

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЗАЗОРЕ ИНДУКЦИОННОЙ МАШИНЫ С РАЗОМКНУТЫМ МАГНИТОПРОВОДОМ

Ю. Б. ВОЛЫНСКИЙ

(Представлена научным семинаром ФТФ ТПИ)

Распределение магнитного поля в немагнитном зазоре плоской линейной индукционной машины (рис. 1) в общем случае зависит от ширины $2a$ и толщины b слоя расплавленного металла II с электропроводностью σ , движущегося со скоростью v в металлическом канале I с толщиной торцевых стенок $\frac{d-b}{2}$ и электропроводностью стенок $\sigma_{ст}$, от толщины $\frac{\Delta-d}{2}$ теплоизоляционного слоя III, от ширины

сердечника индуктора $2c$ и от линейной токовой нагрузки A на поверхности каждого индуктора.

Возможно и другое заполнение немагнитного зазора либо при выполнении канала из керамики ($\sigma_{ст} = 0$), либо при отсутствии слоя теплоизоляции ($\Delta = d$).

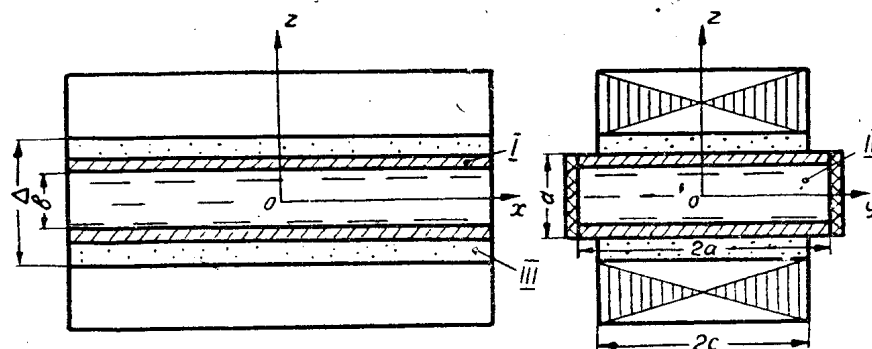


Рис. 1. Схема индукционной машины с разомкнутым магнитопроводом

В настоящее время имеется значительное количество работ, в которых рассматривается распределение магнитного поля в зазоре индукционной машины с разомкнутым магнитопроводом при тех или иных допущениях [1—8]. Одними из первых задачу о распределении поля в слое жидкого металла и в электропроводящих стенках канала решали И. А. Тютин и Э. К. Янкоп [1]. При этом они пред-

полагали, что индукторы и канал имеют бесконечную ширину, а на поверхности индукторов задана нормальная составляющая результирующей магнитной индукции, однако удобнее было предположить заданной линейную токовую нагрузку или эквивалентную линейную плотность тока на поверхностях индукторов [2].

В работах, выполненных Я. Я. Валдманисом, Я. Я. Лиелпетером и Ю. Я. Микельсоном [3], исследовались электромагнитные явления в проводящей полосе бесконечной ширины с учетом высших пространственных гармоник магнитного поля. Допущение о том, что индукторы имеют бесконечно большую ширину, упрощает изучение распределения поля в движущемся проводящем слое, так как при этом отпадает надобность в учете поперечного краевого эффекта, но такое допущение справедливо только для каналов с продольными короткозамыкающими шинами.

Обширные теоретические исследования, проведенные А. И. Вольдеком и Х. И. Янесом в предположении, что магнитное поле в зазоре плоскопараллельное, позволили разработать инженерную методику расчета индукционных машин с разомкнутым магнитопроводом [4—5], дающую хорошее совпадение расчетных и экспериментальных данных при относительно малых зазорах и при использовании жидких металлов с низкой электропроводностью.

Решения уравнений электромагнитного поля для однослойной индукционной машины с учетом вторичных поперечного и толщинного краевых эффектов дал Н. М. Охременко [6].

Наиболее полное решение трехмерной задачи о распределении электромагнитного поля в зазоре приводится Н. М. Охременко в работах [7—8]. В этих работах найдены комплексные амплитуды результирующего магнитного поля в слое жидкого металла, в стенках канала и в теплоизоляционном слое, а также значение электромагнитного напора, развиваемого в канале. Все результаты получены в предположении, что ширина канала равна ширине индуктора.

Случай большей ширины канала по сравнению с шириной индуктора представляет несомненный интерес, поэтому ниже будет рассмотрена задача об электромагнитных явлениях в таком канале с электропроводящими стенками, при допущении, что теплоизолирующий слой отсутствует. Влияние непроводящего теплоизоляционного слоя может быть учтено, если электрическую проводимость стенок канала заменить эквивалентной проводимостью, учитывающей толщину теплоизоляционного слоя.

Задачу будем решать при следующих упрощающих предположениях: а) индукционная машина является бесконечно длинной; б) ширина канала $2a$ больше ширины индуктора $2c$; в) магнитная проницаемость стали индукторов бесконечно велика; г) поверхности стенок канала, перпендикулярные ou , являются изоляторами; д) жидкий металл движется подобно твердому телу со скоростью $v = v_x$; е) обмотки индукторов создают только основную гармонику намагничивающей силы, а линейная токовая нагрузка на поверхности индукторов изменяется по закону $A = A_m e^{j(\omega t - \alpha x)}$, где $\alpha = \frac{\pi}{\tau}$ (τ — полюсное деление). Амплитудное значение линейной токовой нагрузки на поверхности индуктора шириной $2c$ может быть представлено в виде ряда Фурье с периодом $2a$.

Решение поставленной задачи сводится к отысканию векторов магнитной индукции $\vec{B} = \vec{B}_m e^{j(\omega t - \alpha x)}$ и векторов плотности тока

$I = I_m e^{j(\omega t - \alpha x)}$, характеризующих результирующее электромагнитное поле в области жидкого металла и в стенках канала, и установлению выражений для потерь мощности.

Для медленно движущихся проводящих сред систему уравнений Максвелла можно свести к следующим неоднородным уравнениям:

$$\nabla^2 \dot{B}_I = j \mu_0 \sigma_{cm} \omega \dot{B}_I, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \dot{J}_I = j \mu_0 \sigma_{cm} \omega \dot{J}_I, \quad (2)$$

$$\nabla^2 \dot{B}_{II} = j \mu_0 \sigma \omega s \dot{B}_{II}, \quad (3)$$

$$\nabla^2 \dot{J}_{II} = j \mu_0 \sigma \omega s \dot{J}_{II}. \quad (4)$$

Индексом I обозначены величины, относящиеся к стенкам канала, а индексом II — к слою жидкого металла.

Совместное решение уравнений (1—4) позволило получить выражения для амплитудных значений составляющих B и J

$$\dot{B}_{mIx} = A \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\dot{D}_v \operatorname{sh} \gamma_v z + \dot{E}_v \operatorname{ch} \gamma_v z}{\dot{c}_v} \cos \beta_v y, \quad (5)$$

$$\dot{B}_{mIy} = -j \frac{A}{\alpha} \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\dot{D}_v \operatorname{sh} \gamma_v z + \dot{E}_v \operatorname{ch} \gamma_v z}{\dot{c}_v} \sin \beta_v y, \quad (6)$$

$$\dot{B}_{mIz} = j \frac{A}{\alpha} \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\dot{D}_v \operatorname{ch} \gamma_v z + \dot{E}_v \operatorname{sh} \gamma_v z}{\dot{c}_v} \cos \beta_v y. \quad (7)$$

$$\dot{B}_{mIIx} = A \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\dot{\delta}_v}{\dot{c}_v} \operatorname{sh} \delta_v z \cos \beta_v y, \quad (8)$$

$$\dot{B}_{mIIy} = -j \frac{A}{\alpha} \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\dot{\delta}_v \beta_v}{\dot{c}_v} \operatorname{sh} \delta_v z \sin \beta_v y, \quad (9)$$

$$\dot{B}_{mIIz} = j \frac{A}{\alpha} \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{(\alpha^2 + \beta_v^2)}{\dot{c}_v} \operatorname{ch} \delta_v z \cos \beta_v y, \quad (10)$$

$$\dot{J}_{mIx} = -\frac{\sigma_{cm} \omega}{\alpha} A \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\beta_v \dot{D}_v \operatorname{ch} \gamma_v z + \dot{E}_v \operatorname{sh} \gamma_v z}{\dot{\gamma}_v \dot{c}_v} \sin \beta_v y, \quad (11)$$

$$\dot{J}_{mIy} = j \sigma_{cm} \omega A \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\dot{D}_v \operatorname{ch} \gamma_v z + \dot{E}_v \operatorname{sh} \gamma_v z}{\dot{\gamma}_v \dot{c}_v} \cos \beta_v y, \quad (12)$$

$$\dot{J}_{mIIx} = -\frac{\sigma \omega s A}{\alpha} \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{\beta_v}{\dot{c}_v} \operatorname{ch} \delta_v z \sin \beta_v y, \quad (13)$$

$$\dot{J}_{mIIy} = j \sigma \omega s A \sum_{v=0}^{\infty} B_v \frac{1}{\dot{c}_v} \operatorname{ch} \delta_v z \cos \beta_v y, \quad (14)$$

$$\dot{J}_{mIz} = \dot{J}_{mIIz} = 0,$$

где $A = \frac{4}{\pi} \mu_0 A_m$, $\beta_v = \frac{2v+1}{2a} \pi$, $B_v = \frac{\sin \beta_v c}{(2v+1)}$,

$$\dot{\gamma}_v^2 = \alpha^2 + \beta_v^2 + j \mu_0 \sigma_{\text{ст}} \omega, \quad \dot{\delta}_v^2 = \alpha^2 + \beta_v^2 + j \mu_0 \sigma \omega s, \quad (15)$$

$$\dot{c}_v = \dot{\gamma}_v \operatorname{ch} \dot{\delta}_v \frac{b}{2} \operatorname{sh} \dot{\gamma}_v \frac{(d-b)}{2} + \dot{\delta}_v \operatorname{sh} \dot{\delta}_v \frac{b}{2} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_v \frac{(d-b)}{2}, \quad (16)$$

$$\dot{D}_v = \dot{\gamma}_v \operatorname{ch} \dot{\gamma}_v \frac{b}{2} \operatorname{ch} \dot{\delta}_v \frac{b}{2} - \dot{\delta}_v \operatorname{sh} \dot{\gamma}_v \frac{b}{2} \operatorname{sh} \dot{\delta}_v \frac{b}{2}, \quad (17)$$

$$\dot{E}_v = \dot{\delta}_v \operatorname{sh} \dot{\delta}_v \frac{b}{2} \operatorname{ch} \dot{\gamma}_v \frac{b}{2} - \dot{\gamma}_v \operatorname{sh} \dot{\gamma}_v \frac{b}{2} \operatorname{ch} \dot{\delta}_v \frac{b}{2}. \quad (18)$$

Мощности, передаваемые слою расплавленного металла и стенкам канала, были найдены при помощи теоремы Умова—Пойтинга:

$$P_{\text{II}} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{\mu_0 \alpha^2} \omega l a \sum_{v=0}^{\infty} (\alpha^2 + \beta_v^2) \cdot B_v^2 \cdot \frac{\psi_v \operatorname{sh} \varphi_v b + \varphi_v \sin \psi_v b}{|\dot{C}_v|^2}. \quad (19)$$

$$Q_{\text{II}} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{\mu_0 \alpha^2} \omega l a \sum_{v=0}^{\infty} (\alpha^2 + \beta_v^2) B_v^2 \cdot \frac{\varphi_v \operatorname{sh} \varphi_v b + \psi_v \sin \psi_v b}{|\dot{C}_v|^2}. \quad (20)$$

$$P_{\text{I}} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{\mu_0 \alpha^2} \omega l a \sum_{v=0}^{\infty} \cdot \frac{(\alpha^2 + \beta_v^2) \cdot B_v^2}{(\xi_v^2 + \eta_v^2) \cdot |\dot{C}_v|^2} \times \\ \times \{ \eta_v [(|\dot{D}_v|^2 + |\dot{E}_v|^2) \cdot (\operatorname{sh} \xi_v d - \operatorname{sh} \xi_v b) \cdot + (\dot{D}_v \dot{E}_v^* + \dot{E}_v \dot{D}_v^*) \cdot (\operatorname{ch} \xi_v d - \operatorname{ch} \xi_v b) \cdot] + \\ + \xi_v [(|\dot{D}_v|^2 - |\dot{E}_v|^2) \cdot (\sin \eta_v d - \sin \eta_v b) + j (\dot{D}_v \dot{E}_v^* - \dot{E}_v \dot{D}_v^*) \cdot \\ \cdot (\cos \eta_v d - \cos \eta_v b)] \} \quad (21)$$

$$Q_{\text{I}} = \frac{1}{2} \frac{A^2}{\mu_0 \alpha^2} \omega l a \sum_{v=0}^{\infty} \cdot \frac{(\alpha^2 + \beta_v^2) \cdot B_v^2}{(\xi_v^2 + \eta_v^2) \cdot |\dot{C}_v|^2} \times \\ \times \{ \xi_v [(|\dot{D}_v|^2 - |\dot{E}_v|^2) \cdot (\operatorname{sh} \xi_v d - \operatorname{sh} \xi_v b) \cdot + (\dot{D}_v \dot{E}_v^* + \dot{E}_v \dot{D}_v^*) \cdot (\operatorname{ch} \xi_v d - \operatorname{ch} \xi_v b)] - \\ - \eta_v [(|\dot{D}_v|^2 + |\dot{E}_v|^2) \cdot (\sin \eta_v d - \sin \eta_v b) \cdot + j (\dot{D}_v \dot{E}_v^* - \dot{E}_v \dot{D}_v^*) \times \\ \times (\cos \eta_v d - \cos \eta_v b)] \}. \quad (22)$$

Здесь

$$\dot{\delta}_v = \varphi_v + j \psi_v, \quad \dot{\gamma}_v = \xi_v + j \eta_v$$

$$|\dot{C}_v|^2 = \frac{1}{4} \{ (\xi_v^2 + \eta_v^2) \cdot (\operatorname{ch} \varphi_v b + \cos \psi_v b) [\operatorname{ch} \xi_v (d-b) - \cos \eta_v (d-b)] + \\ + (\varphi_v^2 + \psi_v^2) \cdot (\operatorname{ch} \varphi_v b - \cos \psi_v b) \cdot [\operatorname{ch} \xi_v (d-b) + \cos \eta_v (d-b)] + \\ + 2 (\varphi_v \xi_v + \eta_v \psi_v) \cdot [\operatorname{sh} \varphi_v b \operatorname{sh} \xi_v (d-b) + \sin \psi_v b \sin \eta_v (d-b)] + \\ + 2 (\xi_v \psi_v - \eta_v \varphi_v) \cdot [\sin \psi_v b \operatorname{sh} \xi_v (d-b) - \operatorname{sh} \varphi_v b \sin \eta_v (d-b)] \}, \quad (23)$$

$$|\dot{D}_v|^2 + |\dot{E}_v|^2 = \frac{1}{2} \{ \operatorname{ch} \xi_v b [(\varphi_v^2 + \psi_v^2) \cdot (\operatorname{ch} \varphi_v b - \cos \psi_v b) \cdot + \\ + (\xi_v^2 + \eta_v^2) (\operatorname{ch} \varphi_v b + \cos \psi_v b)] - 2 \operatorname{sh} \xi_v b [(\xi_v \varphi_v + \eta_v \psi_v) \times \\ \times \operatorname{sh} \varphi_v b + (\eta_v \varphi_v - \xi_v \psi_v) \cdot \sin \psi_v b] \} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} |\dot{D}_v|^2 - |\dot{E}_v|^2 = \frac{1}{2} \{ \cos \eta_v b [(\xi_v^2 + \eta_v^2) (\operatorname{ch} \varphi_v b + \cos \psi_v b) - (\varphi_v^2 + \psi_v^2) \times \\ \times (\operatorname{ch} \varphi_v b - \cos \psi_v b)] - 2 \sin \eta_v b [(\eta_v \varphi_v - \xi_v \psi_v) \cdot \operatorname{sh} \varphi_v b - (\xi_v \varphi_v + \eta_v \psi_v) \cdot \sin \psi_v b] \}, \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{D}_v \dot{E}_v^* + \dot{D}_v^* \dot{E}_v = \frac{1}{2} \{ 2 \operatorname{ch} \xi_v b [(\xi_v \varphi_v + \eta_v \psi_v) \operatorname{sh} \varphi_v b + (\eta_v \varphi_v - \xi_v \psi_v) \cdot \sin \psi_v b] - \\ - \operatorname{sh} \xi_v b [(\xi_v^2 + \eta_v^2) \cdot (\operatorname{ch} \varphi_v b + \cos \psi_v b) + (\varphi_v^2 + \psi_v^2) \cdot (\operatorname{ch} \varphi_v b - \cos \psi_v b)] \} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \dot{D}_v \dot{E}_v^* - \dot{D}_v^* \dot{E}_v = \frac{j}{2} \{ \sin \eta_v b [(\varphi_v^2 + \psi_v^2) (\cos \psi_v b - \operatorname{ch} \varphi_v b) + (\xi_v^2 + \eta_v^2) \times \\ \times (\operatorname{ch} \varphi_v b + \cos \psi_v b)] + 2 \cos \eta_v b [\operatorname{sh} \varphi_v b (\eta_v \varphi_v - \xi_v \psi_v) - \\ - \sin \psi_v b (\eta_v \psi_v + \xi_v \varphi_v)] \} \end{aligned} \quad (27)$$

Полученные соотношения (19—22) могут быть использованы при составлении уточненной схемы замещения индукционной машины с разомкнутым магнитопроводом.

ЛИТЕРАТУРА

1. И. А. Тютин, Э. К. Янкоп. Электромагнитные процессы в индукционных насосах для жидких металлов. Прикладная магнитогидродинамика, Труды института физики АН Латв. ССР, вып. VIII, 1956.
2. Я. Я. Лиелпетер, Р. А. Петрович. К теории плоских индукционных насосов. Известия АН Латв. ССР, серия физ. и техн. наук, 1964, № 1.
3. Я. Я. Валдманис, Я. Я. Лиелпетер, Ю. Я. Микельсон. Влияние высших пространственных гармоник поля на электродинамические силы и джоулевы потери в проводящей полосе, движущейся в бегущем магнитном поле. Известия АН Латв. ССР, серия физ. и техн. наук, 1965, № 6.
4. А. И. Вольдек. Токи и усилия в слое жидкого металла плоских индукционных насосов. ИВУЗ, «Электромеханика», 1959, № 1.
5. А. И. Вольдек, Х. И. Янес. Поперечный краевой эффект в плоском индукционном насосе с электропроводящим каналом. Тр. Таллинского политехн. института, серия А, 1962, № 197.
6. Н. М. Охременко. Электромагнитные явления в плоских индукционных насосах. «Электричество», 1960, № 3.
7. Н. М. Охременко. Исследование пространственного распределения магнитных полей и электромагнитных явлений в индукционных насосах. «Магнитная гидродинамика», 1965, № 1.
8. Н. М. Охременко. Поперечный краевой эффект в плоских линейных индукционных насосах. «Магнитная гидродинамика», 1965, № 3.