ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 105 1960 г.

ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ В ПОЛУПРОВОДНИКЕ МЕЖДУ ПЕРЕХОДАМИ ПО ТИПУ ПРОВОДИМОСТИ

Ю. С. РЯБИНКИН

(Представлено профессором доктором А. А. Воробьевым)

При однородном распределении концентрации избыточной примеси (N=const) и при термодинамическом равновесии значение электростатического потенциала Ψ в полупроводнике между двумя переходами постоянно, поэтому поле $E = -\frac{d\Psi}{dx} = 0$. Инъекция неосновных носителей тока связана с деформацией потенциальной кривой что приводит к появлению поля. Учет поля ввиду значительных математических трудностей обычно проводят упрощенно, вводя некоторый эффективный коэффициент диффузии вместо истинного. Ниже найдено распределение электрического поля и учтено его влияние явным образом.

Уравнение, описывающее распределение поля, и его приближенное решение

Для упрощения записи введем безразмерные переменные (все обозначения общепринятые)

$$\overline{N} = \frac{N}{n_i}; \quad \overline{x} = \frac{x}{l_i}; \quad \overline{\Psi} = \frac{q\Psi}{kT}; \quad \overline{E} = \frac{q\,l_i}{kT}E;$$

$$\overline{j} = \frac{l_i}{q\,D_p\,n_i}\,j. \tag{1}$$

Здесь n_i—собственная концентрация; $l_i = \sqrt{\frac{\varepsilon kT}{4\pi q^2 n_i}}$ — дебаевская длина (в германии при T = 300°K $n_i = 2\cdot 10^{13} см^{-3}$; $l_i = 10^{-4}$ см;

$$\frac{kT}{ql_i} = 260\ в/см; \quad \frac{q\,D_p\,n_i}{l_i} \simeq 1{,}5\quad а/см^2).$$

В безразмерных переменных уравнения для дырочного и электронного токов и уравнение Пуассона [1] имеют вид

$$j_p = pE - \frac{dp}{dx}, \tag{2}$$

$$\frac{1}{b} j_n = nE + \frac{dn}{dx}, \tag{3}$$

$$\frac{dE}{dx} = p - n + N \tag{4}$$

$\left(\text{черту над безразмерными переменными опускаем; } b = \frac{\mu_n}{\mu_p} = \frac{D_n}{D_p}\right)$.

Рассмотрим режим стационарной инъекции при расстоянии между вплавленными переходами $\ll$ диффузионной длины (т. е. при $j_p = \text{const}$, $j_n = \text{const}$, $N = \text{const}$). Взяв сумму и разность уравнений (2) и (3) и преобразуя

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{1}{2}\frac{d}{d\Psi}\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2,$$

приходим к основному уравнению

$$\frac{d^3\Psi}{dx^3} - \left[C_1 - j_-\cdot x + N\Psi + \frac{1}{2}\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2\right] = j_+, \tag{5}$$

где $j_{\pm} = j_p \pm \frac{1}{b} j_n$ и постоянная интегрирования $C_1 = n + p + j_-\cdot x - N\Psi - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2$. Нуль потенциала и координаты выберем в точке, где $\frac{d\Psi}{dx} = 0$ (например, вершина потенциального барьера эмиттер-база в pnp-триоде или pin-диоде), поэтому значение C_1 равно сумме концентраций электронов и дырок в этой точке: $C_1 = n_1 + p_1$. Можно показать, что

$$C_1 - j_-\cdot x \gg \left|N\Psi + \frac{1}{2}\left(\frac{d\Psi}{dx}\right)^2\right|. \tag{6}$$

Учитывая это неравенство и полагая $y = C_1 - j_-\cdot x$, преобразуем (5) к виду

$$\frac{d^2E}{dy^2} - \frac{y}{j_-^2} E = -\frac{j_+}{j_-^2}. \tag{7}$$

Общее решение этого уравнения в видоизмененных функциях Бесселя 1 и 2 рода $I_\nu(\xi), K_\nu(\xi)$ при $\xi = \frac{2}{3j_-} y^{3/2}$ имеет вид [2, 3]

$$E = \sqrt{y}\left(AI_{1/3} + BK_{1/3}\right) - \frac{2}{3}\frac{j_+}{j_-^2}\sqrt{y}\left(I_{1/3}\int K_{1/3}d\xi - K_{1/3}\int I_{1/3}d\xi\right), \tag{8}$$

где A, B—произвольные постоянные.

Используя асимптотические выражения $I_\nu(\xi) \sim \frac{e^\xi}{\sqrt{2\pi\xi}}$, $K_\nu(\xi) \sim \sim \sqrt{\frac{\pi}{2\xi}}\, e^{-\xi}$ и условия $E(0)=0, E(w)=E_w<4$ на границах рассматриваемой области, получаем согласно (8):

$$E = \frac{j_+}{y} - \frac{1}{y^{1/4}}\left[\frac{j_+}{C_1^{3/4}}\,\frac{\operatorname{sh}(\xi-\xi_w)}{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi_w)} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{j_+}{y_w^{3/4}} - y_w^{1/4} E_w\right)\left[\frac{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi)}{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi_w)}\right]\right]. \tag{9}$$

Распределение плотности объемного заряда имеет вид

$$p-n+N = \frac{dE}{dx} = \frac{j_+ j_-}{y^2} - \frac{j_-}{4y^{5/4}}\left[\frac{j_+}{C_1^{3/4}}\,\frac{\operatorname{sh}(\xi-\xi_w)}{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi_w)} + \left(\frac{j_+}{y_w^{3/4}} - \right.\right.$$

$$\left. - y_w^{1/4} E_w\right)\frac{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi)}{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi_w)} + \frac{1}{y^{1/4}}\left[\frac{j_+}{C_1^{3/4}}\,\frac{\operatorname{ch}(\xi-\xi_w)}{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi_w)} - \right.$$

$$\left.\left. - \left(\frac{j_+}{y_w^{3/4}} - y_w^{1/4} E_w\right)\frac{\operatorname{ch}(\xi_0-\xi)}{\operatorname{sh}(\xi_0-\xi_w)}\right]\right], \tag{10}$$

где
$$y(w) = y_w,\quad \xi(0) = \xi_0,\quad \xi(w) = \xi_w.$$

Стационарная инъекция в базу pnp триода

Практически во всем интервале $0 < x < w$ (исключая малую окрестность границ $x=0$ и $x=w$)

$$E = \frac{j_+}{C_1 - j_- \cdot x}. \tag{11}$$

Это вызвано быстрым затуханием гиперболических членов в (9) ввиду большой величины разности $\xi_0 - \xi_w$.

Подставляя (11) в уравнение (2) и решая его при граничных условиях $p(0) = p_1, p(w) = p_2$, находим для вольтамперной характеристики уравнение

$$(C_1 - j_- w)^{a+1} - 2p_2(C_1 - j_- w) - C_2 C_1^a = 0, \tag{12}$$

где $C_2 = n_1 - p_1$, $a = j_+/j_-$.

В сплавных pnp-триодах даже при больших уровнях инъекции $j_+ \cong j_- \cong j_p \cong j$(полный ток). Поэтому согласно (12)

$$j = \frac{C_1 - p_2 - \sqrt{C_1 C_2 + p_2^2}}{w}. \tag{13}$$

Принимая во внимание неравенства $C_1 \gg 1$, $\xi_0 - \xi_w \gg 1$, из (10) находим, что в точке $x=0$

$$p_1 - n_1 + N = \frac{j}{\sqrt{C_1}} + \frac{3}{4}\frac{j^2}{C_1^2}. \tag{14}$$

Таким образом, плотность объемного заряда на вершине потенциального барьера эмиттер—база растет с ростом j, оставаясь положительной. При этом сначала $n_1 > p_1$, а затем $n_1 < p_1$. Поэтому с ростом j постоянная $C_1 = n_1 - p_1$ меняет знак.

Исключая C_2 из (13) с помощью (14) и принимая во внимание, что $C_1 \gtrsim N \gg 1$ и $w > 1$, получим

$$j = \frac{1}{w}\left[C_1 - p_2 - \sqrt{C_1 N + p_2^2 + \frac{p_2\sqrt{C_1}}{w} - \frac{C_1^{3/2}}{w}}\right]. \tag{15}$$

Если здесь не учитывать величины p_2, то при условии $\frac{\sqrt{C_1}}{wN} > 1$ подкоренное выражение отрицательно. Поэтому это неравенство можно рассматривать как критерий перехода в режим насыщения, когда становится существенным учет величины p_2[1]. В режиме, далеком от насыщения, p_2 мало и

$$j = \frac{C_1 - \sqrt{C_1 N}}{w}. \tag{16}$$

Распределение неосновных носителей между переходами с учетом поля имеет вид

$$p = \frac{1}{2}\left(C_1 - jx\right) - \frac{C_1 C_2}{2(C_1 - jx)}, \tag{17}$$

как это следует из (2) и (11), при $p(0) = p_1$.

Обозначая $j_E = pE$ и $j_D = -\frac{dp}{dx}$, из (17) и (11) находим отношение полевой и диффузионной компонент тока вдоль базы

$$\frac{j_E}{j_D} = \frac{(C_1 - jx)^2 - C_1 C_2}{(C_1 - jx)^2 + C_1 C_2}. \tag{18}$$

Вдали от насыщения $j_E/j_D < 1$, с ростом тока при насыщении $j_E/j_D > 1$ всюду в базе.

Сделанные выше допущения (справедливость неравенства (6); аппроксимация I_ν, K_ν первыми членами асимптотических разложений; аппроксимация (9) одним первым членом) нетрудно обосновать непосредственной подстановкой (16) в соответствующие выражения.

---

[1]) В данном случае это связано с зависимостью p_2 от p_1 [4].

Частотные характеристики коэффициента передачи базы, эффективности эмиттера и коэффициента усиления по току

Рассмотрим переменную компоненту тока (сигнал) $\tilde{j}_p \ll j$, так что переменной составляющей поля $\tilde{E}$ можно пренебречь в сравнении со стационарной составляющей (11). Для гармонического сигнала $\tilde{j}_p = \tilde{j}_p(x)\, e^{i\omega t}$, $\tilde{p} = \tilde{p}(x)\, e^{i\omega t}$, причем из уравнения непрерывности дырок [1] следует, что

$$\tilde{p} = -\frac{\tau_p}{1+i\omega\tau_p}\frac{d\tilde{j}_p}{dx} \tag{19}$$

$\left(\text{безразмерное время } \bar{t} = \frac{D_p}{l_i^2}t \text{ и частота } \bar{\omega} = \frac{l_i^2}{D_p}\omega\right).$

Из (2) и (19) получаем

$$\frac{d^2\tilde{j}_p}{dy^2} + \frac{1}{y}\frac{d\tilde{j}_p}{dy} - \frac{1+i\omega\tau_p}{j^2\tau_p}\tilde{j}_p = 0, \tag{20}$$

где, как и выше, $y = C_1 - jx$. Отсюда находим амплитуду сигнала при граничных условиях $\tilde{p}(0) = \tilde{p}_1$, $\tilde{p}(w) = 0$ [2, 3]:

$$\tilde{j}_p(x) = i\tilde{p}_1\sqrt{\frac{1+i\omega\tau_p}{\tau_p}}\,\frac{J_0(iz)Y_1(iz_w) - I_1(iz_w)Y_0(iz)}{I_1(iz_0)Y_1(iz_w) - I_1(iz_w)Y_1(iz_0)}. \tag{21}$$

Здесь I_ν, Y_ν функции Бесселя 1 и 2 рода

$$z = \frac{C_1 - jx}{w}\sqrt{\frac{1+i\omega\tau_p}{\tau_p}}, \qquad z_0 = z(0),\ z_w = z(w).$$

Электронная компонента тока в эмиттере может быть вычислена без учета поля [5] и имеет в безразмерных переменных вид

$$\tilde{j}_n(x) = b\tilde{n}_2\sqrt{\frac{1+i\omega\tau_n}{b\tau_n}}\,e^{x\sqrt{\frac{1+i\omega\tau_n}{b\tau_n}}}. \tag{22}$$

Из (21) и (22) находим коэффициент передачи базы

$$\beta = \frac{\tilde{j}_p(w)}{\tilde{j}_p(0)} = \frac{2}{i\pi z_w\left[I_1^w Y_0^0 - I_0^0 Y_1^w\right]}, \tag{23}$$

эффективность эмиттера

$$\gamma = \frac{\widetilde{j}_p(0)}{\widetilde{j}_p(0) + j_n(0)} =$$

$$= \left[1 - ib\,\frac{\widehat{n}_2}{\widetilde{p}_1}\sqrt{\frac{(1+i\,\omega\tau_n)\,\tau_p}{(1+i\,\omega\,\tau_n)\,b\,\tau_p}}\;\frac{I_1^0 Y_1^w - I_1^w\,Y_1^0}{I_0^0\,Y_1^w - I_1^w\,Y_0^0}\right]^{-1} \tag{24}$$

и коэффициент усиления по току

$$\alpha = \gamma\beta = \left\{\frac{\pi}{2}\,i\,z_w\left[\,I_1^w\,Y_0^0 - I_0^0\,Y_1^w + \right.\right.$$

$$\left.\left. + ib\,\frac{\widehat{n}_2}{\widetilde{p}_1}\sqrt{\frac{(1+i\omega\tau_n)\,\tau_p}{(1+i\omega\tau_p)\,b\,\tau_n}}\left(\,I_1^0\,Y_1^w - I_1^w\,Y_1^0\right)\right]\right\}^{-1}. \tag{25}$$

Верхним индексом у функции Бесселя обозначена точка, в которой берется значение аргумента $I_1^w \equiv I_1(i\,z_w)$ и т. д. Граничные значения концентраций связаны со смещением на переходе соотношениями Больцмана [1].

Заметим, что при малых уровнях инъекции $n_1 \cong N \gg p_1 \gg p_2$, $C_1 \cong \cong N + p_1$, $C_2 \cong N - p_2$ и, как нетрудно убедиться, все полученные выше выражения переходят в выражения теории малого сигнала Шокли [5 и др.].

Работа выполнена под руководством профессора Э. И. Адировича.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rittner E. S., Extension of the Theory of the Junction Transistor, Phys. Rev., v. 94, № 5, 1954.
2. Ватсон Г. Н., Теория бесселевых функций, ч. 1, 1951.
3. Смирнов В. И., Курс высшей математики, т. 2, 1951.
4. Рябинкин Ю. С., Электрическое поле в базе плоскостных транзисторов при малых уровнях инъекции, Физика твердого тела, т. I, стр. 159, АН СССР, 1959.
5. Early J. M. Effects of space—charge—layer Widening in Junc tion Transistors, PIRE, vol. 40, № 11, 1952.