ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 154 1967

БЫСТРОДВИЖУЩИЕСЯ ИСТОЧНИКИ ТЕПЛА И СРЕДНЯЯ КОНТАКТНАЯ ТЕМПЕРАТУРА ПРИ РЕЗАНИИ МЕТАЛЛОВ

В. С. КУШНЕР

(Представлена научным семинаром кафедры высшей математики)

Постановка задачи и метод исследования

Пусть линейный источник тепла равномерной интенсивности перемещается по границе полуплоскости с постоянной скоростью v. В прямоугольной системе координат x, y, неподвижно связанной с источником q, рис. 1, выделим прямоугольный элемент шириной Δy

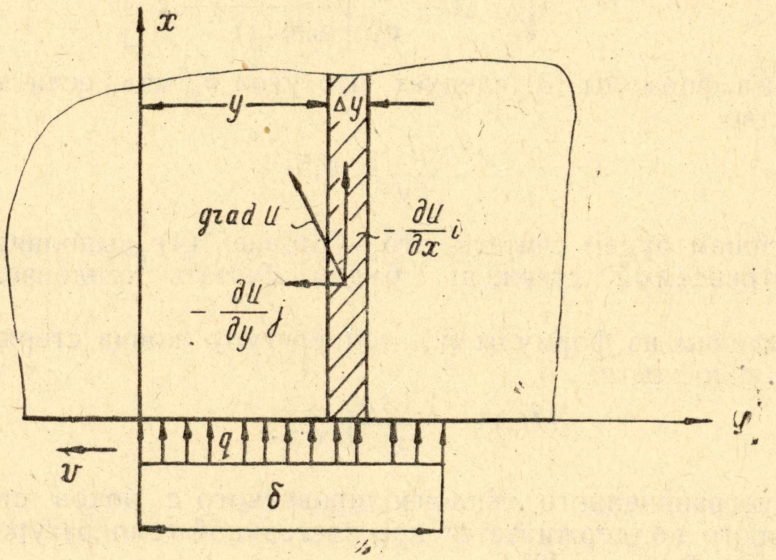

Рис. 1.

и будем рассматривать его как полуограниченный стержень, боковые стороны которого параллельны оси x. Положение стержня определится формулой

$$y = vt, \tag{1}$$

где t — время нагрева стержня. Пусть температурное поле полуплоскости будет квазистационарным [1] в системе координат x, y. Тогда температурное поле $U(x, y)$, не зависящее от времени t_0, для движущегося стержня может быть записано в виде: $U(x, t)$. Время t никак не зависит от t_0 и является параметром пространственной координаты y. t и y не могут быть одновременно независимыми переменными. Таким образом, задача определения поля $U(x, y)$ сводится к определению температуры стержня $U(x, t)$.

Пусть боковые стороны рассматриваемого стержня будут теплоизолированы. Тогда grad U стержня совпадает с производной по направлению x, а градиент воспроизводимого таким стержнем температурного поля будет составлять с осью x угол φ_y. Реальный стержень не может считаться теплоизолированным, так как всегда имеет место перераспределение тепла в направлении y, стремящееся нивелировать температуру в этом направлении. В этом случае градиент температурного поля $U(x, y)_\phi$ будет составлять с осью x угол φ_ϕ, причем $\varphi_\phi < \varphi_y$.

Если угол φ_y мал, рассматриваемый стержень можно считать теплоизолированным с боков.

Для полуограниченного теплоизолированного с боков стержня, к концу которого подводится постоянный тепловой поток q, известна температура [2]:

$$U(x, t) = \frac{2q}{\lambda}\sqrt{at}\,\mathrm{ierfc}\,(z), \tag{2}$$

где $z = \dfrac{x\sqrt{v}}{2\sqrt{a}\,y}$, a и λ — коэффициенты температуропроводности и теплопроводности

Используя (1) и (2), находим

$$\cos\varphi_y = \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{a}{vy}\left[\dfrac{\mathrm{ierfc}\,(z)}{\mathrm{erfc}\,(z)} - z\right]^2}}. \tag{3}$$

Из анализа формулы (3) следует, что угол φ_y мал, если выполняется неравенство

$$\frac{a}{vy} < 0{,}5. \tag{4}$$

В дальнейшем будем считать, что условие (4) выполняется всегда, и рассматриваемый стержень будем считать теплоизолированным с боков.

Определим из формулы (2) температуру конца стержня на границе полуплоскости

$$U(\tau) = \frac{1{,}13\,q}{\lambda}\sqrt{a\tau}. \tag{5}$$

Для полуограниченного теплоизолированного с боков стержня, конец которого поддерживается при постоянной температуре $U_к$, температура $U(x, t)$ равна [2]

$$U(x, t) = U_к erfc\,(z), \tag{6}$$

откуда

$$\mathrm{grad}\,U(0, t) = -\frac{U_к}{\sqrt{\pi a\,t}}. \tag{7}$$

Количество тепла, поступающего в стержень при данных условиях за время τ, равно

$$Q(\tau) = \int_0^\tau \lambda\frac{U(\tau)}{\sqrt{\pi a\,t}}\,dt = 2\lambda\frac{U(\tau)}{\sqrt{\pi a}}\sqrt{\tau} = 1{,}27\,q\,\tau. \tag{8}$$

В реальном процессе температура конца стержня за время τ изменяется от 0 до $U(\tau)$. При этом в интервале $(0, \tau)$ найдется такая точка ς $(0<\varsigma<\tau)$ и соответствующая ей постоянная в течение времени τ

температура $U_к\,[0 < U_к < U(\tau)]$, что будет выполняться следующее равенство

$$Q_ф = Q^*(\varsigma) = 2\lambda \frac{U_к}{\sqrt{\pi a}}\sqrt{\tau} = q\tau. \qquad (9)$$

Температура $U_к$—есть та условная расчетная температура, постоянная в течение времени τ, для которой выполняется равенство (9). В дальнейшем температуру $U_к$ будем называть средней контактной температурой. Из (8) и (9) следует, что $U(\tau) = 1{,}27\,U_к$.

Определение средней контактной температуры при трении

Пусть тело 1 движется по поверхности тела 2 с постоянной скоростью v, рис. 2, *а*, и при этом может быть рассчитан тепловой поток Q, эквивалентный мощности трения

$$Q = Fv = \sigma b \delta v, \qquad (10)$$

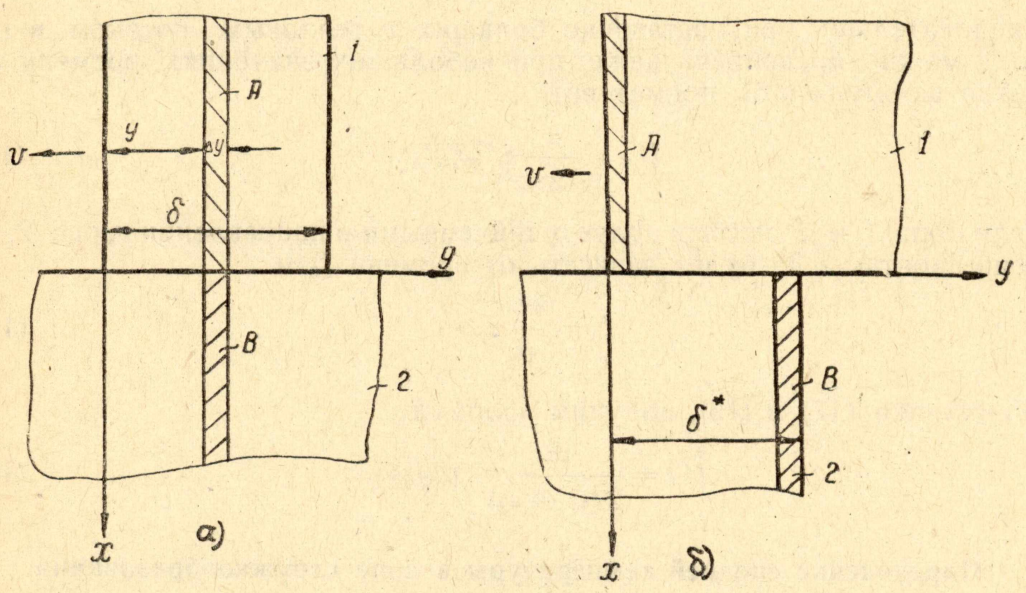

Рис. 2.

где F — сила трения, σ — удельная касательная сила, b — ширина контакта, δ — длина контакта.

$$Q = Q_1 + Q_2, \qquad (11)$$

где Q_1 и Q_2 — тепловые потоки в тела 1 и 2. Для определения Q_1 и Q_2 согласно описанному выше методу в момент времени $t_0 > \frac{\delta}{v}$ выделим элементарный объем, заключенный между двумя плоскостями, перпендикулярными оси y, и будем рассматривать данный объем как два полуограниченных теплоизолированных с боков стержня A и B, рис. 2. Тепловой поток через площадку $dF = bdy = bvdt$, согласно закону Фурье, равен

$$Q = \int_{t_1}^{t_2} -\lambda \operatorname{grad} U(0, t)\, bv\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \frac{U_к \varepsilon b v}{\sqrt{\pi t}}\, dt =$$

$$= 2\frac{U_к \varepsilon b v}{\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{t_1} - \sqrt{t_2}\right), \qquad (12)$$

где $\varepsilon = \sqrt{\lambda C_v}$ — коэффициент аккумуляции тепла.

Для тела 1 $t_1 = t_0 - \frac{\delta}{v}$; $t_2 = t_0$; $\varepsilon = \varepsilon_1$. (13)

Для тела 2 $t_1 = 0$; $t_2 = \frac{\delta}{v}$; $\varepsilon = \varepsilon_2$. (14)

Записывая (11) с учетом (10), (12), (13), (14) и выражая температуру $U_к$, получим

$$U_к = \frac{\sigma \delta \sqrt{\pi}}{2\left[\varepsilon_1\left(\sqrt{t_0} - \sqrt{t_0 - \frac{\delta}{v}}\right) + \varepsilon_2 \sqrt{\frac{\delta}{v}}\right]}. \quad (15)$$

Нетрудно проверить, что

$$\lim_{\frac{vt_0}{\delta} \to \infty} \frac{Q_1}{Q_2} = 0.$$

Следовательно, при достаточно больших v тепловым потоком в тело 1 можно пренебречь даже при небольших значениях времени t_0. Тогда формула (15) примет вид

$$U_к = \frac{\sigma}{2\varepsilon} \sqrt{\pi \delta v}. \quad (16)$$

Если тела 1 и 2 считать полуограниченными в направлении y, рис. 2, *б*, длина контакта δ^* будет зависеть от времени t_0 и

$$t_0 = \frac{\delta^*}{v}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (15), получим формулу

$$U_к = \frac{\sigma}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \sqrt{\pi \delta^* v}. \quad (18)$$

Определение средней температуры в зоне стружкообразования

Пусть вся первичная деформация стружки сосредоточена в узкой прямолинейной зоне и равномерна по толщине и ширине стружки. Такую зону деформации можно идеализированно представить как плоскость сдвига. Всего в плоскости сдвига за единицу времени выделяется количество тепла Q, эквивалентное мощности стружкообразования

$$Q = A_{w\tau} abv_0, \quad (19)$$

где $A_{u\tau}$ — удельная работа стружкообразования, a — толщина среза, b — ширина среза, v_0 — скорость резания.

$$Q = Q_1 + Q_2, \quad (20)$$

где Q_1 и Q_2 — тепловые потоки в стружку и изделие.

$$Q_1 = C_v abv_0 V_g, \quad (21)$$

где C_v — объемная теплоемкость, V_g — средняя температура в плоскости сдвига. В прямоугольной системе координат x, y, изображенной на рис. 3 и неподвижно связанной с резцом, выделим объем металла, заключенный между двумя плоскостями, перпендикулярными плоскости сдвига, и будем рассматривать данный объем как полуограниченный стержень, теплоизолированный с боков. Тепловой поток Q_2—

есть количество тепла, проходящее за единицу времени через линию среза $x = y \operatorname{tg} \beta_1$, где β_1 — угол наклона плоскости сдвига. Полагая $y = v_2 t$, определим тепловой поток через плоскость среза.

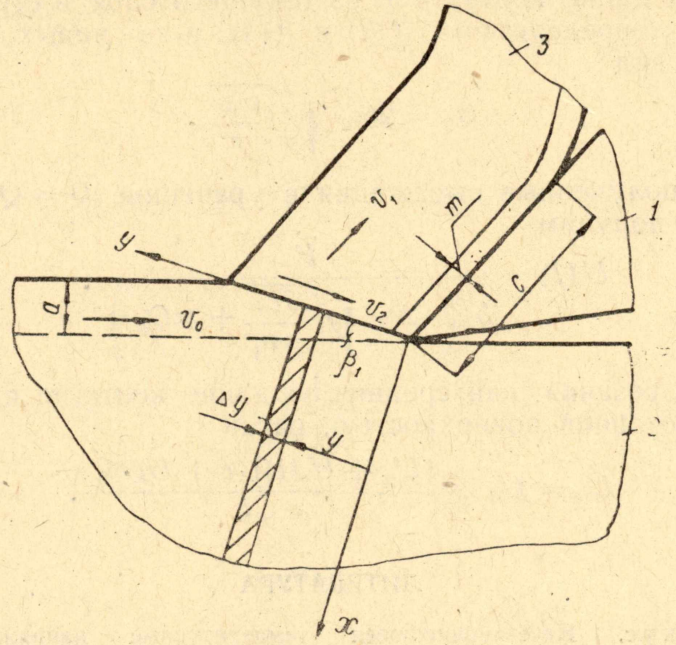

Рис. 3. 1 — резец, 2 — изделие, 3 — стружка.

grad $U(x, t)$ определяем дифференцированием по x выражения (6).

$$Q_2 = \int_{t_1}^{t_2} \lambda \frac{U_g}{\sqrt{\pi \bar{a} t}} \exp\left(-\frac{v_2^2 \operatorname{tg}^2 \beta_1}{4\bar{a}} t\right) dt.$$

Заменяя переменную t

$$t = \frac{4\bar{a}}{v_2^2 \operatorname{tg}^2 \beta_1} w^2, \quad dt = \frac{4\sqrt{\bar{a} t}}{v_2 \operatorname{tg} \beta_1} dw,$$

получим

$$Q_2 = 2\lambda b U_g \operatorname{ctg} \beta_1 \operatorname{erf}(z_1), \tag{22}$$

где

$$z_1 = \operatorname{tg} \beta_1 \sqrt{\frac{a v_2}{4\bar{a} \sin \beta_1}}.$$

Подставляя (21) и (22) в (20) и выражая U_g, получим

$$U_g = \frac{A_{w\tau}}{C_v + \dfrac{2\lambda \operatorname{erf}(z)}{a v_0 \operatorname{tg} \beta_1}}. \tag{23}$$

Определение средней температуры на передней грани резца

Известно, что при малых z распространение тепла в пластине происходит так же, как и в полуограниченном теле [2]. Поэтому толщину стружки при расчете средней температуры на передней грани резца будем считать неограниченной. Пусть зона вторичной деформации имеет толщину m, рис. 3. Будем считать температуру в зоне вторичной деформации одинаковой по всей зоне и равной $U(l)$. Теп-

ловой поток Q, эквивалентный мощности трения на передней грани резца, разделяется на тепловой поток $Q_1 = mbv_1C_vU(l)$, уходящий с так называемым „текущим“ слоем толщиной m, и тепловой поток Q_2, уходящий на длине контакта c из текущего слоя в стружку. Тепловой поток Q_2 определится из (12) и (14) и в новых обозначениях будет иметь вид

$$Q_2 = 2b\varepsilon_2 \sqrt{\frac{v_1 c}{\pi}}.$$

Подставляя полученные выражения в уравнение $Q = Q_1 + Q_2$ и выражая $U(l)$, получим

$$U(l) = \frac{F}{b\left(2\varepsilon_2 \sqrt{\frac{c}{\pi v_1}} + mC_v\right)}.$$

Температура резания, как средняя по длине контакта стружки с резцом и обработанной поверхностью, равна

$$U_p = U_0 + \frac{[U_g + U(l)]\cdot c + U_к \cdot \delta}{c + \delta}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. Паркус. Неустановившиеся температурные напряжения. ГИФМЛ, Москва, 1963.
2. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. ГИТТЛ, Москва, 1960.