

**ИЗВЕСТИЯ**  
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 162

1967

**АНАЛИЗ ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ  
ИДЕНТИФИЦИРОВАННЫХ МНОЖИТЕЛЬНО-  
ДЕЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ**

В. П. ШЕРСТОБИТОВ

(Представлена кафедрой математических и счетно-решающих приборов и устройств)

Развитие вычислительной техники в наше время сопровождается разработкой методов и средств, обеспечивающих использование элементов и узлов с некоторым разбросом параметров без существенного снижения точности выполняемых математических операций. Указанному направлению развития отвечает рассматриваемый в данной работе способ построения аналоговых множительно-делительных устройств (МДУ) с искусственной идентификацией каналов. Известно [1—4], что принципиально простыми и точными являются МДУ с переменными передаточными коэффициентами (компенсационные МДУ), однако применение их на практике ограничивается несовершенством существующих управляемых элементов.

В приведенных работах, а также в [5] даются два способа построения МДУ с переменными передаточными коэффициентами.

Первый способ. Применение двух каналов с идентичными характеристиками управляющей цепи (имеется в виду зависимость коэффициентов передачи каналов от управляющего напряжения или другой физической величины). В данном случае один канал используется для установки коэффициентов передачи обоих каналов с помощью следящей системы, воздействующей на общий управляющий вход. Очевидно, способ требует тщательной подгонки и подбора элементов, осуществляющих изменение коэффициентов передачи, что является его недостатком.

Второй способ. Применение одного канала с разделением двух и более входных переменных посредством любого вида модуляции. В данном случае для качественных МДУ необходимы сложные компенсационные модуляторы. Конечно, возможно построение схемы перемножения [5] без модулятора, если применить высокочастотный опорный генератор. При этом необходима жесткая стабилизация амплитуды генератора, так как ее величина непосредственно включается в основное операционное соотношение. Приведенные обстоятельства являются недостатком второго способа построения МДУ.

В настоящей работе рассматривается новый (третий) способ построения МДУ. Сущность способа заключается в том, что используются два управляемых канала, на которые вместе с аналоговыми переменными подаются высокочастотные вспомогательные напряжения, предназначенные для формирования сигнала рассогласования коэффициентов

передачи каналов. В данном случае предусматриваются две следящие системы, одна из которых устанавливает коэффициент передачи одного канала обычным способом, а другая осуществляет подстройку коэффициента передачи второго канала под коэффициент передачи первого, используя разностный высокочастотный сигнал.

Назовем МДУ, построенное по рассматриваемому способу, идентифицированным, так как способ реализует искусственную идентификацию каналов. Блок-схема идентифицированного МДУ показана на рис. 1, где

$K_1, K_2$  — управляемые каналы,  
 $U_x, U_y, U_z$  — аналоговые переменные (напряжения),  
 $U_f$  — амплитуда высокочастотного синусоидального напряжения,

$\Phi_1, \Phi_2$  — фильтры, разделяющие низкочастотные напряжения  $e_{1H}$  и  $e_{2H}$  от высокочастотных напряжений  $e_{1B}$  и  $e_{2B}$  с выходов управляемых каналов  $K_1$  и  $K_2$  соответственно;  
 $Y_1, YM$  — усилители постоянного тока;  
 $Y_2$  — усилитель переменного тока;  
 $\Phi D$  — фазовый детектор.

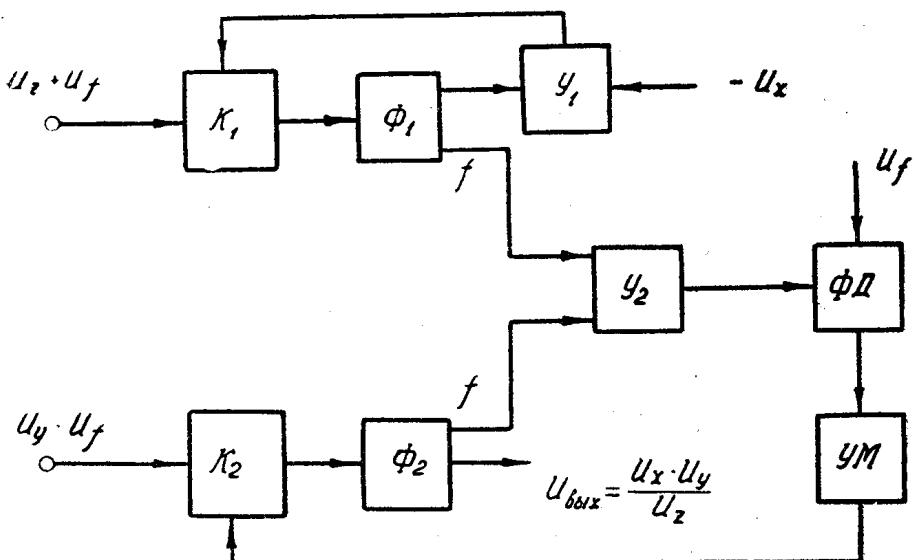


Рис. 1. Блок-схема идентифицированного МДУ

Низкочастотная составляющая  $e_{1H} = K_1 U_z$  сравнивается с переменной  $U_x$  с помощью следящего усилителя  $Y_1$ , устанавливающего необходимый коэффициент передачи первого канала:

$$K_1 = \frac{U_x}{U_z}. \quad (1)$$

Вторая следящая система ( $Y_2, \Phi D, YM$ ) обеспечивает подстройку коэффициента передачи  $K_2$  под значение  $K_1$ . Следует заметить, что в приведенной схеме вспомогательные напряжения подаются на блоки  $K_1$  и  $K_2$  с противоположными фазами, что позволяет получить разностный сигнал простым суммированием высокочастотных выходных напряжений  $e_{1B}$  и  $e_{2B}$ . Таким образом, при точной подстройке напряжение  $e_{2H}$  определяется:

$$e_{2H} = U_{\text{вых}} = \frac{U_x \cdot U_y}{U_z}. \quad (2)$$

Ставится задача провести анализ точности, с которой выполняется операция 2. Можно считать, что методическая погрешность равна нулю для всех способов построения МДУ с переменными передаточными коэффициентами. Пусть трансформированная погрешность, обусловленная неточностью задания переменных  $U_x$ ,  $U_y$ ,  $U_z$ , также равна нулю, так как ее можно всегда учесть при измерении.

Тогда задача сводится к анализу статических инструментальных ошибок МДУ. (Динамические ошибки в данной работе не рассматриваются). Можно считать, что источники ошибок при малых отклонениях параметров элементов являются независимыми, что позволяет находить погрешности операции 2 по каждому источнику отдельно, а общую ошибку определить, как сумму составляющих погрешностей. Так как трансформированные ошибки приняты равными нулю, то относительную погрешность операции можно определить через коэффициенты передачи.

$$\delta = \frac{K_2 - K_{2H}}{K_{2H}}, \quad (3)$$

где  $K_{2H} = K_{1H} = \frac{U_x}{U_z}$  — точное значение коэффициента передачи любого канала.

Согласно вышесказанному рассмотрим составляющие погрешности.

### 1. Конечность значений коэффициентов усиления следящих систем

Обозначим коэффициенты усиления усилителей  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $YM$  соответственно через  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ . Пусть функции, обратные характеристикам управляющих цепей, имеют вид:

$$U_1 = K_1 \sum_{i=1}^n a_i (K_1)^{i-1}, \quad (4)$$

$$U_2 = K_2 \sum_{i=1}^n b_i (K_2)^{i-1}. \quad (5)$$

Выражения (4) и (5) являются достаточно общими для многих систем с управляемыми коэффициентами. В дальнейшем везде считаем, что коэффициенты передачи каналов не зависят от входных переменных, кроме управляющих  $U_1$  и  $U_2$ .

Управляющие напряжения  $U_1$  и  $U_2$  находятся согласно блок-схеме (рис. 1):

$$U_1 = A_1 (K_1 U_2 - U_x), \quad (6)$$

$$U_2 = A_2 \cdot A_3 U_f (K_1 - K_2) = A U_f (K_1 - K_2). \quad (7)$$

Сопоставляя выражения (4) и (5) с (6) и (7), получим систему двух уравнений с двумя неизвестными:

$$\left. \begin{aligned} A_1 (K_1 U_2 - U_x) &= K_1 \sum_{i=1}^n a_i (K_1)^{i-1}, \\ A U_f (K_1 - K_2) &= K_2 \sum_{i=1}^n b_i (K_2)^{i-1}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Для монотонных зависимостей (4) и (5) ряд является убывающим, поэтому  $a_i$  и  $b_i$  непрерывно уменьшаются с ростом индекса  $i$ . Это позволяет упростить систему уравнений (8), подставив под знаки сумм приближенные решения  $K_1$  и  $K_2$  при бесконечно больших коэффициентах  $A_1$  и  $A_2 = A_2 \cdot A_3$ , которые совпадают с выражением (1).

$$\left. \begin{aligned} A_1(K_1 U_z - U_x) &= K_1 \sum_{i=1}^n a_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1} \\ AU_f(K_1 - K_2) &= K_2 \sum_{i=1}^n b_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Правомочность принятого упрощения справедлива для многих реальных каналов. В противном случае можно удержать некоторое количество первых членов и решать более сложные уравнения высших порядков. Для системы (9) будут следующие решения:

$$K_1 = \frac{U_x}{U_z} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{A_1 U_z} \sum_{i=1}^n a_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1}}, \quad (10)$$

$$K_2 = K_1 \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{A \cdot U_f} \sum_{i=1}^n b_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1}}. \quad (11)$$

Подставляя выражения (1), (10), (11) в (3) и пренебрегая величинами малого порядка, получим погрешность, обусловленную конечностью коэффициентов усиления усилителей

$$\delta_1 \approx \frac{1}{A_1 U_z} \sum_{i=1}^n a_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1} - \frac{1}{A \cdot U_f} \sum_{i=1}^n b_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1}. \quad (12)$$

Из формулы (12) видно, что погрешность операции тем меньше, чем больше коэффициенты  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  и напряжения  $U_z$  и  $U_f$ . Наибольшая ошибка будет при делении, когда  $U_z = U_{z \text{ мин}}$ .

## 2. Нестабильность амплитуды вспомогательного напряжения

Продифференцируем значение  $K_2$  (11) по  $U_f$ , перейдем к приращениям и разделим обе части полученного выражения на  $K_2$ . Если пренебречь величинами малого порядка, то можно получить следующее значение погрешности, обусловленное нестабильностью амплитуды вспомогательного напряжения:

$$\delta_2 = \frac{\Delta K_2}{K_2} = \frac{\Delta U_f}{U_f} \cdot \frac{1}{A \cdot U_f} \sum_{i=1}^n b_i \left( \frac{U_x}{U_z} \right)^{i-1}. \quad (13)$$

Формула (13) показывает, что не требуется высокостабильный источник синусоидального напряжения, так как ошибка может быть уменьшена путем увеличения коэффициента  $A = A_2 \cdot A_3$ .

## 3. Неидентичность характеристик управляющих цепей

Погрешность за счет неидентичности характеристик управляющих цепей каналов учитывается формулой (12) и может быть существенно

уменьшена с помощью увеличения коэффициентов усиления следующих систем.

#### 4. Инерционность каналов для вспомогательных сигналов

Так как реальные каналы МДУ являются инерционными, вспомогательные сигналы, проходящие через них, получают фазовые сдвиги и изменяются по модулю. Это вызывает необходимость учета частотных свойств каналов не только в динамическом режиме, но и в статическом. Для удобства анализа введен для каждого канала комплексный коэффициент передачи

$$\dot{K}_1 = K_1 \cdot B_1 \cdot e^{j\Delta\varphi_1}, \quad (14)$$

$$\dot{K}_2 = K_2 \cdot B_2 \cdot e^{j\Delta\varphi_2}, \quad (15)$$

$B_1$  и  $B_2$  — коэффициенты, учитывающие изменение коэффициентов передачи на частоте вспомогательного генератора;

$\Delta\varphi_1$ ,  $\Delta\varphi_2$  — фазовые сдвиги вспомогательных сигналов.

Напряжение на выходе усилителя УМ определяется:

$$U_2 = A_3 [V |U_f + A_2 U_f (K_1 \cdot B_1 \cos \Delta\varphi_1 - K_2 \cdot B_2 \cos \Delta\varphi_2)|^2 + \\ + A_2^2 (K_1 B_1 \sin \Delta\varphi_1 - K_2 B_2 \sin \Delta\varphi_2)^2 - \\ - V |U_f - A_2 U_f (K_1 \cdot B_1 \cos \Delta\varphi_1 - K_2 \cdot B_2 \cos \Delta\varphi_2)|^2 + \\ + V A_2^2 (K_1 B_1 \sin \Delta\varphi_1 - K_2 B_2 \sin \Delta\varphi_2)^2]. \quad (16)$$

Подставляя выражение (16) в (5) и учитывая, что  $A_3 \gg 1$ , можно получить решение в виде:

$$K_2 = K_1 \frac{B_1 \cos \Delta\varphi_1}{B_2 \cos \Delta\varphi_2}. \quad (17)$$

Формула (17) удобна для пользования, если  $B_2$  и  $\Delta\varphi_2$  не зависят от  $K_2$ , а  $B_1$  и  $\Delta\varphi_1$  от  $K_1$ . Относительная погрешность, обусловленная инерционностью каналов, имеет вид:

$$\delta_3 = \frac{B_1 \cos \Delta\varphi_1 - B_2 \cos \Delta\varphi_2}{B_2 \cos \Delta\varphi_2}. \quad (18)$$

Формула (18) показывает, что необходимо учитывать разбаланс по фазе и амплитуде для вспомогательных сигналов. В погрешность  $\delta_3$  включается ошибка, обусловленная несимметричностью каналов для вспомогательных сигналов.

#### 5. Нестабильность фазового детектора

Здесь имеется смысл учесть только дрейф нуля фазового детектора ФД, обусловленный температурным влиянием на характеристики диодов. Изменение коэффициентов передачи плеч детектора можно учесть в (18).

Таким образом, управляющее напряжение второго канала имеет вид:

$$U_2 = [A_2 U_f (K_1 - K_2) + U_D] \cdot A_3. \quad (19)$$

Подставляя [19] в [5], делая такие же допущения, как и при решении системы уравнений (8), получим выражение для  $K_2$  от ко-

торого легко перейти к погрешности  $\delta_4$ , обусловленной дрейфом нуля детектора:

$$\delta_4 = \frac{1}{A_2} \frac{U_D}{U_f} \cdot \frac{U_z}{U_x}. \quad (20)$$

Формула (20) показывает, что дрейф нуля детектора учитывается аналогично дрейфу нуля в операционном усилителе. Отсюда вытекает важный вывод, что с целью использования менее стабильного фазового детектора его необходимо включать после усилителя, так как существенно уменьшается влияние дрейфа нуля детектора. Формула (20) может включать погрешность за счет дрейфа нуля усилителя УМ, если вместо  $U_D$  подставить  $U_D + \frac{U_{dp,3}}{A_3}$ , где  $U_{dp,3}$  — напряжение дрейфа названного усилителя. Приведенный простой анализ позволяет сформулировать следующее.

Идентифицированные МДУ позволяют применять:

а) каналы с неидентичными характеристиками управляющих цепей;

б) генераторы с невысокой стабильностью амплитуды и частоты.

Это возможно потому, что влияние отмеченных факторов может быть значительно уменьшено путем повышения коэффициентов усиления следящих систем.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б. Я. Коган. Электронные моделирующие устройства и их применение для исследования систем автоматического регулирования. Физматгиз, 1963.
2. В. Б. Смолов, А. Н. Лебедев и др. Вычислительные машины непрерывного действия. Высшая школа, 1964.
3. А. А. Маслов. Обзор и классификация множительных устройств. Автоматика и телемеханика, т. XXI, № 10, 1960.
4. И. В. Латенко. Аналоговые множительные устройства. Гостехиздат. УССР, 1963.
5. С. Ньюдо. Принцип действия и основные характеристики широкополосного умножителя с переменными передаточными коэффициентами, перевод № 39 624/4 с японского яз., ж. «Дэнки гаккай дзасси», т. 83, № 3, 1963.