

УДК 621.317.1

## СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТОКОВ (НАПРЯЖЕНИЙ) В ОДНОФАЗНЫХ И ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЯХ С ПОМОЩЬЮ ВОЛЬТ-АМПЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Е.И. Гольдштейн, А.О. Сулайманов, Н.Л. Бацева

Томский политехнический университет  
E-mail: sao@tpu.ru

Обобщаются результаты исследований по разработке процедур определения спектральных портретов многочастотных сигналов с помощью вольт-амперных характеристик. Площадь вольт-амперной характеристики исходного и опорного сигналов минимальна при совпадении частот этих сигналов, а при совпадении фаз площадь стремится к нулю.

### 1. Общие соображения

Широкое использование в энергосистемах цифровых регистраторов аварийных событий объясняет большой интерес к теории и практике анализа установившихся процессов в одно- и трехфазных цепях по исходным данным в виде цифровых массивов мгновенных значений токов и напряжений.

Использование геометрической трактовки реактивной мощности  $Q$  позволило профессору О.А. Мавевскому получить связь этой мощности с площадью вольт-амперной характеристики (ВАХ)  $F_{ВАХ}$  [1]:

$$Q = \pm \frac{1}{2\pi} F_{ВАХ}, \quad (1)$$

где знак «+» соответствует перемещению рабочей точки по ВАХ против часовой стрелки (индуктивная нагрузка); знак «-» соответствует емкостной нагрузке.

В [2] показана целесообразность использования формулы (1) в виде

$$Q = \pm \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N [u(t_j) - u(t_{j+1})] \cdot [i(t_j) + i(t_{j+1})]. \quad (2)$$

Здесь:  $i(t_j)$ ,  $i(t_{j+1})$ ,  $u(t_j)$ ,  $u(t_{j+1})$  – отсчеты мгновенных значений тока и напряжения в моменты времени  $t_j$ ,  $t_{j+1} = t_j + \Delta t$ ,  $t_{j+2} = t_{j+1} + \Delta t$ ;  $\Delta t$  – шаг дискретизации;  $T$  – период сигнала;  $N = T/\Delta t$  – число разбиений на периоде сигнала.

Заслуживает внимания тот факт, что при расчетах по формуле (2) принципиально не учитывается взаимодействие разных по частоте гармоник тока и напряжения, поэтому формулы (1, 2) могут быть использованы для спектрального анализа.

В приведенных ниже результатах исследований будем использовать обозначения, принятые для точечного исчисления. Расчетные формулы примут вид:

- для действующих значений тока и напряжения

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|i^2(t_j)\|_{j=1}^N}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|u^2(t_j)\|_{j=1}^N};$$

- для активной и реактивной мощностей

$$P = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|p(t_j)\|_{j=1}^N = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \|u(t_j)i(t_j)\|_{j=1}^N;$$

$$Q = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^N \|[u(t_j) - u(t_{j+1})][i(t_j) + i(t_{j+1})]\|_{j=1}^N.$$

### 2. Определение реактивной мощности сдвига в однофазных цепях

На рис. 1 показаны графики тока и напряжения, а также ВАХ для случая:

$$u(t_j) = u_1(t_j) + u_2(t_j) = 300 \sin \omega t_j + 100 \sin 3\omega t_j;$$

$$i(t_j) = i_1(t_j) + i_2(t_j) =$$

$$= 3,8 \sin(\omega t_j - 54^\circ) + 0,513 \sin(3\omega t_j - 75,1^\circ).$$

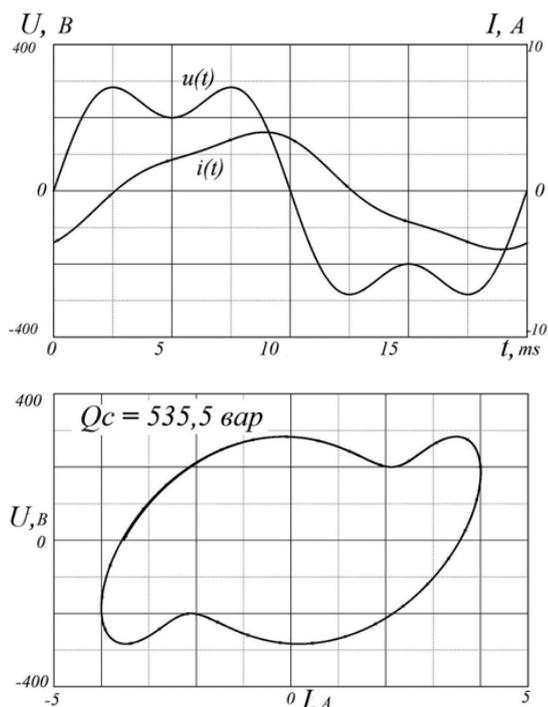


Рис. 1. Графики  $u(t)$ ,  $i(t)$  и ВАХ  $i(u)$  для однофазной цепи

Легко видеть, что  $Q_{св} = Q_c^a + Q_c^e = 535,46$  вар, тогда как мощности сдвига, обусловленные взаимодействием разных по частоте гармоник тока и напряжения, равны нулю  $Q_c^e + Q_c^a = 0$ .

### 3. Спектральный анализ многочастотных сигналов с помощью вольт-амперных характеристик

В ходе детального исследования методики расчета реактивной мощности по ВАХ была выявлена возможность проведения на ее основе спектрального анализа многочастотного сигнала  $a(t)$  с помощью опорного одночастотного сигнала  $b(t)$  [5]:

$$a(t_j) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{mk} \sin(\omega_k t_j + \varphi_k);$$

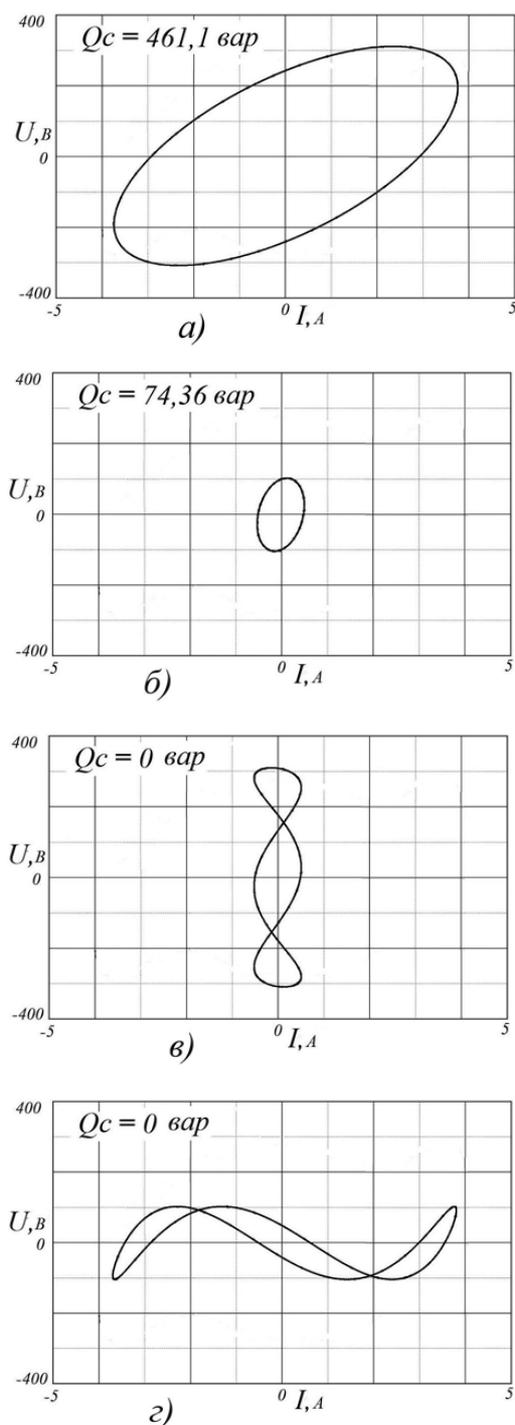
$$b(t_j) = B_m \sin(\omega_0 t_j + \varphi_0),$$

здесь:  $A_{mk}$ ,  $\omega_k$ ,  $\varphi_k$  – амплитуда, круговая частота и фаза  $k$ -ой гармоники исследуемого сигнала;  $\omega_0 = \text{var}$ ,  $\varphi_0 = \text{var}$  – частота и фаза опорного сигнала.

Для примера в таблице приведены ВАХ для случая, когда в сигнале имеется составляющая частотой  $\omega_k = 314,159$  рад/с ( $f_k = 50$  Гц) при фазе  $\varphi_k = 0$  и амплитуде  $A_{mk} = 320$  В.

Изменяя значения частоты и фазы опорного сигнала и контролируя площадь ВАХ, находим  $F_{ВАХ \min}$ :  $f_0 = f_k$  при  $\varphi_0 = \varphi_k$ .

**Таблица.** Процедура поиска частоты анализируемого сигнала



**Рис. 2.** ВАХ (при  $N=1000$ ) для случаев: а)  $u_1(t)$  и  $i_1(t)$ ; б)  $u_2(t)$  и  $i_2(t)$ ; в)  $u_1(t)$  и  $i_2(t)$ ; г)  $u_2(t)$  и  $i_1(t)$

$f_0$ , Гц	$\varphi_0$ , град	$F_{ВАХ \min}$	Вид ВАХ
49	0	6243,51	
	120	82820,69	
	180	-6243,51	
50	0	$6,21 \cdot 10^{-12}$	
	120	87048,05	
	180	$4,1 \cdot 10^{-5}$	
	90	100514	

Как видно из таблицы, в случае, когда опорный сигнал  $b(t)$  не совпадает по частоте с анализируемым сигналом, ВАХ получается не замкнутой. При совпадении частот ВАХ замкнута, либо вырождается в прямую в случае совпадения фазы.

Для определения амплитуды гармоники частотой 50 Гц используем тот факт, что площадь ВАХ и реактивная мощность сдвига максимальны, что соответствует максимальному значению реактивной мощности при  $\varphi'_k = \varphi_k \pm 90^\circ$ . Амплитуда  $k$ -той составляющей сигнала найдется по формуле

$$A_{mk} = \frac{\frac{1}{2\pi} F_{ВАХ \max}}{\frac{1}{2} B_{mk}}$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Маевский О.А. Энергетические показатели вентиляльных преобразователей. – М.: Энергия, 1978. – 320 с.
2. Функциональный контроль и диагностика электромеханических и электротехнических устройств и систем по цифровым отсчетам мгновенных значений токов и напряжений / Под ред. Е.И. Гольдштейна. – Томск: Печатная мануфактура, 2003. – 240 с.
3. Пат. на ПМ 41373 РФ. МПК<sup>7</sup> G01R 21/00. Устройство для измерения реактивной мощности сдвига в трехфазной трехпровод-

ной цепи переменного тока / Е.И. Гольдштейн, А.О. Сулайманов. Заявлено 07.06.2004.

#### 4. Заключение

Полученная методика определения спектра многочастотного сигнала с помощью вольт-амперной характеристики является законченной и вполне работоспособной для широкого спектра сигналов. Все формулы методики легко трансформируются для обработки массивов цифровых отсчетов.

4. Пат. на ПМ 41158 РФ. МПК<sup>7</sup> G01R 25/00. Устройство для измерения коэффициента мощности в трехфазной трехпроводной цепи переменного тока / Е.И. Гольдштейн, А.О. Сулайманов. Заявлено 31.03.2004.
5. Пат. 2229725 РФ. МПК<sup>7</sup> G01R 23/16. Способ спектрального анализа периодического многочастотного сигнала / Е.И. Гольдштейн, Н.Л. Бачева. Заявлено 12.11.2002; Опубл. 27.05.2004; Бюл. № 15. – 11 с.: ил.

УДК 621.317.1

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ И ЕЕ СОСТАВЛЯЮЩИХ ПО МАССИВАМ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ТОКОВ И НАПРЯЖЕНИЙ

А.О. Сулайманов, Е.И. Гольдштейн

Томский политехнический университет  
E-mail: sao@tpu.ru

*Для определения неактивной мощности предложено использовать интегралы обратной мощности за четверть периода, для определения мощности сдвига – площадь вольт-амперной характеристики, а мощность искажения находить как разность между неактивной мощностью и мощностью сдвига. Показана работоспособность предложенных методик для одно- и трехфазных цепей переменного тока.*

При рассмотрении методик определения неактивной мощности и ее составляющих в несинусоидальных режимах авторами была проведена ревизия известных и предложены новые алгоритмы для одно- и трехфазных цепей [1–6].

Ниже кратко рассматриваются основные расчетные формулы (п. 1), результаты экспериментальных исследований однофазных (п. 2) и трехфазных (п. 3) цепей, а также выводы и рекомендации (п. 4).

#### 1. Основные понятия и расчетные формулы

В ходе исследований авторы использовали следующие понятия:

- мощность сдвига  $Q_c$  (реактивная мощность сдвига) – часть реактивной мощности, которая характеризует процессы, обусловленные взаимодействием одинаковых по частоте гармоник тока и напряжения;
- мощность искажения  $Q_H$  – часть реактивной мощности, которая характеризует процессы, обусловленные взаимодействием разных по частоте гармоник тока и напряжения;
- неактивная мощность  $Q_H$  (полная реактивная мощность) – реактивная мощность, которая характеризует процессы взаимодействия всех без исключения гармоник тока и напряжения.