ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 154 1967

ПРОФИЛИРОВАНИЕ СКВАЖИН С РАЗЛИЧНОЙ, НО ПОСТОЯННОЙ НА ОТДЕЛЬНЫХ ИНТЕРВАЛАХ, КРИВИЗНОЙ

Г. Л. КАЛИНИЧЕНКО, С. С. СУЛАКШИН

(Представлена научным семинаром кафедры инженерной и вычислительной математики)

Рассмотрим сначала случай скважины с постоянной кривизной (интенсивностью искривления) K. Если поместить начало координат в точку пересечения скважины с залежью полезного ископаемого, то уравнение траектории скважины постоянной кривизны K, то есть уравнение окружности радиуса $R = \frac{1}{K}$ (рис. 1), будет иметь вид

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2, \tag{1}$$

где x_0, y_0 — координаты центра окружности,

x, y — текущие координаты окружности.

Координаты x_0, y_0 центра окружности находим из условия, что скважина проходит через начало координат (точку пересечения пласта со скважиной) и пересекается с осью OX под углом η_n в некоторой точке A_n. Следовательно,

$$\begin{aligned} x_0 &= -R\sin\eta_n, \\ y_0 &= R\cos\eta_n. \end{aligned} \tag{2}$$

Подставляя найденные значения x_0 и y_0 в уравнение (1), получим окончательный вид уравнения траектории скважины с постоянной кривизной (интенсивностью искривления) $K = \frac{1}{R}$:

$$(x + R\sin\eta_n)^2 + (y - R\cos\eta_n)^2 = R^2. \tag{3}$$

По этому уравнению мы можем построить проектный (или фактический) профиль скважины в нужном масштабе.

Для определения координат x_1, y_1 точки A_1 заложения скважины используем условие, что ордината y_1 равна глубине H скважины по вертикали, т. е. $y_1 = H$. Тогда из уравнения (3) видно, что

$$x_1 = \sqrt{R^2\sin^2\eta_n + 2RH\cos\eta_n - H^2} - R\sin\eta_n. \tag{4}$$

Начальный угол заложения скважины η_1 определяется из условия, что угловой коэффициент касательной к скважине в точке A_1 должен равняться значению производной $\frac{dy}{dx}$ от функции (3), вычисленной в этой точке. Произведя соответствующие вычисления, получим

$$\eta_1 = \operatorname{arc\,tg} \int \frac{\sqrt{R^2 \sin^2 \eta_n + 2RH \cos \eta_n - H^2}}{R \cos \eta_n - H}. \qquad (5)$$

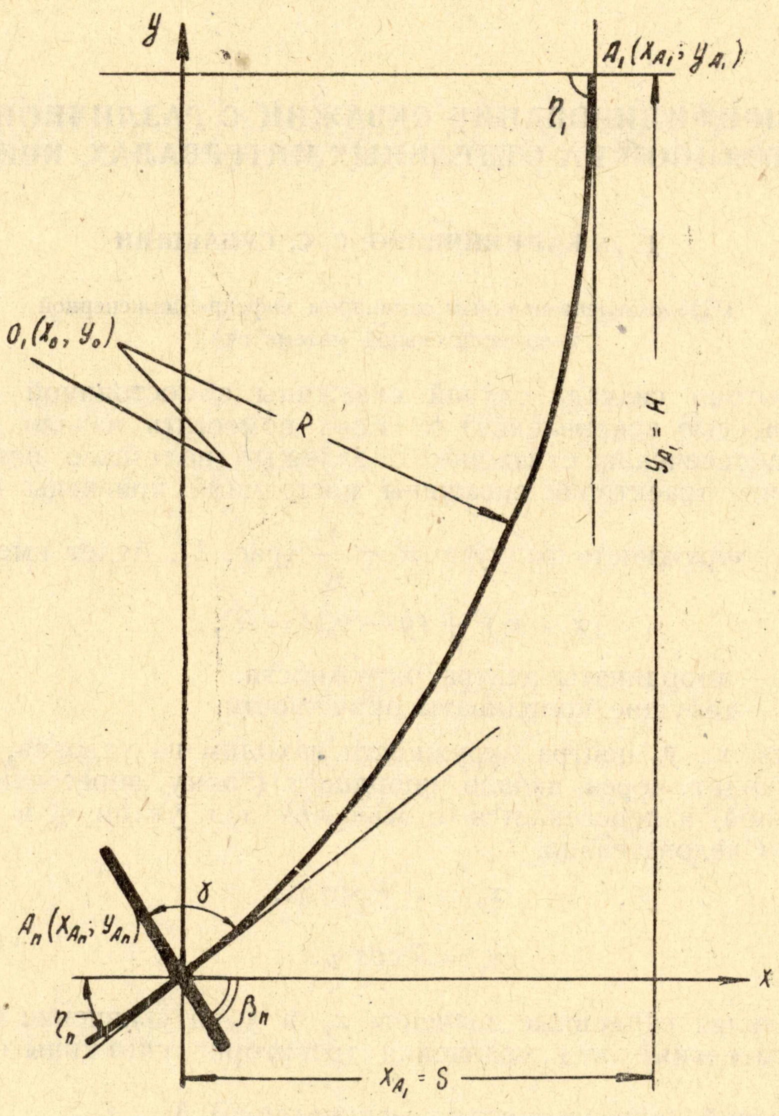

Рис. 1.

Зная начальный угол заложения скважины η_1, длину L ствола скважины в метрах найдем так:

$$L = R(\eta_1 - \eta_n) = R \arcsin \left[\frac{\sqrt{R^2 \sin^2 \eta_n + 2RH \cos \eta_n - H^2}}{R} - \eta_n \right]. \qquad (6)$$

В том случае, когда начальный угол η_1 наклона скважины в точке A_1 уже вычислен по формуле (5), длина дуги L может быть найдена из более простого выражения

$$L = 0{,}01745R\,|\,(\eta_1 - \eta_n)\,|^\circ, \qquad (7)$$

где η_1 — угол наклона скважины в начале (градусы);

η_n — угол наклона в конце скважины (градусы).

Расчет профиля скважин с различной, но постоянной на отдельных интервалах $h_1, h_2, h_3, \ldots, h_{n-2}, h_{n-1}$ интенсивностью искривления $K_1, K_2, K_3, \ldots, K_{n-2}, K_{n-1}$, осуществляется с помощью выведенных ранее формул поинтервально—снизу вверх (рис. 2).

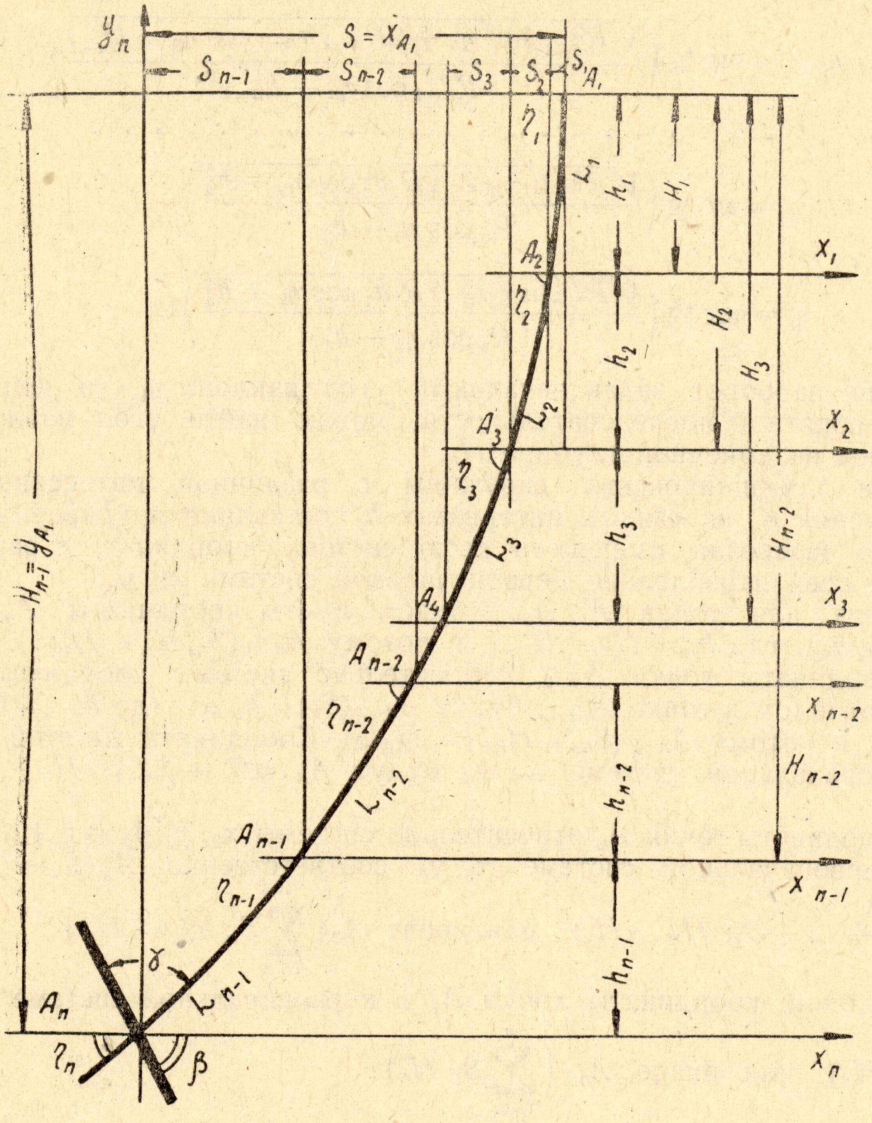

Рис. 2.

Координаты точки A_1 — устья скважины—будут $x_1 = S$ и $y_1 = H$, т. е. $A_1(S, H)$. Абсцисса $x = S$ определяется как сумма проекций интервалов на ось y

$$S = S_1 + S_2 + S_3 + \ldots. + S_{n-2} + S_{n-1} \tag{8}$$

или

$$S = \sum_{i=1}^{n-1} S_i = \sum_{i=1}^{n-1} (\sqrt{R_i^2 \sin^2 \eta_1 + 2R_i h_i \cos \eta_i} - R_i \sin \eta_i). \tag{9}$$

Длина ствола скважины L по оси определяется как сумма длин интервалов L_i по формуле (6)

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots\ldots + L_{n-2} + L_{n-1} \tag{10}$$

или

$$L = \sum_{i=1}^{n-1} L_i = \sum_{i=1}^{n-1} R \left[\arcsin \frac{\sqrt{R_i^2 \sin^2 \eta_i + 2R_i h_i \cos \eta_i - h_i^2}}{R_i} - \eta_i \right]. \tag{11}$$

Начальный угол наклона скважины η_1 в этом случае находится последовательным определением углов в каждой точке начала и конца интервалов по формулам (5) и

$$\eta_n = 180° - (\gamma + \beta),$$

$$\eta_{n-1} = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\sqrt{R_{n-1}^2 \sin^2 \eta_n + 2R_{n-1} h_{n-1} \cos \eta_n - h_{n-1}^2}}{R_{n-1} \cos \eta_n - h_{n-1}}\right)$$

. . . .

$$\eta_2 = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\sqrt{R_2^2 \sin^2 \eta_3 + 2R_2 h_2 \cos \eta_3 - h_2^2}}{R_2 \cos \eta_3 - h_2}\right),$$

$$\eta_1 = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\sqrt{R_1^2 \sin \eta_2 + 2R_1 h_1 \cos \eta_2 - h_1^2}}{R_1 \cos \eta_2 - h_1}\right).$$

Если, наоборот, задан начальный угол наклона η_1, то решая задачу в обратной последовательности, можно найти угол наклона η_n скважины на конечной глубине H_n.

При профилировании скважины с различной интенсивностью искривления K_i на разных интервалах h_i составляются уравнения для каждого интервала, имеющего свою систему координат, с расположением осей параллельно первоначальной системе $x_п$, $y_п$.

Тогда для точек A_n, A_{n-1} будем иметь координаты $A_n(0, 0)$, $A_{n-1}(S_n, h_n)$, где $h_n = H_n - H_{n-1}$, и потому $A_{n-1}(S_n, H_n - H_{n-1})$.

Координаты точки A_{n-2}, относительно системы координат x_{n-1}, y_{n-1} с началом в точке A_{n-1}, будут $A_{n-2}(S_{n-1}, h_{n-1})$, где $h_{n-1} = H_{n-1} - H_{n-2}$, и потому $A_{n-2}(S_{n-1}, H_{n-1} - H_{n-2})$. Координаты же этой точки в первоначальной системе x_n, y_n будут $A_{n-2}(S_n + S_{n-1}; H_n - H_{n-2})$; и т. д.

Координаты точки A_2 относительно системы x_2, y_2 будут $A_2(S_1, H_1)$, а в первоначальной системе x_n, y_n соответственно $A_2(S_n + S_{n-1} + S_{n-2} + \ldots + S_2;\ H_n - H_1)$, или иначе $A_2\left(\sum_{i=2}^{n} S_i;\ H_n - H_1\right)$.

Наконец, координаты точки A_1 в первоначальной системе будут $A_1(S_1, H_n)$, или иначе $A_1\left(\sum_{i=n}^{n} S_i;\ H_n\right)$.

Очевидно, на любом р-ом участке скважины с данной интенсивностью искривления $K_р = \frac{1}{R_р}$ уравнение траектории в р-ой частной системе будет иметь вид:

$$(x + R_р \sin \eta_р)^2 + (y - R_р \cos \eta_р)^2 = R_р^2.$$

В первоначальной же системе координат это уравнение запишется так:

$$\left(x + R_р \sin \eta_р - \sum_{i=1}^{р} S_i\right)^2 + (y - R_р \cos \eta_р - H_n + H_р)^2 = R_р^2, \tag{12}$$

или в явном виде

$$y_р = \pm \sqrt{R_р^2 - \left(x + R_р \sin \eta_р - \sum_{i=1}^{р} S_i\right)} + R_р \cos \eta_р + H_n - H_р. \tag{13}$$

Тогда траектория всей скважины, состоящей из n интервалов, определится системой n уравнений вида

$$
y \begin{cases}
R_n \cos \eta_n - \sqrt{R_n^2 - (x + R_n \sin \eta_n)^2}; \text{ если } 0 \leqslant x < S_n; \\
R_{n-1} \cos \eta_{n-1} + H_n - H_{n-1} - \sqrt{R_{n-1}^2 - (x + R_{n-1} \sin \eta_{n-1} - S_n)^2}, \\
\qquad\qquad \text{если } S_{n-1} \leqslant x < S_n + S_{n-1}; \\
R_{n-2} \cos \eta_{n-2} + H_n - H_{n-2} - \sqrt{R_{n-2}^2 - (x + R_{n-2} \sin \eta_{n-2} - S_n - S_{n-1})^2}, \\
\qquad\qquad \text{если } S_n + S_{n-1} < S_n + S_{n-1} + S_{n-2}; \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
R_2 \cos \eta_2 + H_n - H_2 - \sqrt{R_2^2 - (x + R_2 \sin \eta_2 - S + S_1 + S_2)^2}, \\
\qquad\qquad \text{если } S - S_1 - S_2 \leqslant x < S - S_1; \\
R_1 \cos \eta_1 + H_n - H_1 - \sqrt{R_1^2 - (x + R_1 \sin \eta_1 - S + S_1)^2}, \\
\qquad\qquad \text{если } S - S_1 \leqslant x < S.
\end{cases}
$$

С помощью этих уравнений находятся координаты любого количества точек на оси скважины, по которым можно построить ее профиль на геологическом разрезе.

Такая задача легко выполняется с помощью счетно-решающей машины по программе с плавающей запятой.