ИЗВЕСТИЯ
ТОМСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА имени С. М. КИРОВА

Том 162 1967

О ВЫБОРЕ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРАКТА ИЗМЕРЕНИЯ ФЛУКТУАЦИЙ НЕЙТРОННОГО ПОТОКА С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ ИНФОРМАЦИИ О ФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРАХ РЕАКТОРА ИРТ-2000

Е. М. БЕЛОВ, А. К. МАРТЫНИЧЕВ

(Представлена научным семинаром физико-технического факультета)

В последнее время большое внимание уделяется статистическим методам измерения динамических характеристик объектов, в частности, получению информации о реакторе методом анализа флуктуаций нейтронного потока. Так как ядерный реактор является статистической системой, то плотности нейтронов свойственны флуктуации. Эти флуктуации или «шумы» реактора сами по себе не представляют интереса, однако, так как статистические свойства шумов реактора сильно зависят от важных параметров реактора, изучение шумов дает в ряде случаев возможность определения этих параметров более легким способом.

В настоящее время существует ряд математических моделей для описания процесса возникновения и преобразования нейтронного шума.

В данной работе используется для описания шумов теория [1, 2, 3], согласно которой шумы реактора рассматриваются как результат прохождения случайного процесса типа «белого шума» через линейную систему, описываемую общеизвестными дифференциальными уравнениями кинетики реактора:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dn}{dt} &= \frac{\delta\kappa-\beta}{l^*}n+\lambda c+s \\ \frac{dc}{dt} &= \frac{\beta}{l^*}n-\lambda c \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

В качестве первичного источника нейтронного шума реактора принимается эквивалентный источник, спектральная плотность мощности которого $G_s(\omega)$ не зависит от частоты и является постоянной [1].

$$G_s(\omega)=K_s^2.$$

Спектральная плотность мощности нейтронных флуктуаций повторяет с точностью до постоянного множителя форму квадрата модуля частотной характеристики $T(j\omega)$, характеризующей связь нейтронного потока n с интенсивностью источника s согласно уравнению (1).

Из уравнения (1) найдем частотную характеристику:

$$T(j\omega)=\frac{b_0}{a_0p^2+a_1p+1},$$

где $p = j\omega$ и

$$b_0 = -\frac{l^*}{\delta\kappa}$$

$$a_0 = -\frac{l^*}{\delta\kappa\cdot\lambda}$$

$$a_1 = -\frac{\beta + \lambda l^* - \delta\kappa}{\delta\kappa\lambda}. \tag{3}$$

В случае подкритичного режима реактивность $\delta\kappa$ является отрицательной величиной и все коэффициенты уравнения (2) являются положительными. Спектральная плотность нейтронных флуктуаций определится выражением:

$$G_{\text{п}}(\omega) = |T(j\omega)|^2 \cdot \kappa_s^2$$

или

$$G_{\text{п}}(\omega) = \frac{b_0^2 \kappa_s^2}{a_0^2 \omega^4 + (a_1^2 - 2a_0)\omega^2 + 1}. \tag{4}$$

Чтобы измерить статистические свойства шумов, необходимо осуществить процесс измерения флуктуаций нейтронного потока посредством детектора, каким является, например, ионизационная камера, которая поглощает часть нейтронов и дает электрический сигнал. Однако процесс измерения потока ионизационной камерой также является случайным процессом, причем, чем меньше эффективность камеры, тем больше показания ионизационный камеры не соответствуют действительным значениям флуктуации потока.

Если камеру поместить в зону постоянного потока, то вследствие статистического характера регистраций на выходе камеры будет появляться сигнал, состоящий из постоянной составляющей и флуктуации, спектральная плотность мощности которых не будет зависеть от частоты, т. е. флуктуация будет иметь характер „белого“ шума.

Если обозначить спектральную плотность шумов, создаваемых камерой, через

$$G_a(\omega) = m^2, \tag{5}$$

то модель измерения нейтронного шума может быть представлена схемой, рис. 1, где $K(j\omega)$ — частотная характеристика измерительного тракта, включая постоянную времени камеры.

При использовании метода анализа шумов необходимо измерить нейтронные флуктуации, имеющие спектральную плотность мощности $G_{\text{п}}(\omega)$, в условиях ограниченной эффективности камеры.

Таким образом, можно рассматривать случайный процесс $n(t)$, имеющий спектральную плотность $G_n(\omega)$, в качестве полезного сигнала, а неполноту воспроизведения этого процесса камерой, вследствие ее ограниченной эффективности, характеризовать в виде помехи $a(t)$, имеющей спектральную плотность мощности $G_a(\omega)$. Тогда задача отыскания частотной характеристики $K(j\omega)$, оптимальной в смысле получения минимума среднего квадратического отклонения выходного сигнала от полезного сигнала, представляет собой винеровскую задачу оптимальной фильтрации.

Для отыскания частотной характеристики используем метод Боде и Шеннона [4], согласно которому необходимо найти частотную характеристику так называемого формирующего фильтра $Y_1(j\omega)$, удовлетворяющую уравнению:

$$|Y_1(j\omega)|^2 = G_\Sigma(\omega) = G_n(\omega) + G_a(\omega), \tag{6}$$

где $G_\Sigma(\omega)$ — спектральная плотность мощности суммарного сигнала $n(t)+a(t)$, поскольку процесс детектирования статистически независим от процесса образования нейтронного шума, то соответствующие взаимные спектральные плотности равны нулю и в сумме не участвуют.

Известно [5], что модуль частотной характеристики однозначно определяет всю частотную характеристику только в случае так называемых минимально-фазовых систем, когда частотная характери-

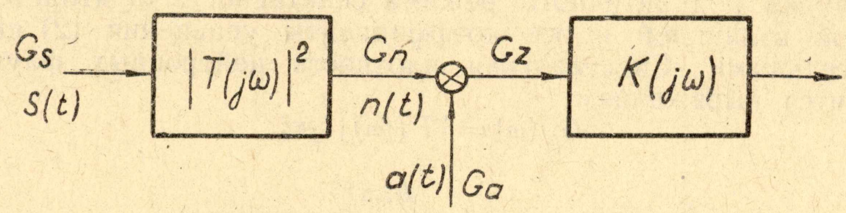

Рис. 1.

стика не имеет корней и полюсов в нижней полуплоскости комплексного переменного. Необходимо также для существования физически осуществимого формирующего фильтра, чтобы дробно-рациональная функция $G_\Sigma(\omega)$ не имела действительных полюсов.

Согласно соотношениям (4), (5) и (6) для $G_n(\omega)$, $G_a(\omega)$ и $G_\Sigma(\omega)$ получим

$$G_\Sigma(\omega)=\frac{a_0^2\,m^2\,\omega^4+m^2(a_1^2-2a_0)\,\omega^2+m^2+\kappa^2}{a_0^2\,\omega^4+(a_1^2-2a_0)\,\omega^2+1}, \qquad (7)$$

где $\kappa^2=b_0^2\,\kappa_s^2$.

Нули функции $G_\Sigma(\omega)$:

$$\beta_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{-m^2(a_1^2-2a_0)+\sqrt{m^4(a_1^2-2a_0)^2-4a_0^2\,m^2(m^2+\kappa^2)}}{2a_0^2\,m^2}},$$

$$\beta_{3,4}=\pm\sqrt{\frac{-m^2(a_1^2-2a_0)-\sqrt{m^4(a_1^2-2a_0)^2-4a_0^2m^2(m^2+\kappa^2)}}{2a_0^2\,m^2}}; \qquad (8)$$

полюса функции $G_\Sigma(\omega)$:

$$\gamma_{1,2}=\pm\sqrt{\frac{-(a_1^2-2a_0)+\sqrt{(a_1^2-2a_0)^2-4a_0^2}}{2a_0^2}},$$

$$\gamma_{3,4}=\pm\sqrt{\frac{-(a_1^2-2a_0-\sqrt{(a_1^2-2a_0)^2-4a_0^2}}{2a_0^2}}. \qquad (9)$$

Поскольку $(a_1^2-2a_0)>0$ (это следует при подстановке в данное неравенство значений a_1 и a_0 из (3)), то ясно из (8) и (9), что дробно-рациональная функция $G_\Sigma(\omega)$ не имеет действительных нулей и полюсов, так как

$$(a_1^2-2a_0)>\sqrt{(a_1^2-2a_0)^2-4a_0^2}.$$

Так как нули и полюсы для четной функции с вещественными коэффициентами симметричны относительно действительной и мнимой оси [6], то $G_\Sigma(\omega)$ может быть представлена в виде произведения сопряженных функций

$$G_\Sigma(\omega)=x(\omega)\cdot x^*(\omega),$$

где функции $x(\omega)$, $x^*(\omega)$ строим таким образом, чтобы $x(\omega)$ имела нули и полюсы, расположенные в верхней полуплоскости, а $x^*(\omega)$ — в нижней полуплоскости. Частотная характеристика формирующего фильтра определяется согласно выражения

$$Y_1(j\omega) = x(\omega).$$

Тогда с учетом (8) и (9) передаточную функцию формирующего фильтра можно записать:

$$Y_1(p) = m\frac{(p-j\beta_1)(p-j\beta_3)}{(p-j\gamma_1)(p-j\gamma_3)}. \tag{10}$$

Определяем частотную характеристику „теоретически“ оптимального фильтра согласно [4]:

$$Y_0(j\omega) = \frac{G_n(\omega)}{G_n(\omega)+G_a(\omega)} = \frac{\kappa^2}{a_0^2 m^2\omega^4 + m^2(a_1^2-2a_0)\omega^2+m^2+\kappa^2} \tag{11}$$

или, учитывая (8) и (9),

$$Y_0(j\omega) = \frac{\kappa}{(p-j\beta_1)(p-j\beta_3)}\cdot\frac{\kappa}{(p-j\beta_2)(p-j\beta_4)}.$$

Тогда передаточная функция теоретически оптимального фильтра определится:

$$Y_0(p) = \frac{\kappa}{(p-j\beta_1)(p-j\beta_3)}\cdot\frac{\kappa}{(p-j\beta_2)(p-j\beta_4)}. \tag{12}$$

Далее определяется передаточная функция $Y_2(p)$:

$$Y_2(p) = Y_0(p)\,Y_1(p) = \frac{\kappa^2 m}{(p-j\gamma_1)(p-j\gamma_3)(p-j\beta_2)(p-j\beta_4)}, \tag{13}$$

где $j\gamma_1$ и $j\gamma_3$ — полюсы, лежащие в левой полуплоскости,
$j\beta_2$ и $j\beta_4$ — полюсы, лежащие в правой полуплоскости.

Для значения параметров, характеризующих реактор ИРТ-2000, полюса $j\gamma_1$ и $j\gamma_3$ являются вещественными и разными. Характер полюсов $j\beta_2$ и $j\beta_4$ зависит от соотношения $\frac{\kappa^2}{m^2}$ и при $\frac{\kappa^2}{m^2} < 100$ полюсы являются действительными и разными. При реальных значениях эффективности камеры неравенство $\frac{\kappa^2}{m^2} < 100$ всегда выполняется. Таким образом, полагая все полюсы уравнения (13) действительными и разными, разложим (13) на простые множители:

$$Y_2(p) = \frac{A}{p-j\gamma_1} + \frac{B}{p-j\gamma_3} + \frac{C}{p-j\beta_2} + \frac{D}{p-j\beta_4} \tag{14}$$

и возьмем в качестве $Y_3(p)$ сумму простых дробей, не содержащих полюсов в правой полуплоскости, т. е.

$$Y_3(p) = \frac{A}{p-j\gamma_1} + \frac{B}{p-j\gamma_3}, \tag{15}$$

где коэффициенты A и B определяются следующим образом:

$$A = \frac{\kappa^2 m}{(j\gamma_1-j\gamma_3)(j\gamma_1-j\beta_2)(j\gamma_1-j\beta_4)},$$

$$B = \frac{\kappa^2 m}{(j\gamma_3 - j\gamma_1)(j\gamma_3 - j\beta_2)(j\gamma_3 - j\beta_4)}.$$

$Y_3(p)$ есть физически возможная часть $Y_2(p)$. Передаточная функция оптимального физически возможного фильтра определится как

$$K(p) = Y_3(p) \cdot Y_1^{-1}(p) = \left[\frac{A}{(p - j\gamma_1)} + \frac{B}{(p - j\gamma_3)}\right] \frac{(p - j\gamma_1)(p - j\gamma_3)}{m(p - j\beta_1)(p - j\beta_3)} =$$

$$= \frac{A(p - j\gamma_3)}{m(p - j\beta_1)(p - j\beta_3)} + \frac{B(p - j\gamma_1)}{m(p - j\beta_1)(p - j\beta_3)}.$$

Фильтр, имеющий данную передаточную функцию, является физически возможным, так как степень числителя меньше степени знаменателя и имеет полюсы, расположенные в левой полуплоскости.

Таким образом, задача измерения флуктуаций нейтронного потока в условиях ограниченной эффективности измерительной камеры сводится к винеровской задаче оптимальной фильтрации, которая решается методом Боде и Шеннона.

Техническая реализация фильтра будет рассмотрена в отдельной работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. E. Cohn. «Nuklear Sci. and Engng.» 7, N 5, 1960.
2. R. E. Uhrig. «Trans. of The American Nuclear Sosiety», 4, N 1, 1961.
3. Moore MN «Nuclear Sci. and Engug.» 3, N 4, 1958.
4. Дж. Бендат. Основы теории случайных шумов и ее применения. «Наука», 1965
5. В. В. Солодовников. Статистическая динамика линейных систем автоматического управления. Физматгиз. М., 1960.
6. А. А. Фельдбаум. Электрические системы автоматического регулирования. Оборонгиз. М., 1957.