

К ВОПРОСУ О РАСЧЕТЕ ЦЕПЕЙ С ВЕНТИЛЕМ

В. А. ЛУКУТИН, И. П. ГУК

(Представлена научным семинаром кафедры теоретических основ электротехники)

В настоящее время существует много различных методов расчета токов и напряжений в цепях с выпрямителями. Все они имеют те или иные достоинства и недостатки и, как правило, могут применяться для вполне определенного класса задач. При кусочно-линейной аппроксимации вольтамперной характеристики вентиля наиболее точное решение дает метод припасовывания. Он позволяет рассчитывать не только установившиеся, но и переходные процессы в схемах с одним или двумя вентилями.

Суть метода припасовывания состоит в том, что для отдельных интервалов работы вентиля процесс в электрической цепи может быть описан линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. При этом возникает необходимость определять границы интервалов и стыковать на этих границах токи и напряжения.

Применение метода припасовывания затрудняется тем, что при определении границ интервалов работы вентиля приходится сталкиваться с серьезными трудностями решения трансцендентных уравнений. Тем не менее метод припасовывания оказывается весьма эффективным для определенного типа задач, довольно часто встречающихся в инженерной практике. Так, широко распространенная схема выпрямителя, питающего через дроссель активную нагрузку, рассчитывается очень легко, так как в ней по сути дела переходного процесса нет и с момента включения в схеме сразу возникает установившийся процесс. При этом необходимо рассчитать всего один интервал, определив сначала его границы.

В рассматриваемой схеме при принятой аппроксимации вольтамперной характеристики вентиль можно заменить рубильником, включающимся в момент, когда питающее напряжение проходит через нуль, и остающимся включенным до момента времени, когда ток переходного процесса будет проходить через нуль из области положительных значений в отрицательную. Момент размыкания рубильника будет соответствовать началу периода запираания вентиля, причем запас энергии в магнитном поле индуктивности будет равен нулю. Следующий период пропускания вентиля начнется опять с момента перехода питающей э. д. с. через нуль, и весь процесс начинает повторяться.

Для замкнутого состояния рубильника будет справедливо уравнение

$$L \frac{di}{dt} + ri = E_m \sin \Theta,$$

решение которого и дает нам искомый ток через вентиль:

$$i(t) = \frac{E_m}{\sqrt{r^2 + x^2}} \left[\sin(\Theta - \varphi) + \sin \varphi \cdot e^{-\frac{r}{x} \Theta} \right]. \quad (1)$$

Граница интервала, в котором существует этот ток, находится из следующего равенства:

$$\sin(\Theta - \varphi) + \sin \varphi e^{-\frac{r}{x} \Theta} = 0. \quad (2)$$

Это трансцендентное уравнение можно приближенно решить, если заменить соответствующие функции степенными рядами, предварительно проделав некоторые преобразования:

$$\begin{aligned} p \sin \Theta - \cos \Theta + e^{-p\Theta} &= 0. \\ p \left(\Theta - \frac{\Theta^3}{3!} + \frac{\Theta^5}{5!} - \dots \right) - \left(1 - \frac{\Theta^2}{2!} + \frac{\Theta^4}{4!} - \dots \right) + \\ + \left(1 - \frac{p\Theta}{1!} + \frac{p^2\Theta^2}{2!} - \frac{p^3\Theta^3}{3!} + \dots \right) &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Известно, что в радикалах алгебраические уравнения выше четвертой степени не могут быть разрешены, поэтому нам придется ряды ограничить двумя или тремя первыми слагаемыми. Совершенно очевидно, что чем меньше будем брать членов ряда, тем большую ошибку мы допустим в решении. Однако сходимость рядов функций $e^{-p\Theta}$, $\sin \Theta$ и $\cos \Theta$ при небольшом числе слагаемых будет тем лучше, чем меньше будут значения $p\Theta$ и Θ . Оказывается, если Θ или $p\Theta$ меньше единицы, то для достаточно точного решения уравнения (3) необходимо учесть только вторую степень соответствующих рядов.

В рассматриваемой схеме угол отсечки может меняться в довольно широких пределах:

$$\Theta = \pi \quad \text{при} \quad p = \frac{r}{\omega L} = \infty,$$

$$\Theta = 2\pi \quad \text{при} \quad p = \frac{r}{\omega L} = 0.$$

Во всяком случае угол Θ изменяется от 3,14 до 6,28 и, значит, для точного его определения следует брать много членов ряда, что делает аналитическое решение невозможным. Выход из затруднительного положения можно найти, если произвести в уравнении (3) соответствующую замену:

$$\Theta = \psi + \Theta',$$

где угол ψ принимается исходя из конкретных значений параметров схемы и тогда Θ' может быть заметно меньше единицы.

На основании исследований можно рекомендовать следующие подстановки:

а) при $0 \leq p \leq 0,1$, подставляя $\Theta = 2\pi + \Theta'$ в уравнение (3), получим простую формулу

$$p \sin \Theta' - \cos \Theta' + e^{-2\pi p} \cdot e^{-p\Theta'} = 0,$$

в которой заменим функции рядами и получим расчетное уравнение

$$\Theta'^2 + 2pA\Theta' - 2A = 0, \text{ где } A = 1 - e^{-2\pi p}.$$

Искомый угол отсечки будет

$$\Theta' = -pA - \sqrt{p^2 A^2 + 2A}; \quad (4)$$

б) при $0,1 \leq p \leq 1$, подставляя $\Theta = \frac{3}{2}\pi + \Theta'$ в уравнение (3) и проделав операции, аналогичные пункту а, найдем искомый угол отсечки

$$\Theta' = \left(B + \frac{1}{p} \right) - \sqrt{B^2 + \frac{1}{p^2} + 2}, \quad (5)$$

где $B = e^{-\frac{3}{2}\pi p}$;

в) при $1 < p \leq 5$, $\Theta' = 1\frac{1}{6}\pi + \Theta'$,

$$\Theta' = \frac{(2Cp + p\sqrt{3} + 1) - \sqrt{4p^2 C + 4\sqrt{3}C + 5p^2 + 7 - 2p\sqrt{3}}}{2Cp + p - \sqrt{3}}, \quad (6)$$

где $C = e^{-\frac{7}{6}\pi p}$;

г) при $p > 5$, $\Theta = \pi + \Theta'$,

$$\Theta' = -pD + \sqrt{p^2 D^2 + 2D}, \quad (7)$$

где

$$D = \frac{1 + e^{-\pi p}}{1 - p^2 e^{-\pi p}}.$$

Итак, зная параметры схемы, находим угол отсечки, а по найденному Θ не составит особого труда определить все гармоники выпрямленного тока и напряжения на нагрузке.