

## РАСЧЕТ ТРУБЧАТОЙ МАНОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ УНИВЕРСАЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Г. И. ТЫЖНОВ

(Представлена научным семинаром кафедры сопротивления материалов)

Манометрические трубчатые пружины выпускаются с различными формами сечений: плоскоовальной, овальной, эллиптической, восьмёркообразной и т. д. В настоящее время разработаны расчеты пружин только 2-х форм сечений: эллиптического и плоскоовального [1, 2].

Целесообразно иметь единый расчет пружин нескольких сечений, но для этого нужно выбрать такую расчетную схему, вариация которой позволила бы охватить все эти сечения. Как показали исследования, достаточно удобной и простой является расчетная схема сечения, представленного на рис. 1. При  $r = 0$  сечение обращается в ромб, при  $r < b$  оно приближается к эллипсу или овалу, при  $r = b$  имеет плоскоовальное, а при  $r > b$  — восьмёркообразное сечение. Схема имеет еще и то преимущество, что она близко подходит к сечению наибольшей чувствительности, которое не рассчитано до сих пор [1].

В последующем решении используется уравнение В. И. Феодосьева [1] полной потенциальной энергии трубчатой пружины, имеющей сечение симметричное относительно осей  $xu$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{E} = \frac{2Eh\gamma}{R(1-\mu^2)} \left[ \int_0^{s/4} \omega^2 ds - 2 \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right) \int_0^{s/4} \omega y ds + \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 \int_0^{s/4} y^2 ds + \right. \\ \left. + \frac{R^2 h^2}{12} \int_0^{s/4} (\Delta x)^2 ds \right] - pR\gamma \Delta f. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь четыре неизвестных: относительный угол поворота концевого сечения  $\Delta\gamma/\gamma$ ; перемещение  $\omega$  любой точки средней линии контура сечения в направлении оси  $ou$ ; изменение кривизны контура  $\Delta x$  и изменение площади сечения контура  $\Delta f$ . Величины же радиуса загибки пружины  $R$ , толщины стенки  $h$ , модуля упругости  $E$ , коэффициента Пуассона  $\mu$  и давления среды  $p$  — известны.

Полагая, что характер деформации сечения трубчатой пружины будет такой же, как и у замкнутого контура, можно найти связи:

$$\omega = \varphi_1(\omega_0); \Delta x = \varphi_2(\omega_0); \Delta f = \varphi_3(\omega_0). \quad (2)$$

После подстановки зависимостей (2) в уравнение (1) останется только две неизвестных:  $\Delta\gamma/\gamma$  и  $\omega_0$ , где последняя величина есть деформация контура в направлении оси  $ou$  при  $x = 0$ .

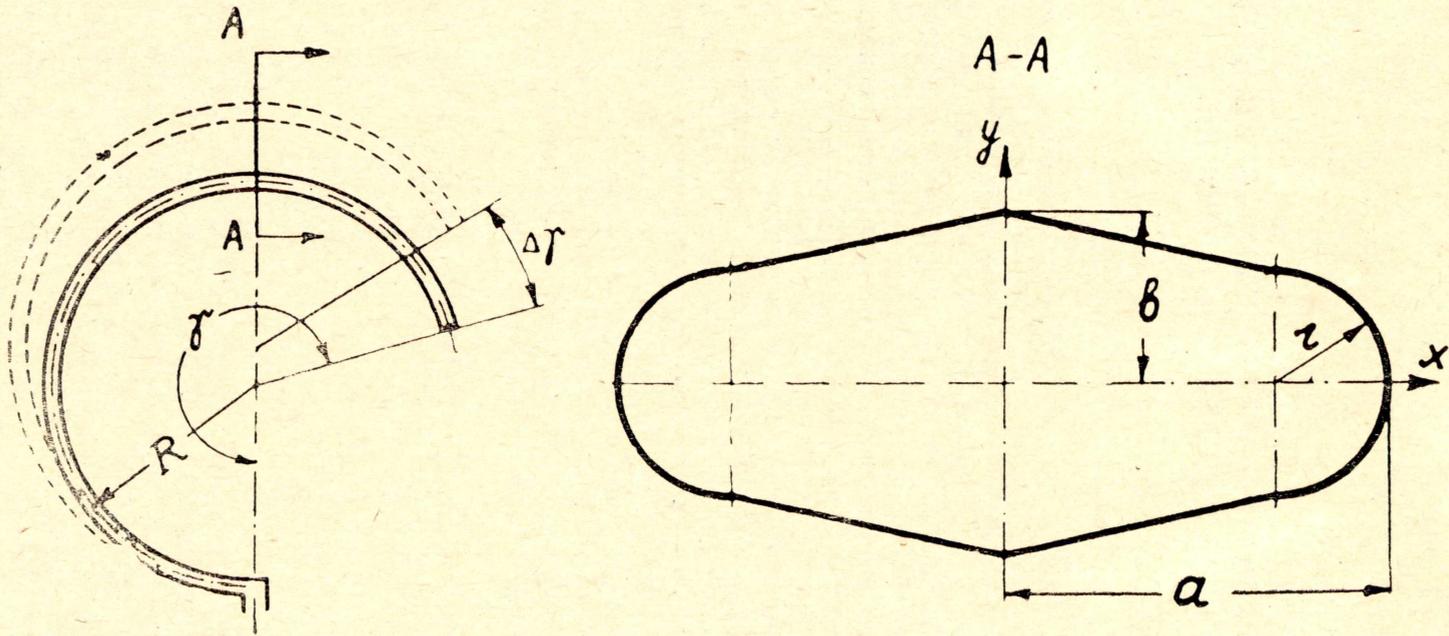


Рис. 1.

Уравнение (1) состоит из пяти членов. Первый член зависит от величины и характера деформации контура. Проведенными экспериментами было показано, что характер деформации контура очень мало зависит от его формы. Данные опытов подтверждаются также расчетами. В соответствии с этим вводится первое допущение: считая, что характер деформаций контура любого сечения будет такой же, как и у ромба ( $r=0$ ), первый член уравнения (1) принимаем единым во всех случаях.

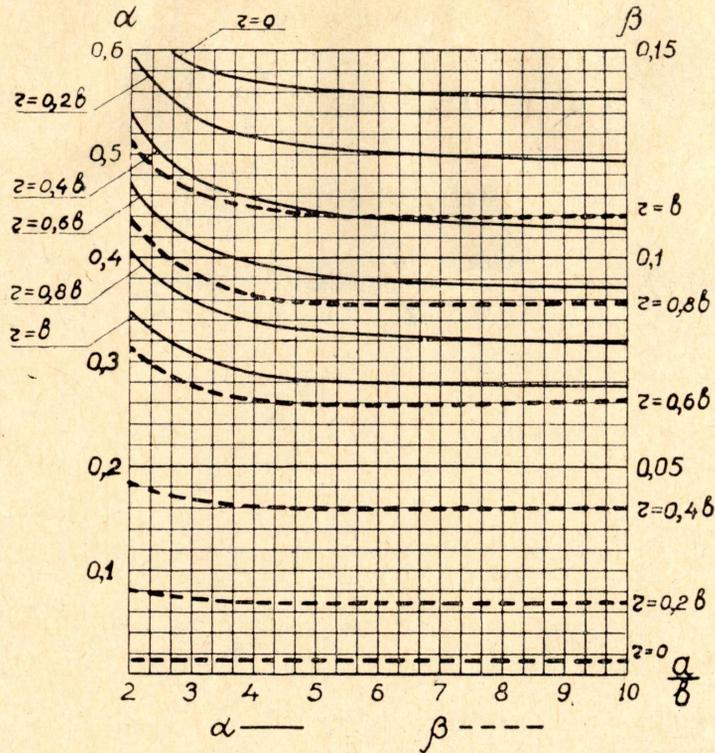


Рис. 2.

После аналогичных рассуждений такие же допущения вводятся для второго, четвертого и пятого членов. Только третий член рассчитывается именно для данного сечения. Принятые допущения значительно сокращают объем вычислений, что же касается точности решения, то она должна повышаться для таких сечений, которые приближаются к ромбическому; для других сечений точность расчета должна быть ниже.

На основании высказанных соображений, используя зависимости (2) для ромба, получаем следующие выражения для членов уравнения (1).

Первый член:

$$\int_0^{s/4} w^2 ds = w_0^2 \frac{a^9 \sqrt{1 + \kappa^2}}{24^2 m_0^2} (0,406 - 0,74 \kappa^2 + 0,34 \kappa^4) = w_0^2 \frac{a^9 \sqrt{1 + \kappa^2}}{25^2 m_0^2} A_1.$$

Второй член:

$$2 \left( \frac{\Delta \gamma}{\gamma} \right) \int_0^{s/4} w y ds = w_0 \frac{a^6}{12 m_0} \left( \frac{\Delta \gamma}{\gamma} \right) \left\{ \kappa C_1 \delta \left[ (1 - \kappa^2) - \frac{2}{3} (1 - 2\kappa^2) \delta^2 - \kappa^2 \delta^3 + \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{5} (1 + \kappa^2) \delta^4 \Big] - \frac{C_1 C_2 \delta^2}{2} \left[ (1 - \kappa^2) - (1 - 2\kappa^2) \delta^2 - 1,6 \kappa^2 \delta^3 + \right. \\
& + \frac{1}{3} (1 + \kappa^2) \delta^4 \Big] + \kappa_1 \left[ (1 - \kappa^2) (1 - \delta) - \frac{2}{3} (1 - 2\kappa^2) (1 - \delta^3) - \right. \\
& \left. - \kappa^2 (1 - \delta^4) + \frac{1}{5} (1 + \kappa^2) (1 - \delta^5) \right] \Big\} = \omega_0 \frac{a^6}{12m_0} \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right) A_2.
\end{aligned}$$

Третий член:

$$\left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 \int_0^{s/4} y^2 ds = \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 a^3 \left[ C_1 \left( \kappa^2 \delta - \kappa C_2 \delta^2 + \frac{C_2^2}{3} \delta^3 \right) + \frac{\pi}{4} \kappa_1^3 \right] = \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)^2 a^3 A_3.$$

Четвертый член:

$$\frac{R^2 h^2}{12} \int_0^{s/4} (\Delta x)^2 ds = \omega_0^2 \frac{\eta^2 a^9 (4 - 7\kappa^2 + 4\kappa^4)}{2160 m_0^2 \sqrt{1 + \kappa^2}} = \omega_0^2 \frac{\eta^2 a^9 A_4}{2160 m_0^2 \sqrt{1 + \kappa^2}}.$$

Пятый член:

$$pR\gamma\Delta f = pR\gamma\omega_0 \frac{a^5}{45m_0} A_4.$$

Здесь

$$\kappa = \frac{b}{a}, \quad \kappa_1 = \frac{r}{a}, \quad m_0 = \frac{a^4}{24} (1 - \kappa^2), \quad \delta = 1 - \kappa_1,$$

$$C_1 = \sqrt{1 + \left( \frac{\kappa - \kappa_1}{1 - \kappa_1} \right)^2}, \quad C_2 = \frac{\kappa - \kappa_1}{1 - \kappa_1},$$

$a, b, r$  — размеры сечения (рис. 1).

Характеристика  $\eta = Rh/a^2$  называется главным параметром пружины. Для отыскания значений  $\omega_0$  и  $\Delta\gamma/\gamma$ , при которых энергия обращается в минимум, прибегаем к методу Ритца:

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \omega_0} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right)} = 0.$$

После дифференцирования получаем два уравнения:

$$\begin{aligned}
\frac{4Eh\gamma}{R(1 - \mu^2)} \left[ \omega_0 \frac{a^9 A_1 \sqrt{1 + \kappa^2}}{24^2 m_0^2} - \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right) \frac{a^6 A_2}{24m_0} + \frac{\eta^2 a^9 A_4}{2160 m_0^2 \sqrt{1 + \kappa^2}} \right] - \\
- \frac{pR\gamma a^5 A_4}{45m_0} = 0.
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\omega_0 \frac{a^6 A_2}{12m_0} - 2 \left( \frac{\Delta\gamma}{\gamma} \right) a^3 A_3 = 0. \tag{4}$$

Совместное решение уравнений (3) и (4) приводит к искомой формуле для определения относительного угла раскрытия пружины:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = p \frac{1 - \mu^2 R^2}{E bh} \frac{(1 - \kappa^2) \kappa A_2 \sqrt{1 + \kappa^2}}{2A_3 (1 - \kappa^2) \left[ \frac{15\sqrt{1 + \kappa^2} (A_1 A_3 \sqrt{1 + \kappa^2} - A_2^2)}{4A_3 A_4} + \eta^2 \right]}.$$

По аналогии с формулой В. И. Феодосьева [1] вводим коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$ :

$$\alpha = \frac{\kappa A_2 \sqrt{1 + \kappa^2}}{2 A_3 (1 - \kappa^2)},$$

$$\beta = \frac{15 \sqrt{1 + \kappa^2} (A_1 A_3 \sqrt{1 + \kappa^2} - A_2^2)}{4 A_3 A_4},$$

после чего формула для расчета относительного угла раскрытия пружины получает следующий вид:

$$\frac{\Delta\gamma}{\gamma} = p \frac{1 - \nu^2}{E} \frac{R^2}{bh} \left(1 - \frac{b^2}{a^2}\right) \frac{a}{\beta + \gamma^2}. \quad (5)$$

На рис. 2 приведены графики коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  вычисленных на электронной машине.

Таблица

N	h мм	a мм	b мм	R мм	r мм	E кг/мм <sup>2</sup>	Относительный угол раскрытия $\frac{\Delta\gamma}{\gamma p}$		
							опыт $\frac{\Delta\gamma}{\gamma p}$	Расчет	
									погрешность, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	9,83	1,68	37,0	1,68	1 · 2 · 10 <sup>4</sup>	0,99 · 10 <sup>-3</sup>	0,65 · 10 <sup>-3</sup>	-34,4
2	"	9,9	1,67	37,1	1,35	"	1,14 ·	0,85 ·	-25,5
3	"	10,1	1,65	37,1	0,92	"	1,42 ·	1,24 ·	-12,7
4	"	10,2	1,64	37,1	0,65	"	1,65 ·	1,63 ·	-1,2
5	0,55	10,1	1,79	36,0	1,79	1 · 10 <sup>4</sup>	3,25 ·	2,22 ·	-31,7
6	"	10,1	1,73	35,7	1,40	"	3,41 ·	3,03 ·	-11,2
7	"	10,3	1,70	36,6	1,05	"	4,80 ·	4,83 ·	+ 0,6
8	"	10,3	1,74	36,4	1,00	"	5,43 ·	4,95 ·	-8,9

В табл. 1 сравниваются результаты расчета по нашей формуле с опытными данными. Как и предполагалось, наибольшая ошибка получается при расчете пружин плоскоовального сечения (пружины № 1 и № 5). Для пружин № 3, 4, 7 и 8, сечение которых приближается к ромбическому, расчет хорошо совпадает с экспериментом.

### Выводы

1. Доказана возможность создания единого расчета пружин различных форм сечений на основе введения универсального сечения.
2. Предложенный вариант расчетной схемы универсального сечения позволил единым подходом рассчитывать пружины нескольких сечений. По сравнению с другими вариантами, например, составленными из дуг двух и, тем более, трех окружностей, данный вариант наиболее прост.
3. Довольно произвольные и грубые допущения, принятые вначале, не очень сильно повлияли на точность расчета. Это обстоятельство дает уверенность в том, что расчет пружин без этих допущений будет иметь хорошую точность.

### ЛИТЕРАТУРА

1. В. И. Феодосьев. Упругие элементы точного приборостроения. Оборонгиз, 1949.
2. Л. Е. Андреева. Упругие элементы приборов. Машгиз, 1962.