

## СОПРОТИВЛЕНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОМУ КРУЧЕНИЮ, РЕЗАНИЮ И РАСТЯЖЕНИЮ

Л. М. СЕДОКОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

При кручении стержней круглого профиля осуществляется плоская деформация. При обработке пластичных металлов резанием весьма часто осуществляется тоже плоская деформация. Это позволило С. И. Губкину [1] сделать вывод о том, что в основу описания процесса резания должны быть положены те же механические характеристики, которые описывают процесс кручения. Следовательно, такой сложный процесс пластического формоизменения, каким является процесс резания, можно непосредственно сопоставить с элементарным процессом пластической деформации — кручением [1].

Однако процесс пластического кручения сплошных круглых стержней изучен слабо. Поэтому необходима разработка методики определения механических характеристик металла по результатам его испытания на кручение. Такая методика будет особо интересной, если получаемые по ней механические характеристики могут быть численно проверены специальным расчетом по диаграмме растяжения этого металла.

Величина касательных напряжений при пластическом кручении стержней из идеально пластичного материала остается постоянной по всему поперечному сечению. Она равна пределу текучести материала на сдвиг. В этом случае крутящий момент, необходимый для осуществления пластической деформации всего объема стержня, определяется уравнением

$$M_{кр} = W_{пл} \tau_s^* \quad (1)$$

где  $\tau_s^*$  — сопротивление материала пластическому сдвигу (предел текучести на сдвиг),

$W_{пл}$  — пластический момент сопротивления поперечного сечения.  
Для круглого стержня ( $D = 2R$ )

$$W_{пл} = \frac{2}{3} \pi R^3 \quad (2)$$

Соотношение между сопротивлением материала на сдвиг —  $\tau_s^*$  и на растяжение —  $\tau_s$  определяется по принятому условию пластического течения

$$\tau_s^* = \beta \tau_s \quad (3)$$

Коэффициент  $\beta$  по теории максимальных касательных напряжений равен единице, по теории октаэдрических напряжений —  $2/\sqrt{3} = 1,15$  и по теории наибольших удлинений (если коэффициент поперечной

деформации имеет свое предельное значение  $\mu = 0,5) - 4 : 3 = 1,33$  [2—5].

В случае пластического кручения стержней из упрочняющегося материала необходимый крутящий момент будет возрастать с увеличением угла закручивания.

Для инженерных расчетов переменные по радиусу стержня сдвиги и касательные напряжения можно заменить средними, что позволит вести расчет по уравнению (1).

Приняв обычные предположения с тем, что плоские сечения и в ходе пластической деформации остаются плоскими, а прямые радиусы в них — прямыми [2], получим [5]:

$$\gamma_{\text{ср}} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi\rho\gamma d\rho = \frac{2}{3} \gamma_R, \quad (4)$$

$$\tau_{\text{ср}}^*(\gamma_R) = \frac{1}{\gamma_{R0}} \int_{\gamma_{R0}}^{\gamma_R} \tau_s^* d\gamma = \alpha \tau_R(\gamma_R). \quad (5)$$

Здесь  $\gamma_R$  и  $\tau_R$  — соответственно максимальный сдвиг и максимальные касательные напряжения на периферии скручиваемого стержня;  $\alpha$  — коэффициент, зависящий от упрочняемости металла.

При линейной аппроксимации кривой растяжения

$$\sigma(\delta) = 2A\delta^m \quad (6)$$

получим

$$\sigma_{\text{ср}}(\delta) = \frac{2A}{1+m} \delta^m,$$

$$\tau_{\text{ср}}(\gamma) = \frac{A}{1+m} \left( \frac{2}{3} \gamma \right)^m.$$

Откуда

$$\alpha = \frac{\tau_{\text{ср}}(\gamma)}{\tau_s(\gamma)} = \frac{1}{1+m}. \quad (7)$$

Тогда величина приведенных касательных напряжений при кручении сплошных круглых стержней на основании (3), (5) и (7) может быть определена по формуле

$$\tau_{\text{кр}} = \alpha\beta\tau_s(\gamma). \quad (8)$$

Расчетное значение сопротивления кручению, определяемое по формуле (8), с учетом степенной аппроксимации кривой течения при растяжении (6) на каждой стадии пластической деформации, характеризуемой величиной максимального сдвига (для кручения  $\gamma_{\text{ср}}$ ), может быть вычислено по теории максимальных касательных напряжений

$$\tau_{\text{кр}} = A \left( \frac{4}{9} \gamma_R \right)^m, \quad (9)$$

по теории октаэдрических напряжений

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{3}} A \left( \frac{4}{9} \gamma_R \right)^m \quad (10)$$

и по теории наибольших удлинений

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{4}{3} \frac{A}{1+m} \left( \frac{4}{9} \gamma_R \right)^m. \quad (11)$$

Фактическое сопротивление кручению легко определяется по известному крутящему моменту (1).

В табл. 1 и на рис. 1 приведены соответствующие расчеты и фактические данные Г. А. Смирнова-Аляева [6]. Механические характеристики материалов ( $A$  и  $m$ ) взяты на основании диаграмм растяжения. Кривые сдвигов ( $\tau_R - \gamma_R$ ), полученные в результате обработки экспериментальных данных ( $M_{кр} - \gamma_R$ ) по методике Людвига и Шоу, практически совпали с кривыми сдвига ( $\tau_{кр} - \gamma_{ср}$ ), полученными по предлагаемой методике [5].

Таблица 1  
Сопоставление фактических и расчетных значений сопротивления кручению

Материал	Механические характеристики		Относительный сдвиг $\gamma_R$	Крутящий момент $M_{кр}$ кгМ	Фактич. сопро-т. кручению $\tau_{кр}$ кг/мм <sup>2</sup>	Расчет		
	2A	$m$				I	II	III
Ст. Л	115	0,155	0,121	22,3	42,1	36,3	40,7	40,7
			0,178	23,8	45,0	37,1	42,9	42,9
Ст. МП	81,3	0,265	0,110	10,8	20,2	18,3	21,1	19,2
			0,456	15,8	29,5	25,4	29,4	26,7
Ст. М	68,4	0,255	0,110	9,1	17,0	15,8	18,3	16,8
			0,354	13,0	24,3	21,4	24,8	22,7
Медь	50,0	0,425	0,127	4,05	7,57	6,9	8,0	6,5
			0,554	7,70	14,40	13,7	15,8	12,8
Латунь	109	0,455	0,110	7,65	14,40	13,8	15,9	12,6
			0,304	11,00	20,70	21,9	25,4	20,0
Алюми- ний	16,6	0,32	0,106	1,70	3,20	3,1	3,58	3,14
			0,442	2,78	5,22	4,6	5,32	4,65

Примечание: I —  $\tau_{кр} : \tau_{раст} = 1,00$ ,  
 II —  $\tau_{кр} : \tau_{раст} = 1,15$ ,  
 III —  $\tau_{кр} : \tau_{раст} = 1,33 \frac{1}{1+m}$ .

Хотя все три методики расчета дают близкие к фактическим значениям результаты, предпочтение следует отдать расчетам, основанным на теории наибольших удлинений. Преимущества последних отчетливо видны на рис. 2, где дана зависимость отношения сопротивлений кручению и растяжению от показателя упрочнения ( $m$ ). Фактически значения указанного отношения весьма близки к расчетным (кривая III).

Расчетные значения сопротивления кручению по предлагаемой методике несколько ниже фактических (см. табл. 1 и рис. 1). Это объясняется тем, что центр фактической эпюры касательных напряжений отстоит от центра тяжести сечения несколько дальше, чем было принято по расчетной схеме (половина радиуса). Рассматривая приведенные на рис. 2 данные, можно установить поправочный коэффициент, учитывающий расположение центра тяжести фактической эпюры напряжений. Этот коэффициент должен быть связан с упрочняемостью металла. Его можно принять равным  $0,2 m$ .

$$\tau_{кр} = \frac{1 + 0,2m}{1 + m} \cdot \frac{4}{3} A \left( \frac{4}{9} \gamma_R \right)^m. \quad (12)$$

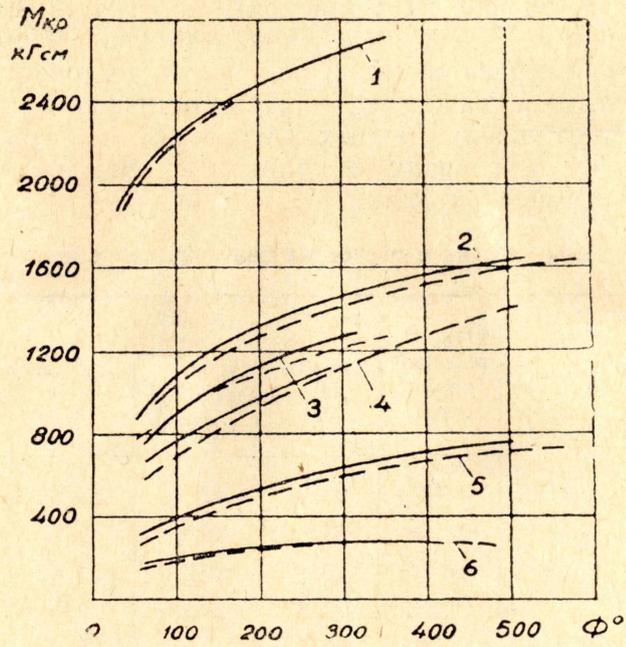


Рис. 1. Фактические (сплошные линии) и расчетные (пунктир) кривые кручения сплошных круглых стержней. 1 — легированная сталь, 2 — машиноподелочная сталь, 3 — мягкая сталь, 4 — латунь, 5 — медь, и 6 — алюминий.

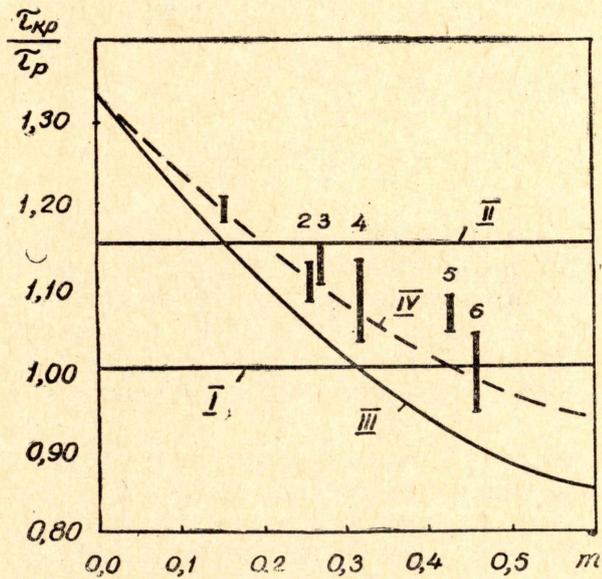


Рис. 2. Зависимость отношения сопротивлений кручению и растяжению от показателя упрочнения. Расчет: I — по теории максимальных касательных напряжений, II — по теории октаэдрических напряжений, III — по теории наибольших удлинений, IV — с поправкой. Фактические зависимости: 1 — сталь Л., 2 — ст. М., 3 — ст. МП, 4 — алюминий, 5 — медь и 6 — латунь.

Кривая по уравнению (12) на рис. 2 проведена пунктиром. Среднее напряжение в процессе растяжения может быть определено путем планиметрирования диаграммы растяжения.

Иосимара Иосимура [7] приводит кривые течения при растяжении и при кручении (сплошные линии на рис. 3). Расчет кривой течения при кручении по предлагаемой методике дал удовлетворительные результаты (пунктирная линия на рис. 3).

Как выше было указано, сопротивление пластической деформации при резании металлов можно сопоставить с сопротивлением кручению.

Следовательно,

$$\tau_{рез} = \tau_{кр} = \frac{A}{1+m} \cdot \frac{4}{3} \left( \frac{2}{3} \gamma_p \right)^m, \quad (13)$$

где  $\gamma_p$  — относительный сдвиг при резании.

Если кривую течения обрабатываемого металла, полученную в результате испытаний на сжатие с исключением влияния трения, аппроксимировать функцией [8]

$$\sigma = B\gamma^c, \quad (14)$$

то в соответствии со сказанным

$$\tau_{рез} = \frac{2}{3} \frac{B}{1+c} \gamma^c. \quad (15)$$

Теория максимальных касательных напряжений и энергетическая теория соответственно дают

$$\tau_{рез} = \frac{1}{2} B\gamma^c, \quad (16)$$

$$\tau_{рез} = \frac{1}{\sqrt{3}} B\gamma^c. \quad (17)$$

В табл. 2 приведены механические характеристики обрабатываемых металлов ( $B$  и  $c$ ), крайние значения относительного сдвига при резании, фактические значения сопротивления резанию, полученные путем деления известной удельной работы пластической деформации на величину максимального сдвига, по опытам А. М. Розенберга и А. Н. Еремина [9] и три варианта расчета.

Данные табл. 2 убеждают в надежности расчета сопротивления резанию по предлагаемой методике, которая полностью совпадает с расчетом сопротивления кручению сплошных круглых стержней.

Изложенное подтверждает известное положение о том, что процесс резания пластических металлов является одним из видов пластического формоизменения. Приведенные зависимости связывают сопротивление пластической деформации при растяжении, кручении и

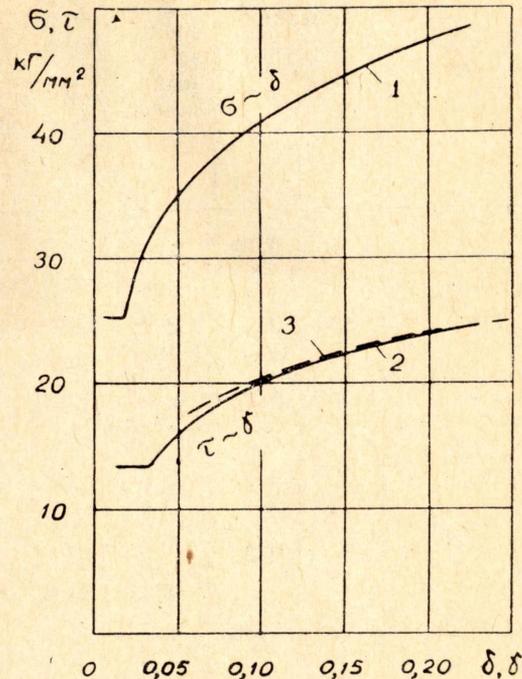


Рис. 3. Кривые течения: 1 — при растяжении, 2 — при кручении и 3 — расчетная.

резании металлов, позволяют по характеристикам одной из названных деформаций рассчитать характеристики другой.

Таблица 2

Сопоставление фактических и расчетных значений сопротивления резанию

Обрабатываемая сталь	Механические характеристики		Относительный сдвиг $\gamma_p$	Фактическое сопротивление резанию $\tau_{рез}$ кг/мм <sup>2</sup>	Расчетные значения					
	$B$	$c$			$\tau = \frac{\sigma}{2}$	разница в %	$\tau = \frac{\sigma}{\sqrt{3}}$	разница в %	$\tau = \frac{2}{3}\sigma_{ср}$	разница в %
9ХС	108	0,09	2,0	70,0	57,5	-17,9	66,5	-5,0	70,4	+0,6
			3,8	76,5	61,0	-20,3	70,5	-7,8	74,6	-2,7
12ХНЗА	89	0,12	2,0	60,0	48,4	-19,3	56,0	-6,7	57,2	-4,7
			5,5	69,0	54,6	-20,9	63,2	-8,4	65,2	-5,5
30	90	0,15	2,5	60,0	51,7	-13,8	59,7	-0,2	59,7	-0,5
			3,5	66,0	54,2	-17,9	62,6	-5,1	63,0	-4,5
30ХГС	100	0,17	2,5	68,0	58,5	-14,0	67,6	-0,7	66,7	-1,9
			3,8	74,0	62,8	-15,1	72,5	-2,0	71,5	-3,4
10	70	0,22	2,2	45,5	41,6	-8,6	48,2	+6,0	45,6	-0,2
			4,0	55,0	47,5	-13,6	54,8	-0,4	52,0	-5,5
1Х18Н9Т	118	0,385	1,7	72,0	72,5	+0,7	83,8	+16,4	70,0	-2,8
			2,5	80,0	84,0	+3,6	97,0	+21,3	81,0	+1,2

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Губкин. Пластическая деформация металлов. Том III, Металлургия, М., 1961.
2. С. Д. Пономарев и др. Расчеты на прочность в машиностроении. Том I, Машгиз, М., 1956.
3. П. О. Пашков. Пластичность и разрушение металлов. Судпромиздат, Л., 1949.
4. М. М. Филоненко-Бородич. Механические теории прочности. Изд-во МГУ, 1961.
5. Л. М. Седоков. Сопротивление материалов большим пластическим деформациям. Изд-во ТГУ, Томск, 1966.
6. Г. А. Смирнов-Аляев. Процессы пластического растяжения и кручения металлов в их взаимном сопоставлении. Сб. Экспериментальные методы определения напряжений и деформаций в упругой и пластической зонах. ОНТИ, НКТП, 1935.
7. Иосимару Иосимура. Замечания к теории скольжения Батдофа и Будянского. Механика, № 2 (60), 1960.
8. А. М. Розенберг (ред.). Резание металлов и инструмент. Машиностроение, М., 1964.
9. А. М. Розенберг, А. Н. Еремин. Элементы теории процесса резания металлов. Машгиз, 1956.