ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 157 1970 г.

ПЛОСКАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УПРУГОГО ТЕЛА С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ

Б. П. МИТРОФАНОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Шероховатая поверхность твердого тела обладает механическими свойствами, отличными от свойств нижележащих слоев. Поэтому при силовом взаимодействии тел деформация шероховатой поверхности в некоторой мере искажает деформацию основного объема тел [1].

Геометрическая структура шероховатого слоя определяет его повышенную податливость, что проявляется, в частности, в изменении распределения контактного давления.

Рассмотрим решение контактной задачи для упругой полуплоскости, на границе которой помещен тонкий упругий слой повышенной податливости. Известно [2], что если на границу упругой полуплоскости действует нормальное давление $p(x)$ в области $-a \leqslant x \leqslant a$, то точка, лежащая на границе полуплоскости и имеющая абсциссу x, совершает нормальное перемещение

$$\vartheta \int_{-a}^{a} p(t) \ln \frac{1}{|t-x|} dt + \text{const},$$

где $\vartheta = \frac{2}{\pi E}(1-\mu^2)$, E — модуль упругости, μ — коэффициент Пуассона.

Следуя И. Я. Штаерману [3], будем предполагать, что дополнительное перемещение, обусловленное деформацией поверхностного слоя, пропорционально нормальному давлению. Тогда нормальное давление $p(x)$, действующее в области $-a \leqslant x \leqslant a$, вызовет для точек этой области дополнительное перемещение $\kappa p(x)$, где κ — коэффициент, зависящий от деформативных свойств шероховатой поверхности.

Полное нормальное перемещение точки, расположенной на границе полупространства, вызываемое нормальным давлением $p(x)$, будет равно сумме указанных выше перемещений.

$$\kappa p(x) + \vartheta \int_{-a}^{a} p(t) \ln \frac{1}{|t-x|} dt + \text{const}. \tag{1}$$

В качестве примера рассмотрим задачу о давлении плоского упругого тела с конфигурацией, определяемой функцией $f(x)$, на плоский жесткий штамп. Обычные геометрические соотношения и условие (1) приводят к следующему интегральному уравнению

$$\kappa p(x) + \vartheta \int_{-a}^{a} p(t) \ln \frac{1}{|t-x|} dt = \alpha - f(x), \tag{2}$$

где α — постоянная величина.

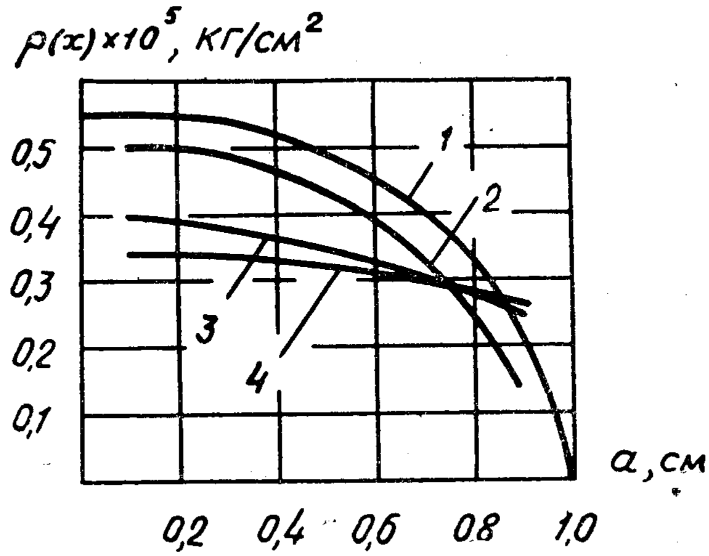

Рис. 1. Распределение нормального давления $p(x)$ по контакту:
1 — гладкая поверхность, усилие сжатия $P = 0{,}86 \cdot 10^5$ *кг/см;* 2—$\kappa = 10^{-7}$, $P = 0{,}8 \cdot 10^5$ *кг/см,* 3—$\kappa = 10^{-6}$, $P = 0{,}7 \cdot 10^5$ *кг/см;* 4 — $\kappa = 10^{-5}$, $P = 0{,}7 \cdot 10^5$ *кг/см,* $E = 10^6$ *кг/см*^{2}, $\mu = 0{,}3$. Радиус окружности, ограничивающей упругое тело, 10 *см*

Уравнение (2) приводилось к уравнению Прандтля, которое приближенно заменялось конечной системой линейных алгебраических уравнений [4]. На рис. 1 приводятся графики давления $p(x)$ по контакту упругого тела, ограниченного окружностью. Из характера этих графиков можно заключить, что наличие поверхностного слоя с повышенной податливостью приводит к сглаживанию эпюры давления и к некоторому увеличению размеров контактной площадки.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Динник. Удар и сжатие упругих тел. Киев, 1909.
2. С. П. Тимошенко. Теория упругости. ОНТИ, 1937.
3. И. Я. Штаерман. Контактная задача теории упругости. Гостехиздат. 1949.
4. Л. В. Канторович, В. И. Крылов. Приближенные методы высшего анализа. Физматиздат, 1962.