0}{1+v_1} e^{-v_1}$ , составим, согласно эквивалентной схеме (рис. 3), систему уравнений Кирхгофа. Решение системы даёт выражение для выходного напряжения в виде:

$$U_{\text{вых}} = \frac{2e_2}{1+4\frac{R_i}{R_e}} \cdot \frac{\sin v_1 + v_1 \cosh v_1}{a_1 + \cosh v_1 + v_1 \sinh v_1}, \quad (7)$$

где

$$a_1 = \frac{1 + 2\alpha\gamma(1 - v_1^2)}{\alpha + 2\gamma}.$$

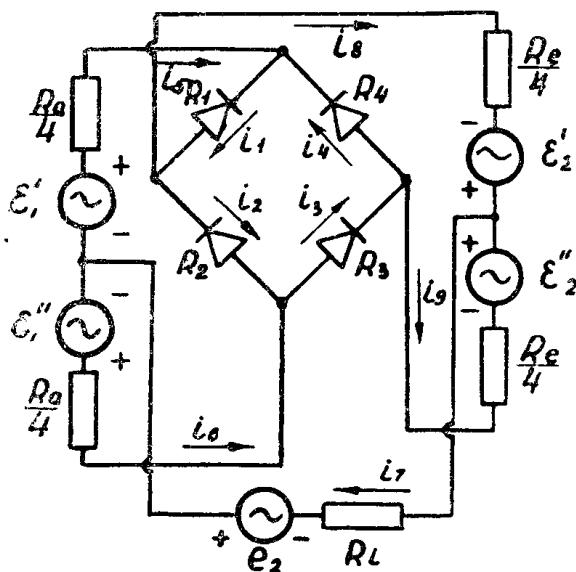


Рис. 3.

Если напряжения  $e_1$  и  $e_2$  такие, что  $v_1 = cU \ll 1$ , то значение  $U_{\text{вых}}$  может быть записано проще

$$U_{\text{вых}} = \frac{cE_1 E_2}{\left(1 + 4\frac{R_i}{R_e}\right)(1 + \beta)(1 + a)} \cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t, \quad (8)$$

где

$$a = \frac{1 + 2\alpha\gamma}{\alpha + 2\gamma}.$$

При представлении характеристики диода в виде (2), используя ранее принятые обозначения, получим систему уравнений Кирхгофа в виде

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 0;$$

$$v_1 + v_2 + \frac{\beta}{2} (e^{v_1} + e^{v_2} - e^{v_3} - e^{v_4}) = e_1;$$

$$v_1 + v_3 + \gamma (e^{v_1} - e^{v_2} + e^{v_3} - e^{v_4}) = 2e_{II};$$

$$v_1 + v_4 + \frac{\alpha}{2} (e^{v_1} - e^{v_2} - e^{v_3} + e^{v_4}) = 0.$$

Решая аналогично предыдущему и имея в виду, что  $r_1 = R_0 e^{-v_1}$ , получим выражение для  $v_1$  и  $U_{вых}$  в виде

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{cE_1}{2(1+\beta)} \left[ 1 - \frac{3c^2 E_1^2}{32(1+\beta)^3} \right] \cos \omega_1 t - \frac{\beta c^3 E_1^3}{92(1+\beta)^4} \cos 3\omega_1 t \dots \\ U_{вых} &= \frac{2e_2}{1+4\frac{R_i}{R_e}} \cdot \frac{\operatorname{sh} v_1}{a + \operatorname{ch} v_1}. \end{aligned} \quad (9)$$

При малых величинах  $e_1$  и  $e_2$  получим выражение (8).

Случай  $e_2 \gg e_1$

При аппроксимировании вольтамперной характеристики диода (1), используя систему уравнений (4), получим выражение управляющего напряжения на диоде в виде

$$v_2 = \frac{cE_2}{1+2\gamma} \left[ 1 - \frac{3c^2 E_2^2 \gamma}{4(1+2\gamma)^3} \right] \cos \omega_2 t - \frac{\gamma c^3 E_2^3}{4(1+2\gamma)^4} \cos 3\omega_2 t,$$

а выражение для  $U_{вых}$ :

$$U_{вых} = \frac{e_1}{1 + \frac{R_a}{R_e}} \cdot \frac{\operatorname{sh} v_2 + v_2 \operatorname{ch} v_2}{a_2^2 + \operatorname{ch} v_2 + v_2 \operatorname{sh} v_2}, \quad (10)$$

$$\text{где } a'_2 = \frac{1 + \alpha\beta(1 - v_2^2)}{\alpha + \beta}.$$

При решении задачи с использованием (2)

$$v_2 = \frac{cE_2}{1+2\gamma} \left[ 1 - \frac{c^2 E_2^2 \gamma}{4(1+2\gamma)^3} \right] \cos \omega_2 t - \frac{\gamma c^3 E_2^3}{12(1+2\gamma)^4} \cos 3\omega_2 t.$$

При этом

$$U_{вых} = \frac{e_1}{1 + \frac{R_a}{R_e}} \cdot \frac{\operatorname{sh} v_2}{a_2 + \operatorname{ch} v_2},$$

$$\text{где } a_2 = \frac{1 + \alpha\beta}{\alpha + \beta}.$$

## Выводы

Сравнивая полученные формулы для действующих выражений на диодах и для  $U_{вых}$ , можно видеть, что обе аппроксимации в первом приближении дают примерно одинаковые значения.

Аппроксимация характеристики нелинейного элемента зависимостью (1) дает более сложную общую формулу для  $U_{вых}$  (см. 7 и 10), чем аппроксимация выражением (2).

$U_{вых}$  смесителя при работе с малыми входными напряжениями не отличаются друг от друга.

Выражение (8) можно использовать при расчетах кольцевого смесителя, в котором осуществляется „чистое“ перемножение напряжений.

Результаты работы позволяют определить условия „чистого“ перемножения напряжений при различных величинах параметров схемы и сигнальных напряжений.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А ндреев В. С., О работе кольцевого преобразователя при небольших входных сигналах. Радиотехника, т. 12, № 12, 1957.
2. Власов В. Г. Фазовые соотношения при преобразовании частоты, Труды НИИВИ, изд. „Речной транс порт“, 1956.
3. Добровольский Г. В., Анализ нелинейных многополюсников. Изд. АН СССР, 1947.
4. Харкевич А. А., Умножающие схемы. Радиотехника, т. 9, № 3, 1954.
5. Скарборо А. А., Численные методы математического анализа, 1934.
6. Weaver D. K., „A Third Method of Generation and Detection a Single Sideband Signals“ PJRE, v 12, 1956.