

ПРИМЕНЕНИЕ ЦЕПНОЙ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ К РАСЧЕТУ ЭСГ

В. А. ЛУКУТИН, В. Д. ЭСЬКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры теоретических основ электротехники)

Электрическое поле в электростатических генераторах (ЭСГ) удовлетворяет условиям квазистационарности [1], следовательно, их исследование может проводиться с помощью уравнений электростатики.

Бобковский разработал стройную теорию ЭСГ [2], используя уравнения с потенциальными коэффициентами. К сожалению, расчет внешней характеристики генератора по его методике становится весьма громоздким, если учитывать заданное равномерное распределение потенциала по статору, необходимое по условиям получения от генератора максимальной мощности.

Исследования ЭСГ по уравнениям с частичными емкостями приведено в [3], но и здесь при большом числе транспортеров приходится решать систему из большого числа уравнений.

В настоящей статье излагается методика расчета внешней характеристики ЭСГ с каскадным соединением транспортеров, основанная на использовании метода электростатической аналогии.

Рассматривая ЭСГ как систему проводящих тел, можно составить схему замещения для генератора с одной парой полюсов [3], приведенную на рис. 1. Здесь c_2 — частичная емкость между соседними транспортерами, c_1 — частичная емкость транспортера относительно статора. При этом не учитываются остальные частичные емкости, наличие краев

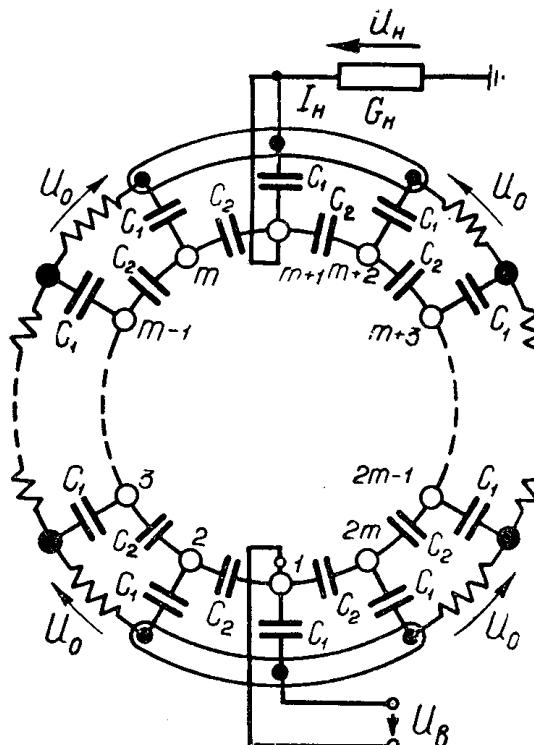


Рис. 1.

вого эффекта на границе индуктор — полупроводящий слой и предполагается, что диэлектрическая проницаемость среды, окружающей транспортеры, не зависит от напряженности электрического поля и что отсутствуют утечки по изоляции и потери на корону.

Генератор имеет число транспортеров $2m$, причем щетки перекрывают по одному транспортеру. Нагрузка присоединяется одним концом к высоковольтным индукторам и щетке, а другим заземляется. В системе возбуждения щетка может быть заземлена, тогда индукторы подключены к источнику возбуждения с напряжением U_b , другой зажим которого также заземлен (индукционная схема); и, наоборот, щетка может быть присоединена к источнику возбуждения, тогда индукторы заземляются (кондукционная схема). Полупроводящий слой на статоре, осуществляющий равномерное распределение потенциала, изображен в виде делителя напряжения с падением напряжения на каждом его элементе U_0 .

Если рассматривать момент отрыва транспортеров I и $m+1$ от соответствующих щеток, то транспортеры $1, 2, \dots, m$ имеют заряд q , а транспортеры $m+1, m+2, \dots, 2m$ заряд q' . Разность этих зарядов отдается в нагрузку с проводимостью G_n . Ток I_n , протекающий в нагрузке, создает на ней падение напряжения U_n .

Воспользуемся теперь методом электростатической аналогии. Частичную емкость c_1 заменим проводимостью $2g$, частичную емкость c_2 — проводимостью $\frac{1}{R}$. Сумма токов, подтекающих к узлу по этим

проводимостям, должна равняться либо I , либо I' , где ток I соответствует заряду q , а I' — заряду q' . Следовательно, для выполнения первого закона Кирхгофа нужно подключить к каждому узлу источник тока такой же величины. Напряжению источника возбуждения и падениям напряжения на элементах статора будут соответствовать источники напряжения U_b и U_0 .

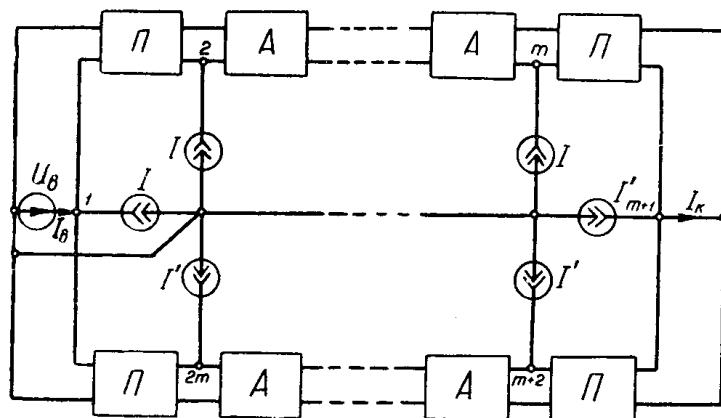


Рис. 2.

В результате получается цепная схема, представленная на рис. 2. Если индукторы перекрывают s транспортеров (s — нечетное число), то $s - 1$ четырехполюсников как со стороны возбуждения, так и со стороны нагрузки, будут пассивными, а остальные — активными. Цепная схема имеет две одинаковые ветви, начала которых подключены к источнику напряжения U_b , а концы замкнуты накоротко.

Схема активного четырехполюсника и результат ее преобразования согласно [4] приведены на рис. 3. Величина токов I_{1k} и I_{2k} определяется при коротком замыкании четырехполюсника с обеих сторон.

$$I_{1k} = I_{2k} = \frac{U_0}{R}. \quad (1)$$

В цепной схеме источники тока I_{1k} и I_{2k} смежных четырехполюсников уничтожают действие друг друга. Поэтому в расчете нужно учитывать лишь самые крайние из них, т. е. те, которые подключены к узлам $1 + s'$, $m - 1 + s'$, $m + 1 - s'$, $2m + 1 - s'$, где $s' = \frac{s-1}{2}$.

Найдем токи в ветви источника напряжения U_b — I_b и в короткозамкнутой ветви — I_k (рис. 2). Расчет будем вести методом наложения по известным формулам теории цепей [4].

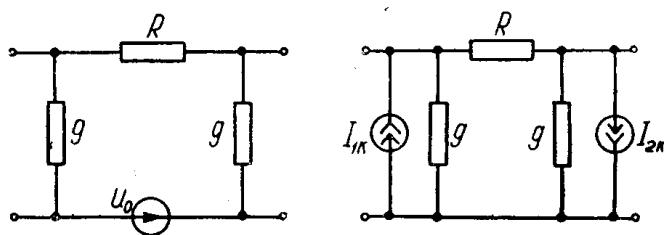


Рис. 3.

Токи от источника напряжения U_b

$$I'_b = \frac{2U_b}{z_c \operatorname{th} m\gamma}, \quad (2)$$

$$I'_k = \frac{2U_b}{z_c \operatorname{sh} m\gamma}, \quad (3)$$

где $z_c = \frac{1}{g \sqrt{1 + \frac{2}{Rg}}}$ — характеристическое сопротивление четырехполюсника,

$\gamma = \ln \left[1 + Rg \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2}{Rg}} \right) \right]$ — его постоянная распространения.

Токи от источников тока I , присоединенных к узлам $2, 3, \dots, m$ и I' , подключенных к узлам $m+2, m+3, \dots, 2m$:

$$I''_k = -I''_b = \frac{I + I'}{s \operatorname{sh} m\gamma} \sum_{n=1}^{m-1} \operatorname{sh} n\gamma. \quad (4)$$

Токи от источников тока I_{1k} и I_{2k} с учетом их направления и места присоединения

$$I''_b = I'''_k = -\frac{2U_0}{R} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{m-s+1}{2}\gamma}{\operatorname{sh} \frac{m\gamma}{2}}. \quad (5)$$

Кроме того, в ветви U_b протекает ток I от первого источника тока, а в короткозамкнутой ветви — ток I' от $(m+1)$ -го источника тока.

Полные токи в этих ветвях равны сумме составляющих

$$I_{\text{в}} = I'_{\text{в}} + I''_{\text{в}} + I'''_{\text{в}} - I, \quad (6)$$

$$I_{\text{к}} = I'_{\text{к}} + I''_{\text{к}} + I'''_{\text{к}} + I'. \quad (7)$$

Поскольку заряды транспортеров (рис. 1) связаны с соответствующими разностями потенциалов только частичными емкостями c_1 и c_2 , то токи в схеме рис. 2 могут протекать лишь по проводимостям g и $\frac{1}{R}$. Отсюда следует равенство нулю токов $I_{\text{в}}$ и $I_{\text{к}}$. Тогда с учетом уравнений (1 — 7) получим

$$\frac{2U_{\text{в}}}{z_c \operatorname{th} m\gamma} - \frac{I + I'}{\operatorname{sh} m\gamma} \sum_{n=1}^{m-1} \operatorname{sh} n\gamma - \frac{2U_0}{R} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{m-s+1}{2}\gamma}{\operatorname{sh} \frac{m\gamma}{2}} - I = 0, \quad (8)$$

$$\frac{2U_{\text{в}}}{z_c \operatorname{th} m\gamma} + \frac{I + I'}{\operatorname{sh} m\gamma} \sum_{n=1}^{m-1} \operatorname{sh} n\gamma - \frac{2U_0}{R} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{m-s+1}{2}\gamma}{\operatorname{sh} \frac{m\gamma}{2}} + I' = 0. \quad (9)$$

Сложение (8) и (9) дает

$$I - I' = \frac{2U_{\text{в}}}{z_c \operatorname{th} \frac{m\gamma}{2}} - \frac{4U_0}{R} \cdot \frac{\operatorname{sh} \frac{m-s+1}{2}\gamma}{\operatorname{sh} \frac{m\gamma}{2}}. \quad (10)$$

Возвратимся теперь к электростатическим величинам, заменяя в выражении (10) g на $\frac{c_1}{2}$, $\frac{1}{R}$ на c_2 , I на q и I' на q' . В результате имеем

$$q - q' = c_1 U_{\text{в}} \left[A - B \frac{U_0}{U_{\text{в}}} (m - s + 1) \right]. \quad (11)$$

Здесь для упрощения записи введены следующие обозначения:

$$A = \frac{V\sqrt{1+y}}{\operatorname{th} \frac{m\beta}{2}}, \quad B = \frac{y \operatorname{sh} \frac{m-s+1}{2}\beta}{(m - s + 1) \operatorname{sh} \frac{m\beta}{2}},$$

где

$$y = \frac{4c_2}{c_1}, \quad \beta = \ln \left[1 + \frac{2}{y} (1 + V\sqrt{1+y}) \right].$$

Ток в цепи нагрузки определяется выражением

$$I_{\text{н}} = 2mn(q - q'), \quad (12)$$

где n — число оборотов ротора в секунду.

Или, учитывая уравнение (11),

$$I_{\text{н}} = 2mn c_1 U_{\text{в}} \left[A - B \frac{U_0}{U_{\text{в}}} (m - s + 1) \right]. \quad (13)$$

Падение напряжения на нагрузке связано с этим током проводимостью G_n

$$U_n = \frac{I_n}{G_n}, \quad (14)$$

а согласно второму закону Кирхгофа оно равно

$$U_n = U_0(m - s + 1) - \alpha U_b, \quad (15)$$

где α — коэффициент, учитывающий схему возбуждения:

$$\alpha = \begin{cases} 0 & \text{при кондукционной схеме} \\ 1 & \text{при индукционной схеме.} \end{cases}$$

Разрешая совместно уравнения (13—15) относительно U_n и I_n , получаем:

$$U_n = I_0(A - \alpha B) \left(G_n + \frac{BI_0}{U_b} \right)^{-1}, \quad (16)$$

$$I_n = I_0(A - \alpha B) \left(1 + \frac{BI_0}{G_n U_b} \right)^{-1}, \quad (17)$$

где $I_0 = 2mc_1 U_b$.

При $G_n = 0$ мы имеем режим холостого хода генератора. Из (17) находим $I_{xx} = 0$, а из (16)

$$U_{xx} = U_b \left(\frac{A}{B} - \alpha \right). \quad (18)$$

При $G_n \rightarrow \infty$ получаем режим короткого замыкания. Из (17) следует $U_{kz} = 0$, а из (17)

$$I_{kz} = I_0(A - \alpha B). \quad (19)$$

Уравнение (17) с учетом (16), (18) и (19) можно привести к общепринятым виду

$$I_n = I_{kz} \left(1 - \frac{U_n}{U_{xx}} \right). \quad (20)$$

С точки зрения сравнения различных конструкций генераторов представляют интерес две величины: отношение напряжения холостого хода к напряжению возбуждения

$$\kappa_u = \frac{U_{xx}}{U_b} = \frac{A}{B} - \alpha, \quad (21)$$

которую можно назвать коэффициентом увеличения напряжения, и отношение тока короткого замыкания к току I_0

$$\kappa_t = \frac{I_{kz}}{I_0} = A - \alpha B, \quad (22)$$

которую можно назвать коэффициентом естественной перезарядки (при отсутствии влияния соседних транспортеров на заряжающийся и разряжающийся транспортеры, т. е. при $c_2 \rightarrow 0$, мы имели бы $I_{kz} = I_0$).

Очевидно, что расчет генератора с несколькими парами полюсов будет полностью подобен вышеизложенному и в результате получатся те же формулы, если заменить m на m' , где $2m'$ — число транспортеров на пару полюсов, и I_0 на $I_0 = 2m'p^2c_1 U_b n$, где p — число пар полюсов.

Исследование уравнений (16—22) дает качественные выводы, аналогичные сделанным в [3], которые подтверждены экспериментально на генераторах, выполненных в Томском политехническом институте.

Таким образом, на основе предложенной в настоящей статье методики расчета внешней характеристики ЭСГ с применением электростатической аналогии получены простые выражения, которые учитывают одновременно соотношение между частичными емкостями, общее число транспортеров, число транспортеров, перекрываемых одним индуктором, схему возбуждения и число пар полюсов. Нужно отметить, что эта методика позволяет также учесть и другие особенности конструкции и схемы генераторов, например, перекрытие щеткой нескольких транспортеров, смещение щетки относительно середины индуктора и т. д. После разработки достаточно простых методов определения частичных емкостей полученные уравнения могут быть использованы в инженерном расчете ЭСГ с каскадным соединением транспортеров-проводников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Уайт и Г. Вудсон. Электромеханическое преобразование энергии, «Энергия», 1964.
 2. С. А. Бобковский. Общая теория электростатических генераторов, Ж. Т. Ф., 10, № 17, 1404, 1940.
 3. В. В. Пачевич. Некоторые вопросы теории и расчета ЭСГ с транспортерами-проводниками, диссертация, г. Томск, 1964.
 4. Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. Основы теории цепей, Госэнергоиздат, 1963.
-