ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СИНХРОННЫХ РЕАКТИВНЫХ МАШИН

Е. В. КОНОНЕНКО

(Представлена научным семинаром кафедр электрических машин и общей электротехники)

При изучении режимов работы синхронных реактивных машин (СРМ) особое внимание должно быть уделено исследованию статической устойчивости. Нарушение статической устойчивости СРМ, работающих от сети с постоянным напряжением и частотой, может быть двух видов.

При определенных соотношениях параметров и нагрузки возможно апериодическое нарушение устойчивости или сползание, которое характеризует собой предел статической перегружаемости СРМ.

В некоторых случаях работы в СРМ возникают самовозбуждающие периодические колебания ротора. Такое нарушение устойчивости известно под названием самораскачивания.

Работа СРМ в общем случае описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений Парка-Горева [1]. При исследовании статической устойчивости необходимо пространство параметров этих машин разбить на области, соответствующие устойчивой и неустойчивой работы. Для решения этой задачи достаточно рассмотреть устойчивость при малых возмущениях. Тогда аналитическое исследование статической устойчивости СРМ можно произвести на основе линеаризованных уравнений, как это принято при анализе обычных синхронных машин [2, 3, 4].

При общепринятых допущениях и постоянном моменте сопротивления линеаризованная, в точке исходного режима, система уравнений СРМ, имеющих полную обмотку на роторе, может быть представлена в виде:

$$\begin{gathered}(U\cos\theta_0 + x_q i_{qo} p)\,\Delta\theta + [p x_d(p) + r]\,\Delta i_d - x_q(p)\,\Delta i_q = 0;\\ (U\sin\theta_0 - x_d i_{do} p)\,\Delta\theta + x_d(p)\,\Delta i_d + [p x_q(p) + r]\,\Delta i_q = 0;\\ Hp^2\Delta\theta + [x_d(p) - x_q]\,i_{qo}\,\Delta i_d + [x_d - x_q(p)]\,i_{do}\,\Delta i_q = 0.\end{gathered} \tag{1}$$

Здесь величины с индексом нуль характеризуют исходный установившийся режим; величины со знаком Δ обусловлены малыми колебаниями ротора, а

$$x_d(p) = \frac{x_d + p x''_d T_d}{1 + p T_d}; \qquad x_q(p) = \frac{x_q + p x''_q T_q}{1 + p T_q}.$$

Уравнения (1) получены при условии, что электромагнитный момент положителен в режиме работы двигателем, ось q опережает ось d на 90 ° и применяется система относительных единиц.

Составив и приравняв нулю определитель системы уравнений (1), после соответствующих преобразований характеристическое уравнение можно представить в следующем виде:

$$a_0 p^6 + a_1 p^5 + a_2 p^4 + a_3 p^3 + a_4 p^2 + a_5 p + a_6 = 0, \qquad (2)$$

где

$$a_0 = H x_d'' x_q'' T_d T_q,$$

$$a_1 = H[r (x_d'' + x_q'') T_d T_q + x_d'' x_q T_d + x_d x_q'' T_q];$$

$$a_2 = H[(r^2 + x_d'' x_q'') T_d T_q + r (x_d'' + x_q) T_d + r (x_d + x_q'') T_q + x_d x_q] + A x_q x_q'' T_q i_{qo}^2 + B x_d x_d'' T_d i_{do}^2;$$

$$a_3 = H[r^2 (T_d + T_q) + r (x_d + x_q) + x_d'' x_q T_q + x_d x_q'' T_q] + (B x_d'' x_q T_d - A x_d x_q'' T_q) i_{do} i_{qo} + A x_q'' T_q U \cos\theta_o i_{qo} - B x_d'' T_d U \sin\theta_o i_{do} + [A (T_q r + x_q) - (x_d - x_q) x_q'' T_q] x_q i_{qo}^2 + [B (T_d r + x_d) + (x_d - x_q) x_d'' T_d] x_d i_{do}^2;$$

$$a_4 = H (x_d x_q + r^2) + B x_d'' T_d U \cos\theta_o i_{do} + A x_q'' T_q U \sin\theta_o i_{qo} + [(B - A) x_d x_q + (x_d - x_q) (x_d'' x_q T_d + x_d x_q'' T_q)] i_{do} i_{qo} + [A (T_q r + x_q) - (x_d - x_q) x_q'' T_q] U \cos\theta_o i_{qo} + [A r - (x_d - x_q) (T_q r + x_q)] x_q i_{qo}^2 - [B (T_d r + x_d) + (x_d - x_q) x_d'' T_d] U \sin\theta_o i_{do} + [B r + (x_d - x_q) (T_d r + x_d)] x_d i_{do}^2;$$

$$a_5 = [B x_d + (x_d - x_q) x_d'' T_d] U \cos\theta_o i_{do} + 2 (x_d - x_q) x_d x_q i_{do} i_{do} + [A x_q - (x_d - x_q) x_q'' T_q] U \sin\theta_o i_{qo} + r (x_d - x_q) (x_d i_{do}^2 - x_q i_{qo}^2) + [A r - (x_d - x_q) (T_q r + x_q)] U \cos\theta_o i_{qo} - [B r + (x_d - x_q) (T_d r + x_d)] U \sin\theta_o i_{do};$$

$$a_6 = (x_d - x_q) U [(x_d \cos\theta_o - r \sin\theta_o) i_{do} - (x_q \sin\theta_o + r \cos\theta_o) i_{qo};$$

$$A = (x_q - x_d'') T_d; \quad B = (x_d - x_q'') T_q;$$

$$i_{do} = \frac{U x_q \cos\theta_o - U r \sin\theta_o}{x_d x_q + r^2}; \qquad i_{qo} = \frac{U x_d \sin\theta_o + U r \cos\theta_o}{x_d x_q + r^2}$$

Области устойчивой и неустойчивой работы рассматриваемой системы уравнений могут быть определены из анализа корней характеристического уравнения.

При переходе через границу области устойчивости возможны два случая [5].

а) Один корень может стать равным нулю. Это возможно если в уравнении (2) свободный член станет равным нулю ($a_6 = 0$). В этом случае при выходе из области устойчивости возникает один положительный корень и наступает апериодическая неустойчивость.

б) Пара корней может стать чисто мнимой. В этом случае при переходе через границу устойчивости возникает колебательная неустойчивость.

Следовательно, границу области сползания можно определить из условий

$$a_6 = 0. \qquad (3)$$

Из уравнения (2) видно, что a_6 зависит только от параметров установившегося режима работы СРМ. Нетрудно установить, что a_6 пропорционален синхронизирующему моменту M_{so}.

Действительно, момент развиваемый СРМ в синхронном установившемся режиме работы, равен

$$M_o = \psi_{do} i_{qo} - \psi_{qo} i_{do} = (x_d - x_q) i_{do} i_{qo}. \qquad (4)$$

Синхронизирующий момент определяется как

$$M_{so} = \frac{dM_o}{d\theta_o} = \frac{(x_d - x_q)\,U}{x_d\,x_q + r^2}\,[(x_d \cos\theta_o - r \sin\theta_o)\,i_{do} -$$

$$- (x_q \sin\theta_o + r \cos\theta_o)\,i_{qo}]. \qquad (5)$$

Сравнивая (5) с выражением для α_6, видим, что

$$\alpha_6 = (x_d\,x_q + r^2)\,M_{so}. \qquad (6)$$

Из уравнения (6) следует, что α_6 будет равен нулю только в том случае, когда $M_{so}=0$. Это говорит о том, что граница области сползания характеризует собой предел статической перегружаемости СРД.

Практически при определении границы области статической устойчивости целесообразно пользоваться критериями Гурвица или Рауса, так как при этом отпадает необходимость в нахождении корней характеристического уравнения.

В СРМ, так же как в синхронных машинах, самораскачивание обусловлено наличием активного сопротивления в цепи обмотки статора (r). В том случае, когда r=0, а на роторе СРМ имеется пусковая короткозамкнутая обмотка, явление самораскачивания возникнуть не может.

Предположим, что на роторе имеется короткозамкнутая обмотка только по поперечной оси. Тогда характеристическое уравнение (2) при r=0 можно представить в виде:

$$(p^2 + 1)\left\{H\,x_d\,x_q''\,T_q \cdot p^3 + H x_d\,x_q\,p^2 + U^2\,T_q\,[(x_d - x_q'')\cos^2\theta_o -\right.$$

$$\left. - (x_d - x_q)\,\frac{x_q''}{x_q}\sin^2\theta_o]\,p + (x_d - x_q)\,U^2 \cos 2\theta_o\right\} = 0. \qquad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что характеристическое уравнение в этом случае имеет пару сопряженных чисто мнимых корней ($p_{1,2} = \pm j$). Это говорит о том, что кроме сползания и самораскачивания в СРМ при r=0 возникают еще и незатухающие колебания с синхронной частотой. Как показали расчеты, а также исследования А. А. Горева [2], эти колебания не имеют практического значения вследствие ничтожной величины их амплитуды и быстрого затухания во всякой реальной машине, когда $r \neq 0$. Однако наличие этих колебаний вызывает необходимость все расчеты статической устойчивости проводить с учетом реальных значений активных сопротивлений в цепи обмотки статора.

Вещественные части других корней характеристического уравнения (7) будут отрицательными, если все коэффициенты и определитель Гурвица (Δ_r) уравнения, заключенного в фигурные скобки, будут положительными.

В данном случае определитель Гурвица после соответствующих преобразований можно представить в виде

$$\Delta_r = H x_d^2\,T_q\,(x_q - x_q'')\,U^2 \cos^2\Theta_o. \qquad (8)$$

Анализ коэффициентов уравнения (7) и выражения (8) показывает, что при изменении угла нагрузки Θ_o в пределах от 0° до ±45° все коэффициенты и Δ_r положительны. При Θ=45° свободный член уравнения (7) становится равным нулю, что характеризует границу области сползания.

В том случае, когда на роторе имеется короткозамкнутая обмотка только по продольной оси, характеристическое уравнение (2) при r=0 будет иметь вид:

$$(p^2 + 1)\,\{\,H x_d''\,x_q\,T_d\,p^3 + H x_d\,x_q\,p^2 + U^2\,T_d\,[(x_q - x_d'')\sin^2\theta_o +$$

$$+ (x_d - x_q)\,\frac{x_q''}{x_d}\cos^2\theta_o]\,p + (x_d - x_q)\,U^2 \cos 2\theta_o\,\} = 0. \qquad (9)$$

Анализ уравнения (9) показывает, что все коэффициенты выражения в фигурных скобках при изменении угла Θ_0 в пределах от 0° до ±45° положительны. При $\Theta_0 = \pm 45°$ свободный член (9) становится равным нулю, что характеризует границу области сползания. Определитель Гурвица рассматриваемого уравнения равен

$$\Delta_r' = H x_q^2 T_d U^2 (x_d - x_d'') \sin^2 \theta_0. \qquad (10)$$

В рассматриваемых пределах изменения угла Θ_0 $\Delta_r' > 0$. При $\Theta_0 = 0°$ определитель (10) равен нулю. Это значит, что роторная обмотка по продольной оси при работе СРМ вхолостую влияния на статическую устойчивость не оказывает.

Из вышеизложенного следует, что, пренебрегая активным сопротивлением в цепи обмотки статора, явление самораскачивания в СРМ обнаружить нельзя, так как последнее вызывается отрицательным асинхронным моментом, обусловленным активным сопротивлением.

Наличие на роторе СРМ короткозамкнутой обмотки расширяет область устойчивой работы. Нетрудно доказать, что при отсутствии обмоток на роторе устойчивая работа СРМ невозможна.

При определении границы области статической устойчивости удобнее пользоваться критерием Рауса из-за единообразия вычислений. Кроме того, применение этого критерия позволяет достаточно просто производить расчеты устойчивости на цифровых вычислительных машинах.

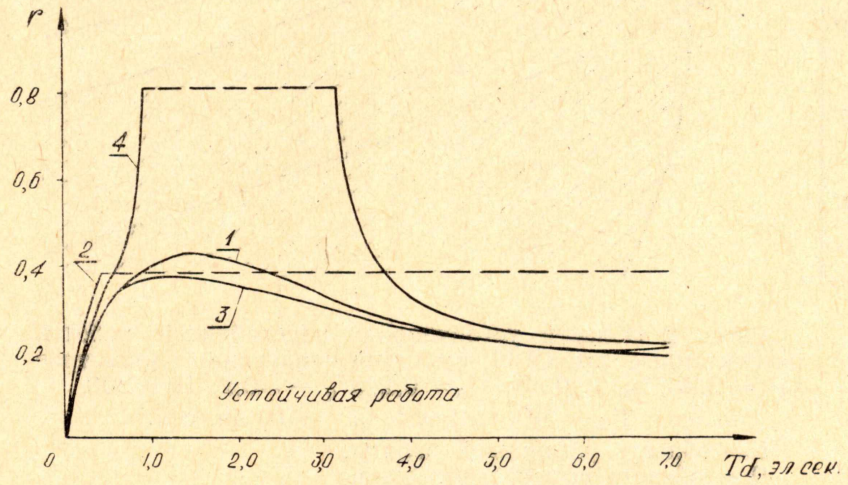

Рис. 1 Границы статической устойчивости СРМ при различных значениях величины нагрузки: $\Theta_0 = 0°$ (кривая 1); $\Theta_0 = +20°$ (кривая 2); $\Theta_0 = -20°$ (кривая 3); $\Theta_0 = +5°$ (кривая 4). Сплошные линии соответствуют границе между устойчивой работой и самораскачиванием, пунктирные — границе между устойчивой работой и сползанием.

На рис. 1 представлены кривые, определяющие границы устойчивости СРМ в зависимости от величины постоянной времени обмотки ротора по продольной цепи при различных значениях нагрузки. Расчет проведен на электронной цифровой вычислительной машине «Минск-1» для СРМ, имеющей следующие параметры: $x_d = 2{,}33$; $x_q = 0{,}45$; $x_d'' = 0{,}2$; $x_q'' = 0{,}2$ $H = 100$ эл. ск.; $T_d = {}^1/_4 T_q$. Из приведенных данных следует, что с увеличением T_d область устойчивой работы СРМ вначале резко увеличивается, а достигнув максимума — уменьшается. Последнее объясняется тем, что с увеличением T_d больше определенной величины положительный асинхронный момент, обусловленный роторной обмоткой, уменьшается. При бесконечно большом значении T_d

(что соответствует весьма малому значению активного сопротивления обмотки ротора) роторная обмотка не будет оказывать демпфирующего влияния на самораскачивание и устойчивая работа СРМ будет невозможной.

Области устойчивой и неустойчивой работы СРМ, построенные в плоскости параметров Θ_0 и r, приведены на рис. 2. Пунктирная кривая соответствует идеальному холостому ходу и является границей между двигательным и генераторным режимами работы СРМ.

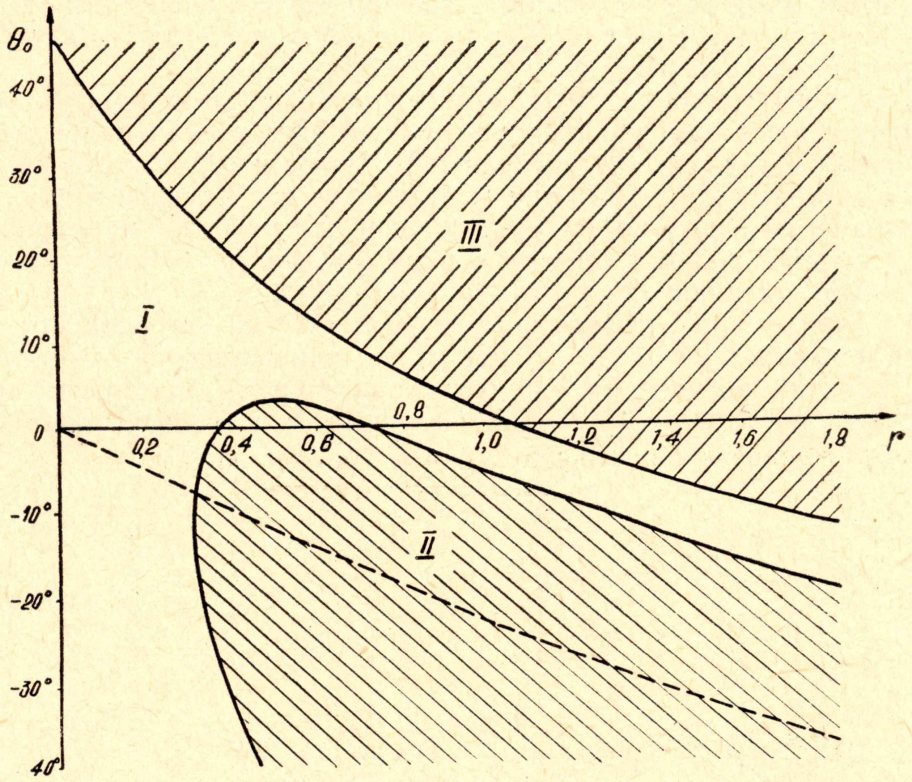

Рис. 2 Области устойчивой и неустойчивой работы, рассчитанные для СРМ, имеющей следующие параметры: $x_d = 2{,}33$; $x_q = 0{,}45$; $x''_d = 0{,}2$; $x''_q = 0{,}2$; $H = 200$ эл. сек: $T_d = 40$ эл. сек.; $T_q = 10$ эл. сек.

I — область устойчивой работы,
II — область самораскачивания,
III — область сползания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. В. Кононенко, А. Л. Кислицын, А. Ф. Финк. Исследование автоколебаний при работе от регуляторного генератора, Известия ТПИ, т. 132, 1965.
2. А. А. Горев. Переходные процессы синхронной машины, ГЭИ, 1950.
3. А. И. Важнов. Основы теории переходных процессов синхронной машины, ГЭИ, 1960.
4. В. А. Веников, Н. Д. Анисимова, А. И. Долгинов, Д. А. Федоров. Самовозбуждение и самораскачивание в электрических системах, Изд-во «Высшая школа», 1964.
5. А. А. Фельдбаум. Электрические системы автоматического регулирования, Оборонгиз, 1957.