ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 154 1967

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ УЛАМА

Л. Е. ПОРТНОВ

(Представлена в мае 1966 года математической секцией научно-технической конференции АВТФ, посвященной 70-летию ТПИ)

В [1] поставлена задача: существует ли для каждого множества A меры 0 (скажем, на интервале) счетно-аддитивная мера m_A, относительно которой измеримы, по меньшей мере, все борелевские подмножества A и которая обладает свойствами:

1) $m_A(A) = 1$; $m_A(P) = 0$, где P — точка A,

2) для $A \supset B \supset C$ $m_A(C) = m_A(B)\, m_B(C)$.

Если рассматриваемое нами множество $A \subset [0,1]$ содержит несчетное борелевское подмножество B, то задача имеет простое решение, удовлетворяющее условиям 1) и 2).

Действительно, в силу теоремы Александрова П. С. [2], существует канторовское множество $P \subset B$. На множество P можно индуцировать меру Лебега с отрезка $[0, 1]$, используя известное [3] взаимно-однозначное отображение канторова множества без счетного множества односторонних точек на отрезок $[0,1]$, а потому положив для $X \subset A$

$$m_A X = m_P (X \cap P),$$

получим меру m_A, удовлетворяющую условиям 1) и 2).

Мы рассматриваем другую задачу, добавив к условиям 1) и 2) условие 3); если B, $C \subset A$ конгруэнтные, в обычном смысле, множества, то

$$m_A B = m_A C.$$

С использованием α-длины, рассмотренной в [4] и [5], конструируется мера для некоторых классов множеств, удовлетворяющая условиям 1), 2), 3).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Улам. Нерешенные математические задачи, 1964, стр. 93.
2. Н. Н. Лузин. Лекции об аналитических множествах и их приложениях, 1953.
3. Н. Н. Лузин. Теория функций действительного переменного, 1940.
4. Л. Е. Портнов. Вопросы математики и механики, ТГУ, т. 179, 1966, стр. 66—78.
5. Л. Е. Портнов. О строении ориентированных кривых. Научно-техническая конференция молодых ученых и специалистов. Тезисы докладов, 1966.