ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 159 1967 г.

ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЗАТУХАНИЯ И ИСКАЖЕНИЯ ВЫСОКОВОЛЬТНЫХ УНИПОЛЯРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В КОАКСИАЛЬНОЙ ПЕРЕДАЮЩЕЙ СИСТЕМЕ

И. И. КАЛЯЦКИЙ, А. Т. ЧЕПИКОВ, А. А. ДУЛЬЗОН

(Представлена научным семинаром научно-исследовательского института высоких напряжений)

Область применения высоких импульсных напряжений в настоящее время непрерывно расширяется. Они используются в радиолокации для генерирования ударных волн в жидкой среде, для получения мощных вспышек света и т. д. По техническим и технологическим причинам нередко возникает необходимость передачи мощных высоковольтных импульсов на расстояние в десятки и сотни метров. При этом существенный интерес представляет оценка затухания и искажения импульсов при передаче их по коаксиальным системам.

К расчету первичных параметров коаксиальной системы

В качестве передающей системы рассмотрим коаксиальную линию из двух стальных труб, заполненных изоляционным маслом. Как известно [1], в случае, когда толщина стенок трубчатого проводника

$$t > \frac{5}{\sqrt{2} \cdot \kappa}, \tag{1}$$

его сопротивление равно сопротивлению сплошного проводника Здесь

$$\kappa = \sqrt{\frac{\omega\mu_r}{\rho}},$$

где μ_r — относительная магнитная проницаемость материала проводника,

ρ — удельное сопротивление материала проводника.

В интересующем нас диапазоне частот 10^5—10^8 *гц* во всех случаях толщина стенок внутреннего проводника по соображениям механической прочности будет значительно превышать величину t. Учитывая сказанное, можно показать, что для расчета сопротивления коаксильной системы пригодна формула

$$R = 3{,}16 \cdot 10^{-4}\sqrt{f}\left(\frac{\sqrt{\mu_{r_1}\rho_1}}{r_1} + \frac{\sqrt{\mu_{r_2}\rho_2}}{r_2}\right), \quad ом/м, \tag{2}$$

где r_1 и r_2 — радиусы проводников.

Внутренняя индуктивность проводников коаксиальной системы при использовании конструкционных сталей в рассматриваемой области частот не превышает нескольких процентов от внешней индуктивности [4]. Поэтому [1]

$$L \approx 4{,}6 \cdot 10^{-7} \lg \frac{r_2}{r_1}, \quad \textit{гн/м}. \tag{3}$$

Емкость коаксиальной системы

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \qquad \textit{Ф/м}. \tag{4}$$

Активная проводимость коаксиальной системы

$$G = \frac{2\pi}{\rho_g \lg \frac{r_2}{r_1}} + \omega C \operatorname{tg} \delta, \qquad \textit{мо/м}. \tag{5}$$

Уже при $f > 10$ *кгц* при использовании изоляционных жидкостей можно с высокой точностью считать

$$G = \omega C \operatorname{tg} \delta. \tag{6}$$

Расчет коэффициента распространения

Как известно [3], коэффициент распространения

$$\bar{\gamma} = \sqrt{(R + j\omega L)(G + j\omega C)} = \beta + j\alpha, \tag{7}$$

где

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}(RG - \omega^2 LC) + \frac{1}{2}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}}, \tag{8}$$

$$\alpha = \sqrt{-\frac{1}{2}(RG - \omega^2 LC) + \frac{1}{2}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)(G^2 + \omega^2 C^2)}}. \tag{9}$$

При вычислении коэффициента затухания β возникает необходимость вычитать два близких по величине больших числа. Чтобы этого избежать, преобразуем выражение (8), используя бином Ньютона:

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\ \omega^2 LC \left(\frac{1}{2}\ \frac{R^2}{\omega^2 L^2} - \frac{1}{8}\ \frac{R^4}{\omega^4 L^4}\right) + \frac{1}{2} RG}. \tag{10}$$

Аналогично можем получить

$$\alpha = \omega\sqrt{LC}\left(1 + \frac{R^2}{8\omega^2 L^2} - \frac{3}{128} \cdot \frac{R^4}{\omega^4 L^4}\right). \tag{11}$$

Расчет переходных характеристик коаксиальной системы

Как известно [4], изображение решения (по Карсону) системы дифференциальных уравнений длинной линии имеет вид:

$$U(p) = U_1(p) \cdot \frac{Z_2(p) \cdot \operatorname{ch}\gamma(l - x) + Z(p) \cdot \operatorname{sh}\gamma(l - x)}{Z_2(p) \cdot \operatorname{ch}\gamma l + Z(p) \cdot \operatorname{sh}\gamma l}, \tag{12}$$

где $U_1(p)$ — изображение импульса в начале линии,

$Z_2(p)$ — изображение нагрузки в конце линии,

$Z(p)$ — изображение волнового сопротивления линии.

При бесконечно длинной линии можем положить $Z_2(p) = Z(p)$. Тогда при $x = l$ получим:

$$U(p) = U_1(p) \cdot \frac{1}{\operatorname{ch}\gamma l + \operatorname{sh}\gamma l}.$$

Для единичного „скачка“ ($U_1(p) = 1$) найдем:

$$U(p) = h(p) = \frac{1}{\operatorname{ch}\gamma l + \operatorname{sh}\gamma l} = \frac{1}{l^{\gamma l}} = l^{-\gamma(p)\cdot l}, \tag{13}$$

где $h(p)$ — изображение переходной характеристики коаксиальной системы.

Оригинал выражения (13) может быть представлен в виде [5]:

$$h(p) = l^{-\gamma(p)\cdot l} = h(l, t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}\int_0^\infty e^{-\beta l}\,\frac{\sin(\omega t - \alpha l)}{\omega}\,d\omega. \tag{14}$$

Учитывая, что фронт импульса приходит в интересующую нас точку l через время $t_з = l\sqrt{LC}$, целесообразно в формулу (14) вместо t подставить $t_1 = t - l\sqrt{LC}$. Тогда, учитывая, что при $t_1 < 0$ $h(l, t_1) = 0$, можно получить

$$h(l, t_1) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty e^{-\beta l}\cos(\omega l\sqrt{LC} - \alpha l)\frac{\sin\omega t_1}{\omega}\cdot d\omega. \tag{15}$$

Величина $P(\omega) = e^{-\beta l}\cdot\cos(\omega l\sqrt{LC} - \alpha l)$, представляющая собой вещественную часть коэффициента передачи, является вещественной частотной характеристикой коаксиальной системы.

Окончательно

$$h(l, t_1) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty P(\omega)\cdot\frac{\sin\omega t_1}{\omega}\,d\omega. \tag{16}$$

В частном случае при $G \approx 0$ и $R \ll \omega L$ переходная характеристика может быть выражена [5] через функцию Крампа, или интеграл вероятности:

$$h(l, t_1) = 1 - \Phi\left(\frac{b_1 l}{2\sqrt{t_1}}\right),$$

где
$$b_1 = \frac{1}{4\pi}\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{\sqrt{\mu_{r_1}\rho_1}}{r_1} + \frac{\sqrt{\mu_{r_2}\rho_2}}{r_2}\right).$$

$$t_1 = t - l\sqrt{LC} = t - t_з,$$

где $t_з$ — время задержки линии.

Функция Крампа

$$\Phi(z) = \int_0^z e^{-x^2}\cdot dx$$

не выражается в элементарных функциях, однако имеются весьма подробные таблицы [6].

Для вычисления переходных характеристик по выражению (16) можно воспользоваться частотным методом расчета переходных процессов [7].

Идея частотного метода состоит в том, чтобы представить кривую $P(\omega)$ в виде суммы некоторых типовых кривых $r_i(\omega)$

$$P(\omega) = \sum_{i=1}^{n} r_i(\omega)$$

так, чтобы при вычислении выражений вида

$$h_{ri}(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty r_i(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \tag{18}$$

можно было бы пользоваться таблицами и свести расчет переходного процесса $h(t)$ к суммированию табличных функций $h_{ri}(t)$

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} h_{ri}(t).$$

Предполагается, что каждая из функций $r_i(\omega)$ имеет вид прямоугольной трапеции (рис. 1) с коэффициентом наклона

$$\varkappa = \frac{\omega_d}{\omega_0}.$$

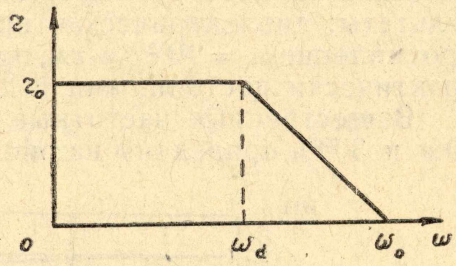

Рис. 1. Функция $r_i(\omega)$.

Для расчета используются таблицы $h_\varkappa(t)$, вычисленные в соответствии с выражением (18) для единичных трапеций с $r_0 = 1$ и $\omega_0 = 1$. Найденные из таблиц (по заданным $\varkappa$) переходные функции $h_{\varkappa i}(t)$ пересчитываются к действительным значениям ω_{0i} и r_{0i} в соответствии с теоремой подобия. Для этого табличные значения $h_\varkappa$ умножают на r_{0i}, а аргумент t делят на ω_{0i}. Суммируя полученные кривые $h_{\varkappa i}(t)$, получим переходную характеристику коаксиальной системы.

Расчет формы импульса в конце коаксиальной системы

Расчет формы импульса на выходе коаксиальной системы $U_2(t)$ по известной форме импульса на входе системы $U_1(t)$ производится с помощью интеграла Дюамеля [4]:

$$U_2(t) = \int_0^\infty U_1'(\tau) \cdot h(t - \tau) \cdot d\tau, \tag{19}$$

где $h(t-\tau)$ — переходная функция,

$U_1'(\tau)$ — производная от кривой напряжения в начале линии.

Поскольку вычисление интеграла (19) производится графоаналитическим способом, заменим его суммой [8]:

$$U_2(t) \approx \sum_{n=1}^{N} \Delta U_{1n} \cdot h(t - \tau_n), \tag{20}$$

где N — число интервалов, на которое разбита область существования исходного импульса;

$\Delta\tau$ — длина интервала;

$\tau_n = n \cdot \Delta\tau$.

Результаты расчетов затухания и искажения импульсов в коаксиальной системе

В настоящей работе был произведен расчет затухания и искажения импульсов в коаксиальной системе из стальных труб, заполненных трансформаторным маслом, предназначенной для передачи импульсов, используемых для технологических целей.

Внешняя труба (с внутренним диаметром $2r_2 = 81$ *мм*) выполнена из стали 40Х, внутренняя (с внешним диаметром $2r_1 = 21{,}25$ *мм*) —из стали 3. Магнитная проницаемость материала внешней трубы в интересующем нас диапазоне частот — $\mu_{r_2} = 50$, внутренней — $\mu_{r_1} = 75$; удельное сопротивление материала внешней трубы $\rho_2 = 0{,}225$ *ом·м/мм*^{2}, внутренней — $\rho_1 = 0{,}157$ *ом·м/мм*^{2}. Измерения электрических свойств трансформаторного масла дали следующие результаты: диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_r = 2{,}19$, объемное сопротивление $\rho_V = 10^{12}$ *ом·см*, $\operatorname{tg}\delta = 5 \cdot 10^{-4}$. Значения ε_r и $\operatorname{tg}\delta$ остаются практически постоянными в диапазоне частот $2 \cdot 10^3 \div 10^8$ *гц*.

Вещественные частотные характеристики при длине системы 30 *м* и 300 *м* приведены на рис. 2. Аппроксимируем кривую 1 (рис. 2)

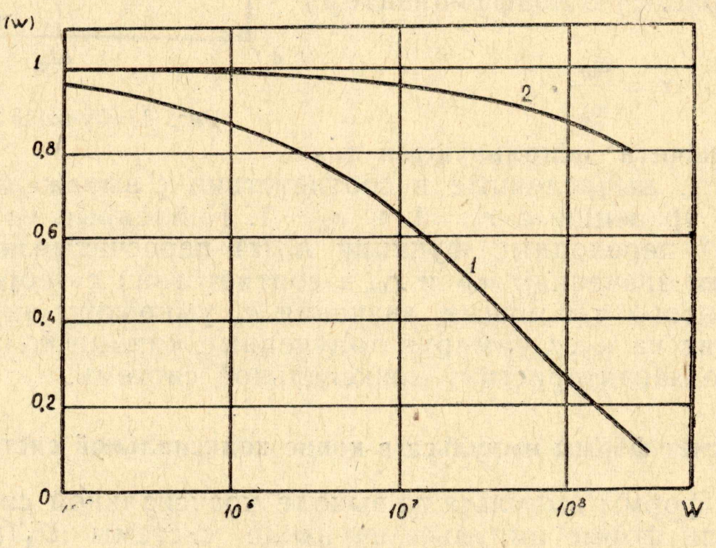

Рис. 2. Вещественная часть коэффициента передачи коаксиальной системы. 1 — $l = 300$ *м*, 2 — $l = 30$ *м*.

прямоугольными трапециями (рис. 3). Пользуясь таблицами [7], рассчитываем переходные функции для каждой трапеции и, суммируя их, находим переходную характеристику коаксиальной системы при $l = 300$ *м* (кривая 1, рис. 4). Там же (кривая 3) приведена переходная характеристика, рассчитанная по упрощенной формуле (17).

На рис. 5 приведена форма импульса в начале коаксиальной системы и после пробега 300 *м*.

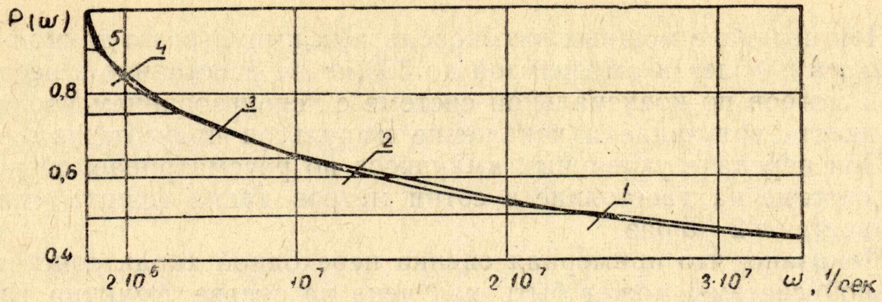

Рис. 3. К расчету переходной характеристики системы. 1 — трапеция 1; 2 — трапеция 2; 3—трапеция 3; 4—трапеция 4; 5—трапеция 5.

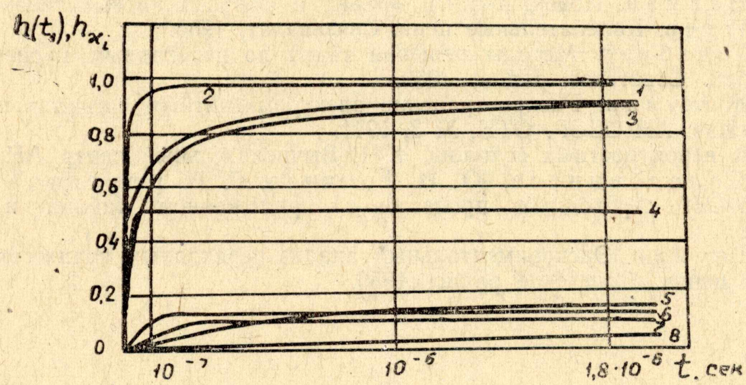

Рис. 4. 1 — переходная характеристика системы при $l = 300$ *м* (расчет частотным методом), 2 — то же при $l = 30$ *м*, 3 — переходная характеристика системы при $l = 300$ *м*, рассчитанная с помощью функций Крампа. 4—8—переходные функции h_{x_i}, рассчитанные для отдельных трапеций.

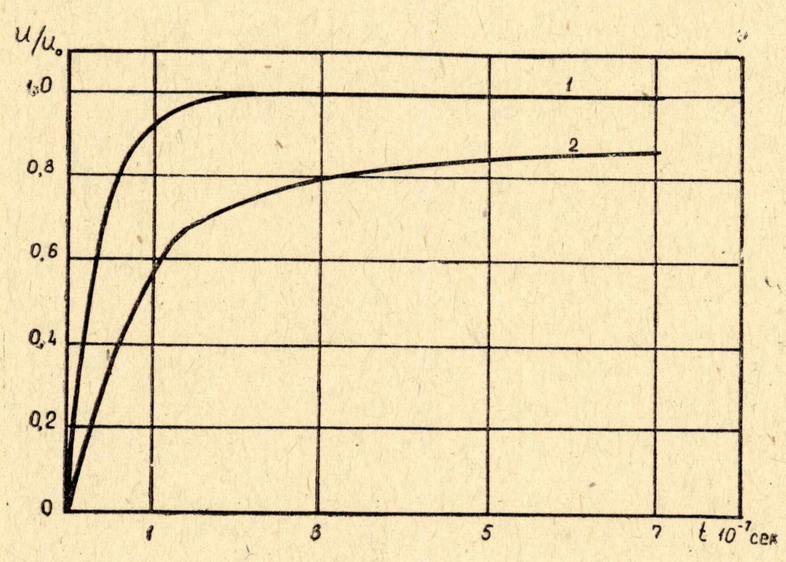

Рис. 5. Форма импульса в начале коаксиальной системы (1) и после пробега 300 *м* (*2*).

Выводы

1. При передаче мощных высоковольтных импульсов с длиной фронта 0,1 *мксек* и более и амплитудой до 300 *кв* на расстояние в несколько десятков метров по коаксиальной системе с использованием изоляционной жидкости затухание и искажение импульсов пренебрежимо мало.

2. При передаче указанных импульсов по рассматриваемой коаксиальной системе на расстояние в сотни метров длина фронта импульса увеличивается в 2—5 раз.

3. Показано, что примерная оценка переходной характеристики коаксиальной системы может быть получена на основе функции Крампа в соответствии с (17).

ЛИТЕРАТУРА

1. И. И. Гроднев, В. Н. Кулешов, В. В. Соколов. Кабельные линии связи. Связьиздат, 1960.
2. Л. Р. Найман. Поверхностный эффект в ферромагнитных телах, ГЭИ, 1949.
3. Б. П. Асеев. Колебательные цепи. Связьиздат, 1955.
4. С. Г. Гинзбург. Методы решения задач по переходным процессам в электрических цепях. Советское радио, 1959.
5. Л. А. Жекулин. Распространение электромагнитных сигналов по коаксиальному кабелю. Изв. АН СССР, ОТН, № 3, 1941.
6. Таблицы вероятностных функций, т. 1. Вычислительный центр АН СССР, 1958.
7. В. В. Солодовников, Ю. И. Топчеев, Г. В. Крутикова. Частотный метод построения переходных процессов с приложением таблиц и номограмм. ГИТТЛ, 1955.
8. И. И. Теумин. Экспериментальный анализ переходных процессов в линейных электрических цепях. Советское радио, 1956.